

Robust Suboptimal Control of a Nonlinear Dynamical System in Microbial Continuous Fermentation*

Juan Wang¹, Enmin Feng², Zhilong Xiu³

¹College of Science, China University of Petroleum, Qingdao

²School of Mathematical Science, Dalian University of Technology, Dalian

³School of Environmental and Biological Science and Technology, Dalian University of Technology, Dalian
Email: whujuan@163.com, emfeng@dlut.edu.cn, zhlxu@dlut.edu.cn

Received: Dec. 19th, 2012; revised: Feb. 1st, 2013; accepted: Feb. 8th, 2013

Copyright © 2013 Juan Wang et al. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Abstract: In this paper, taking the microbial continuous fermentation process as background, we discuss a class of optimal control problem of a nonlinear dynamical system with a set of scalar parameters which could have some uncertainty as to their exact values. Two factors are considered: one is maximizing the productivity, the other is minimizing the sensitivity of the productivity with respect to the uncertainty of the parameters. Some important properties of the nonlinear dynamical system and its adjoint system, and the existence of the optimal control are also proved. Numerical algorithm and results are given at the end.

Keywords: Nonlinear Dynamical System; System Sensitivity; Robust Suboptimal Control; Microbial Fermentation

微生物发酵非线性动力系统的鲁棒次优控制*

王娟¹, 冯恩民², 修志龙³

¹中国石油大学(华东)理学院, 青岛

²大连理工大学数学科学学院, 大连

³大连理工大学环境与生命科学学院, 大连

Email: whujuan@163.com, emfeng@dlut.edu.cn, zhlxu@dlut.edu.cn

收稿日期: 2012年12月19日; 修回日期: 2013年2月1日; 录用日期: 2013年2月8日

摘要: 以微生物连续发酵为研究背景, 讨论了带有不确定参数的非线性动力系统的一类最优控制问题。综合考虑了两方面的因素, 一是生产强度极大化, 二是生产强度对系统参数不确定性的灵敏度的极小化。讨论了非线性动力系统及其伴随动力系统的一些重要性质, 证明了最优控制的存在性, 并构造算法进行了数值求解。

关键词: 非线性动力系统; 系统灵敏度; 鲁棒次优控制; 微生物发酵

1. 引言

近几年, 石油的价格压力促使人们加大了对可再生能源和石油替代品的研发力度。生物柴油作为一种

可再生的石油替代品, 近几年的产量增长迅猛, 导致其 10%的副产物 - 甘油的市场过剩。以甘油为原料生产高附加值产品从而成为了生物柴油行业的必然趋势, 其中生物法将甘油转化为 1,3-丙二醇(简记 1,3-PD)因其操作简单、副产物少及绿色环保等优点而受到各国越来越多的关注。

*基金项目: 863 项目(2007AA02Z208); 973 项目(2007CB714304); 国家自然科学基金(10471014, 10871033); 中国石油大学(华东)自主创新项目(14CX02011)。

1,3-PD 是国内外急需的,且需求量很大的生物基大宗化学品之一^[1]。微生物法生产 1,3-PD 的过程是在微生物菌种生长的同时将底物甘油转化为 1,3-PD 的过程,其动力学主要包括细胞生长、底物消耗及产物生成动力学^[2]。1994 年, Zeng 等人提出了描述底物消耗及产物生成的过量动力学模型^[3]。2000 年, 修志龙等人对该模型进行了改进,使其能够更好的描述发酵过程中的多稳态现象^[4]。2008 年, Sun 等人提出了描述代谢物质浓度变化过程和酶催化动力学过程的动力学模型,这也是首次涉及甘油发酵细胞内代谢情况的数学建模工作^[5]。近几年,基于该模型的进一步数学研究工作也相继展开,主要有 S 系统建模^[6]、系统辨识^[7,8]、参数优化^[9,10]、灵敏度分析^[11]等。

在文献[7]中,我们基于 Sun 等人的模型,提出了描述微生物连续发酵过程的非线性动力系统,并进行了系统结构辨识及动力学参数估计。由于实验数据不全、某些代谢机理不清等问题的存在,使得系统中的动力学参数具有一定程度的不确定性。考虑到这些参数的不确定性,本文将依据文献[12]中提出的鲁棒次优控制概念来研究连续发酵非线性动力系统的最优控制问题。

在文献[12]中, Loxton 等人针对带有不确定参数动力系统的鲁棒次优控制问题,提出了鲁棒次优控制的概念。设某动力系统的控制函数为 u , 系统参数估计值为 p^0 , 其最优控制问题的目标泛函为 $J(u)$, u^* 和 J^* 分别为最优控制与相应的目标泛函。由于系统参数的不确定性,我们通常要求 u^* 对应动力系统的目标泛函 J^* 对参数值 p^0 发生的小扰动是不敏感的,或者说,当动力系统在最优控制 u^* 下运行时,若系统参数估计值 p^0 发生某个小扰动,则 J^* 相应发生的变化幅度也是微小的。文献[12]中将满足这种要求的最优控制 u^* 称为动力系统的鲁棒次优控制,这类最优控制问题已经被广泛应用和研究^[12-14]。鲁棒次优控制问题应该考虑两个优化目标,一个是目标泛函 $J(u)$ 的极大或极小化,另一个是 $J(u)$ 对系统参数灵敏度的极小化。前一个目标通常称为系统成本,而后一个目标通常称为系统灵敏度。

本文以微生物连续发酵非线性动力系统为研究对象,以发酵过程的稀释速率和初始甘油浓度为控制参数,以系统成本(生产强度的相反数)和系统灵敏度的加权和为控制目标,建立发酵非线性动力系统的鲁

棒次优控制问题。讨论了非线性动力系统及其伴随动力系统解的存在惟一性及最优控制的存在性。由于非线性动力系统及其伴随系统均求不到解析解,所提出的鲁棒次优控制问题已经超出了传统优化算法的求解范围。我们构造粒子群算法,对在不同权系数下的控制问题进行了数值计算。数值结果表明,对系统灵敏度有一定限制时,往往会以提高系统成本为代价,这正是鲁棒次优控制问题的应用价值所在。

2. 非线性动力系统及其性质

根据文献[7],微生物连续发酵过程可以由如下的非线性动力系统来描述:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(x, u, p), & t \in [t_0, t_f] \\ x(t_0) = x^0. \end{cases} \quad (1)$$

其中,状态向量 $x(t) = (x_1(t), \dots, x_8(t))^T$, 各分量分别表示菌种、细胞外物质(甘油、胞外 1,3-PD、乙酸和乙醇)与细胞内物质(甘油、3-羟基丙醛和 1,3-PD)在 t 时刻的浓度; $[t_0, t_f]$ 表示发酵总时间域; x^0 为给定的初始状态; $u = (D, C_0)^T$ 为控制参数向量,其分量分别表示稀释速率 (h^{-1}) 和注入甘油的初始浓度 ($mmol \cdot L^{-1}$); $p = (p_1, p_2, \dots, p_{17})^T$ 为系统动力学参数向量,其估计值 p^0 见文献[7]; 系统右端项 $F(x, u, p) = (f_1(x, u, p), f_2(x, u, p), \dots, f_8(x, u, p))^T$, 各分量的具体定义式为

$$\begin{cases} f_1(x, u, p) = (\mu - D)x_1, \\ f_2(x, u, p) = D(C_0 - x_2) - q_2x_1, \\ f_i(x, u, p) = q_i x_i(t) - Dx_i, \quad i = 3, 4, 5, \\ f_6(x, u, p) = \frac{1}{p_7} \left(p_8 \frac{x_2}{x_2 + p_9} + p_{10}(x_2 - x_6) - q_{20} \right) - \mu x_6 \\ f_7(x, u, p) = \frac{p_{11}x_6}{K_1(1 + x_7/p_{12}) + x_6} - \frac{p_{13}x_7}{K_2 + x_7(1 + x_7/p_{14})} - \mu x_7, \\ f_8(x, u, p) = \frac{p_{11}x_7}{K_2 + x_7(1 + x_7/p_{14})} - \frac{p_{15}x_8}{x_8 + p_{16}} - p_{17}(x_8 - x_3) - \mu x_8. \end{cases} \quad (2)$$

其中, μ 为细胞比生长速率, $q_i, i = 1, \dots, 5$ 为物质的比消耗或比生成速率,它们的具体表达式分别为

$$\begin{cases} \mu = \mu_m \frac{x_2}{x_2 + K_3} \prod_{i=2}^5 \left(1 - \frac{x_i}{x_i^*}\right), \\ q_1 = m_1 + \frac{\mu}{Y_1} + \Delta q_1 \frac{x_2}{x_2 + k_1^*}, \\ q_2 = p_1 \frac{x_2}{x_2 + p_2} + p_3 (x_2 - x_6), \\ q_3 = p_4 \frac{x_8}{x_8 + p_5} + p_6 (x_8 - x_3), \\ q_4 = m_2 + Y_2 \mu + \Delta q_2 \frac{x_2}{x_2 + k_2^*}, \quad q_5 = m_3 + Y_3 \mu. \end{cases} \quad (3)$$

在 37°C 和 pH 值为 7.0 的厌氧条件下, 细胞最大比生长速率 μ_m 为 0.67 h^{-1} ; 细胞生长的临界浓度 x_1^*, \dots, x_8^* 分别为 $5 \text{ g}\cdot\text{L}^{-1}$ 、 $2039 \text{ mmol}\cdot\text{L}^{-1}$ 、 $1036 \text{ mmol}\cdot\text{L}^{-1}$ 、 $1026 \text{ mmol}\cdot\text{L}^{-1}$ 、 $360.9 \text{ mmol}\cdot\text{L}^{-1}$ 、 $2039 \text{ mmol}\cdot\text{L}^{-1}$ 、 $300 \text{ mmol}\cdot\text{L}^{-1}$ 和 $1026 \text{ mmol}\cdot\text{L}^{-1}$;

$K_i, m_i, Y_i, i=1, 2, 3$ 和 $\Delta q_i, k_i^*, i=1, 2$ 均为已知动力学常数, 其具体生物意义参见文献[5], 具体取值见表 1。

根据实际生产过程, 生物量、底物、中间代谢物和产物的浓度均不会超过其临界浓度值, 因此我们定义状态容许集为

$$X_a = [0.01, x_1^*] \times [100, x_2^*] \times \prod_{i=3}^8 [0, x_i^*] \subset \mathbb{R}^8 \quad (4)$$

另外, 记动力学参量 p 及控制参量 u 的允许集分别为 P_a 和 U_a 。其中

$$\begin{aligned} P_a &= \prod_{i=1}^{17} [0.5p_i^0, 1.5p_i^0] \subset \mathbb{R}^{17}, \\ U_a &= [200, 1039] \times [0.01, 0.5] \subset \mathbb{R}^2 \end{aligned} \quad (5)$$

类似文献[7]中的证明思路, 由(1)~(5)式容易得到以下性质。

性质 1 由(2)式所定义的向量场函数 $F(x, u, p)$ 满足:

- 1) $F(x, u, p)$ 关于 $u \times p \in U_a \times P_a$ 是二次连续可微

Table 1. The values of parameters in (3) - (7)
表 1. 式(3)~(7)中参数取值

i	K_i ($\text{mmol}\cdot\text{L}^{-1}$)	m_i ($\text{mmol}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{h}^{-1}$)	Y_i ($\text{mmol}\cdot\text{g}^{-1}$)	k_i^* ($\text{mmol}\cdot\text{L}^{-1}$)	Δp_i ($\text{mmol}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{h}^{-1}$)
1	0.53	2.20	0.0082	11.43	28.58
2	0.14	-0.97	33.07	85.71	5.74
3	0.28	5.26	11.66	-	-

的;

- 2) 对任给 $u \times p \in U_a \times P_a$, 函数 F 满足线性增长条件, 即存在 $\alpha > 0, \beta > 0$ 使得

$$\|f(x, u, p)\| \leq \alpha \|x\| + \beta, \quad \forall x \in X_a$$

其中 $\|\cdot\|$ 是欧氏范数。

由性质 1 及经典常微分方程理论^[15]可知:

性质 2 对任给 $u \times p \in U_a \times P_a$, 非线性动力系统(1)均存在惟一解, 记为 $x(\cdot; u, p)$, 且 $x(\cdot; u, p)$ 关于 $u \times p \in U_a \times P_a$ 是二次连续可微的。

给定参量 $p \in P_a$, 定义非线性动力系统(1)的解集为

$$S_1(p) = \left\{ x(\cdot; u, p) \in \mathbb{R}^8 \mid x(\cdot; u, p) \text{ 为系统(1)对应于 } u \in U_a \text{ 的解, 且 } x(t; u, p) \in X_a, \forall t \in [t_0, t_f] \right\} \quad (6)$$

根据性质 2 知: 从 $u \in U_a$ 到 $x(\cdot; u, p) \in S_1(p)$ 的映射是连续的, 再由控制允许集 $U_a \subset \mathbb{R}^2$ 的紧性, 可以得到下面的结论。

定理 1 任给 $p \in P_a$, 由式(6)定义的集合 $S_1(p)$ 是 $C^1([t_0, t_f]; \mathbb{R}^8)$ 的紧集。

另外, 对甘油连续发酵过程, 本文提出如下假设:

(H1) 给定 $x_0 \in X_a$ 及 $(u, p) \in U_a \times P_a$, 系统(1)存在唯一的稳态。

3. 系统灵敏度

根据文献[12]中对系统灵敏度的定义, 对系统进行灵敏度分析即是分析该系统中参数值的微小变化对系统性能的影响^[12-14]。在本文, 我们以 1,3-PD 生产强度极大化为控制目标, 并认为 1,3-PD 生产强度越大时, 连续发酵非线性动力系统(1)的系统性能越好。为了描述方便, 我们将 1,3-PD 生产强度的相反数定义为非线性动力系统(1)的系统成本, 并记

$$J_1(u; p) := -u_1 x_3(t_f; u, p) \quad (7)$$

其中, $x_3(\cdot; u, p)$ 是非线性动力系统(1)稳态解 $x(\cdot; u, p)$ 的第三个分量。

根据文献[12-14], 非线性动力系统(1)对应于控制 $u \in U_a$ 的系统灵敏度可定义为

$$sen(u; p) := \left(\frac{\partial J_1(u; p)}{\partial p} \right)^T \frac{\partial J_1(u; p)}{\partial p} \quad (8)$$

其中, $\frac{\partial J_1(u; p)}{\partial p} \in R^{17}$ 是一个列向量。将式(7)代入式(8), 则系统灵敏度 $sen(u; p)$ 可表示为

$$sen(u; p) := u_1^2 \left(\frac{\partial x_3(t_f; u, p)}{\partial p} \right)^T \frac{\partial x_3(t_f; u, p)}{\partial p} \quad (9)$$

其中, $\frac{\partial x_3(t_f; u, p)}{\partial p} \in R^{17}$ 也是一个列向量。

为了计算由(9)式所定义的系统灵敏度, 我们考虑下面的伴随动力系统

$$\begin{cases} \dot{y}(t) = \frac{\partial F(x, u, p)}{\partial x} y(t) + \frac{\partial F(x, u, p)}{\partial p}, t \in [t_0, t_f] \\ y(t_0) = I. \end{cases} \quad (10)$$

其中, $\frac{\partial F(x, u, p)}{\partial x} \in R^8 \times R^8, \frac{\partial F(x, u, p)}{\partial p} \in R^8 \times R^{17}$ 均为矩阵; $I \in R^8 \times R^{17}$ 为零矩阵。根据性质 2 可以证明, 对任给 $u \times p \in U_a \times P_a$, 伴随动力系统(10)存在惟一解, 记为 $y(\cdot; u, p) := (y_1(\cdot; u, p), \dots, y_8(\cdot; u, p))^T$, 其中 $y_i(\cdot; u, p), i \in I_8$ 均为 17 维的列向量。依据文献[12]中的定理 1, 对任意 $u \in U_a$, 均有

$$\frac{\partial x_i(t; u, p)}{\partial p} = y_i(t; u, p), t \in [t_0, t_f], i \in I_8 \quad (11)$$

对任给 $p \in P_a$, 伴随动力系统(10)的解集 $S_2(p)$ 可以定义为

$$S_2(p) = \{y(\cdot; u, p) \in R^8 \times R^{17} \mid y(\cdot; u, p) \text{ 为系统(10)对应于 } u \in u_a \text{ 的解}\} \quad (12)$$

定理 2 任给 $p \in P_a$, 由式(12)定义的集合 $S_2(p)$ 是 $C^1([t_0, t_f]; R^8 \times R^{17})$ 中的紧集。

证明: 由性质 2 可知, $x(\cdot; u, p) \in S_1(p)$ 关于 $u \in U_a$ 二次连续可微。则由(11)式可知, $y(\cdot; u, p) \in S_2(p)$ 关于 $u \in U_a$ 也是连续的。再根据控制允许集 $U_a \subset R^2$ 的紧性, 可知 $S_2(p) \in C^1([t_0, t_f]; R^8 \times R^{17})$ 是紧的。■

在假设(H1)下, 由式(11)可知, 伴随动力系统(10)也存在唯一的稳态。

4. 鲁棒次优控制问题

文献[12,13]指出, 对某个动力系统的理想控制应该能够同时极小化该动力系统的系统成本和系统灵

敏度。然而, 这样的控制几乎是不可能存在的。事实上, 我们通常要在这两个目标中寻求一种均衡, 去极小化两者的加权和, 即极小化如下的目标泛函

$$\begin{aligned} J(u; p) &:= J_1(u; p) + \lambda sen(u; p) \\ &= -u_1 x_3(t_f; u, p) + \lambda u_1^2 y_3(t_f; u, p)^T y_3(t_f; u, p) \end{aligned} \quad (13)$$

其中, 权系数 $\lambda > 0$ 的取值衡量了 $J(u, p)$ 中两个目标各自的相对重要性。

于是, 对给定参量 $p \in P_a$, 连续发酵非线性动力系统(1)的鲁棒次优控制问题可以表示为

$$\begin{aligned} \text{(RSCP)} \quad &\min J(u; p) \\ \text{s.t.} \quad &x(\cdot; u, p) \in S_1(p), y(\cdot; u, p) \in S_2(p) \\ &x(t_0) = x^0, x(t_0) = I, u \in U_a, t \in [t_0, t_f] \end{aligned} \quad (14)$$

注: 鲁棒次优控制问题(RSCP)受约束于非线性动力系统(1)与伴随动力系统(10), 这两个动力系统通过式(11)耦合在一起。

定理 3 在假设(H1)下, 对给定参量 $p \in P_a$, 鲁棒次优控制问题(RSCP)存在最优解 u^* , 即 $\exists u^* \in U_a$, 使下式成立:

$$J(u^*; p) \leq J(u; p), \quad \forall u \in U_a \quad (15)$$

证明: 根据性质 2, $x(\cdot; u, p) \in S_1(p)$ 和 $y(\cdot; u, p) \in S_2(p)$ 关于 $u \in U_a$ 均是连续的。由式(13)可知, 从 $u \in U_a$ 到 $J(\cdot; p)$ 的映射是连续的。再由允许集 $U_a \subset R^2$ 的紧性, 可知(RSCP)存在最优解, 从而结论成立。■

5. 算法及数值结果

鲁棒次优控制问题(RSCP)受约束于非线性动力系统(1)与伴随动力系统(10), 这两个动力系统均是高非线性的, 且求不到解析解。另一方面, 问题(RSCP)受约束于连续状态的不等式约束, 属于半无限维优化问题。基于这些特征, 问题(RSCP)已经超出了一般优化算法的求解范围, 下面我们将基于粒子群算法^[16]构造求解(RSCP)的数值算法。算法的具体步骤如下:

步 1 给定初始状态 x^0 , 系统参数估计值 p^0 , 目标泛函中的权重系数 $\lambda > 0$ 。设定粒子数目 Q , 惯性权重 ω , 最大与最小惯性权重 $\omega_{\max}, \omega_{\min}$, 学习因子 c_1, c_2 , 控制因子 τ_1, τ_2 , 粒子最大允许速度 $V_{\max} = (v_{\max 1}, v_{\max 2})$, 总迭代次数 K_{\max} , 令 $k = 1$ 。

步2 依均匀分布在 U_a 中随机选取 Q 个粒子。记第 i 个粒子的位置为 $u^i(k) = (u_1^i(k), u_2^i(k)) \in U_a$ ，速度为 $v^i(k) = (v_1^i(k), v_2^i(k))$ 。设当前个体最好位置为 $P_*^i(k)$ ， $i=1, \dots, Q$ ，群体最好位置为 $g_*(k)$ 。

步3 用改进 Euler 法耦合求解非线性动力系统(1)及其伴随系统(10)，得到稳态解

$$x^i(\cdot; u^i(k), p^0), y^i(\cdot; u^i(k), p^0), \quad i=1, \dots, Q,$$

计算 $J(u^i(k); p^0)$ 。

步4 若 $J(u^i(k); p^0) < J(P_*^i(k))$ ，令 $J(P_*^i(k); p^0) = J(u^i(k); p^0)$ ， $P_*^i(k) = u^i(k)$ 。若 $J(P_*^i(k); p^0) < J(g_*(k); p^0)$ ，令 $J(g_*(k); p^0) = J(P_*^i(k); p^0)$ ， $g_*(k) = P_*^i(k)$ 。

步5 令 $k = k + 1$ 。若 $k \leq K_{\max}$ ，令

$$\begin{cases} v_j^i(k) = \omega(k-1)v_j^i(k-1) \\ \quad + c_1 r_{1j} (P_{*j}^i(k-1) - K_j^i(k-1)) \\ \quad + c_2 r_{2j} (g_{*j}(k-1) - K_j^i(k-1)), & j=1, 2 \\ u_j^i(k) = u_j^i(k-1) + v_j^i(k). \end{cases}$$

其中， r_{1j}, r_{2j} 服从 $[0,1]$ 上的均匀分布；

$\omega(k) = (\omega_{\max} - \omega_{\min} - \tau_1) e^{\frac{1}{1+\tau_2 k/K_{\max}}}$ ，转步3；否则，输出 $g_*(K_{\max})$ ，算法停止。

本文考虑的以甘油为底物的微生物连续发酵实

验过程中，总培养时间为 $[t_0, t_f] = [0, 50 \text{ h}]$ ，物质初始浓度为 $x^0 = (0.1 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}, 400 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T$ ，动力学参量 p 的估计值见文献[7]。上述算法中参数 $c_1, c_2, \omega_{\max}, \omega_{\min}, \tau_1, \tau_2, T_{\max}$ 分别取 2.0, 2.0, 0.9, 0.4, 0.2, 0.7, 300，粒子的最大允许速度

$$v_{\max j} = 0.5(u_j^* - u_{*j}), \quad j=1, 2.$$

通过估计系统成本和系统灵敏度的量级，本文考虑了三种不同权重系数，即 $\lambda = 0, 0.01, 0.1$ 。当 $\lambda = 0$ 时，在目标泛函 $J(u; p)$ 中，系统灵敏度受到惩罚；而当 $\lambda = 0.01$ 和 $\lambda = 0.1$ 时，在目标泛函 $J(u; p)$ 中，系统灵敏度和系统成本两者都受到了惩罚；利用上述算法，对不同权系数下的鲁棒次优控制问题进行了求解，得到了相应的最优控制、最优系统成本和系统灵敏度，见表2。图1给出了不同权系数下系统成本随培养时间的变化情况，从中可以看出，在发酵达到稳态

Table 2. Optimal control u^* , system cost J_1^* and system sensitivity $sen(u^*)$ under different weight coefficients λ

表2. 不同权系数 λ 下的最优控制 u^* 、最优系统成本 J_1^* 与系统灵敏度 $sen(u^*)$

λ	u_1^*	u_2^*	J_1^*	$sen(u^*)$
0	0.18012	961.08	-80.2251	227.335
0.01	0.305747	786.494	-75.7185	167.934
0.1	0.11604	887.24	-66.8113	117.799

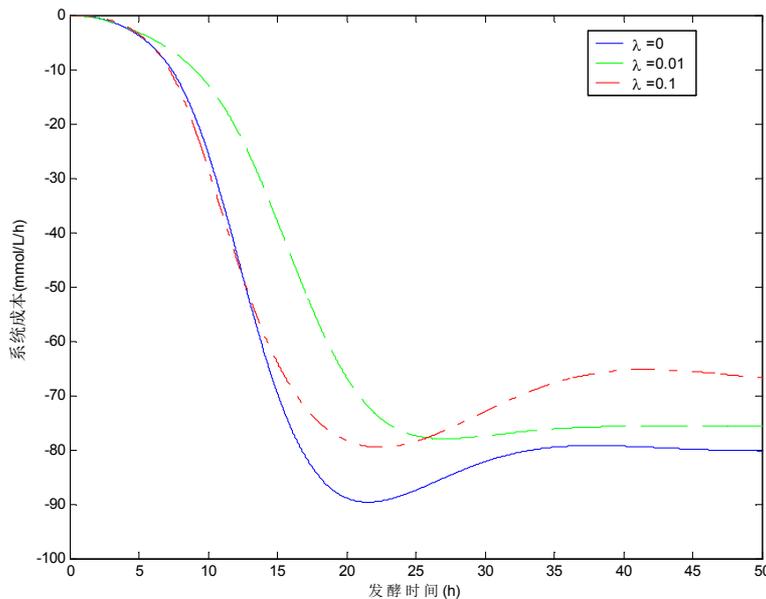


Figure 1. Variation curves of system cost along with the fermentation time corresponding to different weight coefficients
图1. 不同权系数对应的系统成本随发酵时间的变化曲线

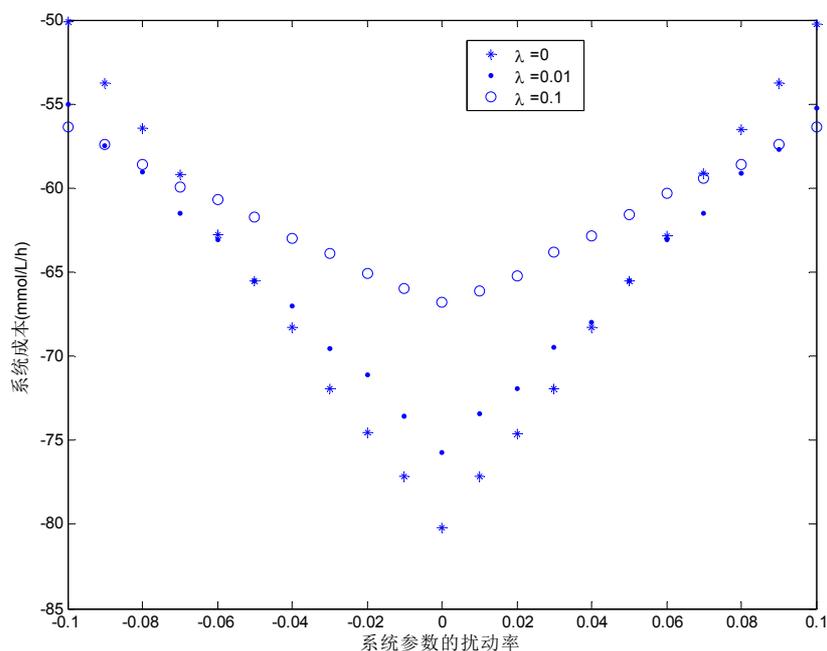


Figure 2. The changes of system cost with respect to parameter disturbances under different weight coefficients
图 2. 不同权系数下系统成本关于参数扰动的变化情况

以后, 较大的权系数对应的系统成本相对来说偏小一些, 这与我们的预想是一致的, 即: 在求最优控制时, 当对系统鲁棒性要求比较高时, 往往会以提高系统成本为代价。为了考察连续发酵非线性动力系统(1)在不同控制下的系统灵敏度, 我们对系统参数的估计值进行一系列小扰动并同时计算相应的系统成本变化。图2给出了三种最优控制下, 非线性动力系统(1)的系统成本随着系统参数的扰动所产生的变化情况, 这里对参数采取了多种扰动方式, 扰动率分别取值为 $-0.1, -0.09, \dots, -0.01, 0, 0.01, \dots, 0.09, 0.1$ 。

6. 结束语

本文研究了微生物连续发酵非线性动力系统的鲁棒次优控制问题。将 1,3-PD 生产强度的相反数视为系统成本、系统成本关于不确定性动力学参数的灵敏度视为系统灵敏度。讨论了该非线性动力系统及其伴随动力系统的一些重要性质, 以及鲁棒次优控制问题最优解的存在性, 并构造求解该问题的数值算法。数值结果表明, 目标泛函中的权系数变大时, 最优的系统灵敏度会随之变小, 但是最优系统成本会随之变大, 这是比较合理的现象。

本文的研究思路及方法尤其适用于实际问题中含有不确定性参数的动力系统的最优控制问题, 具有

一定的理论和应用价值。在后面的工作中, 我们将从 Pareto 最优和多目标优化的角度来考虑本文提出的鲁棒次优控制问题。

参考文献 (References)

- [1] 修志龙. 1,3-丙二醇的微生物法生产分析[J]. 现代化工, 1999, 3: 33-35.
- [2] H. Biebl, et al. Microbial production of 1,3-propanediol. Applied Microbiology and Biotechnology, 1999, 52: 289-297.
- [3] A. P. Zeng, et al. Multiple product inhibition and growth modeling of *Clostridium butyricum* and *Klebsiella pneumoniae* in glycerol fermentation. Biotechnology and Bioengineering, 1994, 44: 902-911.
- [4] 修志龙, 曾安平, 安利佳. 甘油生物转化为 1,3-丙二醇过程的动力学数学模拟和多稳态研究[J]. 大连理工大学学报, 2000, 44: 428-433.
- [5] Y. Q. Sun, et al. Mathematical modeling of glycerol fermentation by *Klebsiella pneumoniae*: Concerning enzyme-catalytic reductive pathway and transport of glycerol and 1,3-propanediol across cell membrane. Biochemical Engineering Journal, 2008, 38: 22-32.
- [6] J. X. Ye, E. M. Feng, L. Wang, Z. L. Xiu and Y. Q. Sun. Modeling and robustness analysis of biochemical networks of glycerol metabolism by *Klebsiella pneumoniae*. Complex Sciences Lecture Notes of the Institute for Computer Sciences, Social Informatics and Telecommunications Engineering, Springer, Berlin Heidelberg, 2009, 4: 446-457.
- [7] J. Wang, J. X. Ye, E. M. Feng, H. C. Yin and B. Tan. Complex metabolic network of glycerol by *Klebsiella pneumoniae* and its system identification via biological robustness. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2011, 5(1): 102-112.
- [8] J. Wang, J. X. Ye, E. M. Feng, H. C. Yin and Z. L. Xiu. Modeling and identification of a nonlinear hybrid dynamical system in batch fermentation of glycerol. Mathematical and Computer

- Modelling, 2011, 54(1-2): 618-624.
- [9] B. Y. Shen, C. Y. Liu, J. X. Ye, E. M. Feng and Z. L. Xiu. Parameter identification and optimization algorithm in microbial continuous culture. *Applied Mathematical Modelling*, 2012, 36: 585-595.
- [10] J. G. Zhai, J. X. Ye, L. Wang, E. M. Feng, H. C. Yin and Z. L. Xiu. Pathway identification using parallel optimization for a complex metabolic system in microbial continuous culture, *Non-linear Analysis: Real World Applications*, 2011, 12(5): 2730-2741.
- [11] J. Wang, J. X. Ye, H. C. Yin, E. M. Feng and L. Wang. Sensitivity analysis and identification of kinetic parameters in batch fermentation of glycerol. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2012, 236(9): 2268-2276.
- [12] V. Rehbock, K. L. Teo and L. S. Jennings. A computational procedure for suboptimal robust controls. *Dynamics and Control*, 1992, 2(4): 331-348.
- [13] R. Loxton, K. L. Teo and V. Rehbock. Robust suboptimal control of nonlinear systems. *Applied Mathematics and Computation*, 2011, 217: 6566-6576.
- [14] D. He, H. Ji and T. Zheng. On robustness of suboptimal min-max model predictive control. *WSEAS Transactions on Systems and Control*, 2007, 2: 428-433.
- [15] 马知恩, 周义仓. 常微分方程定性方法与稳定性方法[M]. 北京: 科学出版社, 2009.
- [16] J. Kennedy, R. Eberhart. Particle swarm optimization. *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, Perth: IEEE, 1995: 1942-1948.