

基于分形理论的裂缝稠油油藏蒸汽驱 温度分布计算

张雪龄1,朱维耀1,薛成国2,岳明1,高英1,黄小荷1

北京科技大学土木与环境工程学院,北京100083
 中国石油化工集团公司华北分公司工程技术研究院,郑州450006

摘要 针对裂缝稠油油藏注入蒸汽的情况,研究热蒸汽对裂缝性地层的加热过程。通过引入分形理论表征裂缝的发育和分布情况,推导了裂缝的体积系数和裂缝储层的等效渗透率,考虑天然裂缝存在对稠油热采的渗流能力和传热机制的影响,结合能量平衡方程和渗流方程,求得裂缝稠油油藏蒸汽驱的温度分布的解析解。分析注气时间和裂缝参数对蒸汽驱加热范围的影响,发现裂缝分形维数比迂曲分形维数对加热范围有更大影响,说明分支裂缝的密度比分支裂缝的迂曲度对加热范围的影响更加明显。 关键词 裂缝稠油油藏;蒸汽驱;分形理论;温度分布;热对流传导中图分类号 TE3 **文献标志码** A **doi** 10.3981/j.issn.1000-7857.2014.16.008

Heating Distribution Calculation of Steam Flooding in Fractured Heavy Oil Reservoir Based on Fractal Theory

ZHANG Xueling¹, ZHU Weiyao¹, XUE Chengguo², YUE Ming¹, GAO Ying¹, HUANG Xiaohe¹

Civil and Environmental Engineering School, University of Science and Technology, Beijing 100083, China
 Research Institute of Engineering and Technique, Huabei Sub-Company, Sinopec Group, Zhengzhou 450006, China

Abstract The research of heating distribution in the steam flooding process in a fractured heavy oil reservoir is rare; this paper focuses on the hot steam injection into a fractured heavy oil reservoir and studies the heating process of the oil reservoir. Fractal theory is introduced to characterize the development and distribution of cracks. Fracture volume fraction and effective permeability are derived, which significantly affect the seepage capability and the heat-transfer mechanism. Combined with the energy balance equation and the seepage motion equation, an analytical solution to heating distribution is obtained for steam flooding in a fractured heavy oil reservoir. The effects of the steam injection time and cracks parameters on the steam flooding are analyzed. The results show that the fractal dimension can more obviously affect the heating range compared to the circuity fractal dimension. It is indicated that the density of the branching cracks is more important than the circuity form of the cracks.

Keywords fractured heavy oil reservoir; steam flooding; fractal theory; heating distribution; heat convection conduction

对藏注蒸汽加热稠油油藏的过程,前人做了具有建设性研究^[1→],最具代表性的是Marx-Langenheim等^[1]、Willman等²¹的蒸汽吞吐的传热等温模型,Mandl-Voelk等³³和Pooladi-Darvish等¹⁴考虑了热量由蒸汽带向液相带的对流换热的非等温模型;

但是迄今为止对裂缝性稠油油藏的蒸汽驱的研究依旧很少¹⁵⁻ ^{9]}。刘学利等^[56]研究了裂缝性稠油油藏的直井和水平井的蒸 汽吞吐过程,认为蒸汽只在裂缝中流动,裂缝主要改变了蒸 汽的储热空间,没有考虑天然裂缝对储层渗流能力和传热机

收稿日期:2014-02-14;修回日期:2014-04-14

基金项目:教育部专项基金资助项目(FRF-MP-B 12006B)

作者简介:张雪龄,博士研究生,研究方向为渗流力学,电子信箱:zhangxueling268@163.com;朱维耀(通信作者),教授,研究方向为渗流力学与油气田开发,电子信箱:weiyaook@sina.com

引用格式:张雪龄,朱维耀,薛成国,等.基于分形理论的裂缝稠油油藏蒸汽驱温度分布的计算[J].科技导报,2014,32(16):49-53.



制的影响,尤其没有考虑裂缝存在时热对流的影响将变得 重要。

对裂缝油藏的研究手段有多种,分形理论是表征不规则 物体或无序物体的强有力工具,由于天然裂缝介质具有分叉 结构的特征,满足分形特性的自相似性、标度不变性和分维3 个条件,可以采用分形理论描述其分布规律^[10]。本文将基质-裂缝看成等效连续体模型,用分形理论表征裂缝发育区的裂 缝体积系数和有效渗透率;基于能量平衡方程和渗流方程, 考虑天然裂缝对渗流和传热机制的影响,建立裂缝性稠油油 藏蒸汽驱加热油层的数学模型,得到油层温度分布的解析解, 并进行影响因素分析。

1 天然裂缝表征模型

1.1 基于树状分叉网络分形理论的裂缝参数表征

油井周围的裂缝网络形态如图1所示。由图1可知,天 然裂缝趋向井筒的大尺度流道以及裂缝网络可以近似为圆 形,且具有分叉结构的特征¹⁰⁰。树状分叉网络是一种非常有 效而且具有进化优势的普遍结构,Benjamin等¹¹¹研究发现油 井周围的裂缝网络与树状分叉网络十分类似,可以通过构造 理论,采用"点到圆"型树状分叉网络模拟各向异性多孔介质



图 1 油井周周的裂缝网络 Fig. 1 Fracture network around the oil well

中径向大尺度通道以及油井周围的裂缝网络。图2给出分叉 数为2的典型数值分叉网络示意。

根据图2可知,当裂缝的分叉数是2,分形维数为D_p时, 初级裂缝的总数N_c表示为

$$N_{\rm t} = N(\lambda \ge d_{\rm min}) = (d_{\rm max}/d_{\rm min})^{D_{\rm p}} \tag{1}$$

其中, N 为裂缝数量;将裂缝看成等效的圆管通道, λ 为裂缝 测量直径, d_{max} 、 d_{min} 分别为所有初级(第0级)裂缝的中的最 大、最小直径; D_p 为裂缝的分形维数, 对于二维和三维空间, 分形维数的取值范围分别是 $1 < D_p < 2$ 和 $2 < D_p < 3$, 当 d_{max}, d_{min} 恒定时, D_p 越大, N_1 越大, 说明分形维数 D_p 能代表 分支裂缝的密度概念。

分布在无穷小区域 d_0 到 $d_0 + \Delta d_0$ 的初级裂缝的数量为

$$-dN = D_{p} d_{\max}^{D_{p}} d_{0}^{-(1+D_{p})} \Delta d_{0}$$
(2)

式中, d_0 为初级裂缝的直径变量, $d_{\min} \leq d_0 \leq d_{\max}$, Δd_0 为裂缝 直径增量。

井筒附近裂缝宽度分布的概率密度函数 f(d₀) 为

$$f(d_0) = D_p d_{\min}^{D_p} d_0^{-(1+D_p)}$$
(3)

根据 Hagen–Poiseullle 方程,直径为 d_0 的初级(第0级)单 根裂缝的流量 $q_0(d_0)$ 表示为

$$q_0(d_0) = \frac{d_0^4}{128\mu} \cdot \frac{\Delta p_0}{L_{0,l}(d_0)}$$
(4)

式中, $L_{0,t}(d_0) = l_0^{n_r} d_0^{1-n_r}$ 为分形标度率,指初级分叉管道的实际 长度, D_r 为迂曲度分形维数,代表流线的弯曲程度,在三维 空间下取值是 $1 < D_r < 3$; l_0 为初级管长度; μ 为裂缝内流动 流体的黏度; Δp_0 为初级裂缝的压降。

径向流动的总流量也就是初级裂缝的流量之和Q可以 表示为

$$Q = \int_{d_{\min}}^{d_{\max}} q(d_0)(-\mathrm{d}N) \tag{5}$$

单分叉网络的总压降,即渗流区域的总压降 Δp 与初级 裂缝的压降 Δp_0 的关系(从井筒半径到渗流区域外围半径)为

$$\Delta p = \sum_{k=0}^{m} \Delta p_k = \frac{1 - \gamma}{1 - \gamma^{m+1}} \Delta p_0 \tag{6}$$



图 2 典型树状分叉(分叉数 n = 2)网络示意 Fig. 2 Typical tree branch (n = 2) network diagram

式中, γ 为相邻两级分叉单管压降之比, $\gamma = \alpha^{b_r} / (n\beta^{3+b_r})$; n 为 分叉数; α 为长度比; β 为直径比, 当流动最优化时, $\alpha = \beta = 2^{-1/3}, n = 2$; m 为分叉级数, $\Delta p \neq \gamma$ 和m的函数。

所以径向流动的总流量Q又可表达为

$$Q = \frac{D_{p} d_{\max}}{128\mu l_{0}^{D_{r}} (3 + D_{r} - D_{p})} \cdot \frac{1 - \gamma}{1 - \gamma^{m+1}} \Delta p$$
(7)

根据达西定律中,可以求得树状分叉网络的局域有效渗透率 K_a为^[12]

$$K_{n} = \frac{D_{p} d_{\max}^{3+D_{T}} \ln\left(r_{m}/r_{w}\right)}{256h(3+D_{T}-D_{p})l_{0}^{D_{T}}} \cdot \frac{1-\left(\frac{\alpha^{D_{T}}}{n\beta^{3+D_{T}}}\right)}{1-\left(\frac{\alpha^{D_{T}}}{n\beta^{3+D_{T}}}\right)^{m+1}}$$
(8)

式中,h为油层厚度, r_{m} 为渗流区域外围半径, r_{w} 为井筒 半径。

对初级裂缝直径为[*d*_{min},*d*_{max}]范围内积分可得到分叉网络的总体积*V*_n

$$V_{n} = \frac{\pi D_{p} \ell_{0}^{D_{T}} d_{0}^{3-D_{T}}}{4(3 - D_{T} - D_{p})} \cdot \frac{1 - \xi^{m+1}}{1 - \xi} \left[1 - \left(\frac{d_{\min}}{d_{\max}}\right)^{3-D_{T} - D_{p}} \right]$$
(9)

式中, ξ 为比例因子, $\xi = n\alpha^{\delta}\beta^{3-\delta}$, δ 为迂曲度。

将式(9)与渗流区域的总体积 $V = \pi h \left(r_m^2 - r_w^2 \right)$ 相比即可得 裂缝网络的体积分数 f_t 为

$$f_{\rm f} = \frac{V_{\rm f}}{V} = \frac{D_p l_0^{D_r} d_{\max}^{3-D_r}}{4h(3-D_r-D_p)(r_{\rm m}^2-r_{\rm w}^2)} \cdot \frac{1-\xi^{m+1}}{1-\xi} \left[1 - \left(\frac{d_{\min}}{d_{\max}}\right)^{3-D_r-D_p}\right] \quad (10)$$

基质的体积分数 f_m=1-f_r。由于油层由基质和裂缝系统组成,则基质-裂缝网络的等效渗透率 k_e为

$$k_{e} = f_{m}k_{m} + f_{f} \frac{D_{p}d_{max}^{3+D_{T}} \ln\left(\frac{r_{m}}{r_{w}}\right)}{256h(3+D_{T}-D_{p})l_{0}^{D_{T}}} \cdot \frac{1-\gamma}{1-\gamma^{m+1}}$$
(11)

1.2 热力学参数修正

油层由基质和裂缝系统组成,油层由岩石骨架、基质内 流体、裂缝内流体共同构成。油层的体积比热容 M_{1+m} 修正为

$$M_{\rm f+m} = f_{\rm f} M_{\rm f} + (1 - f_{\rm f}) M_{\rm m}$$
 (12)

式中, M_r 为裂缝的体积比热容, 其表达式为

$$M_{\rm f} = C_{\rm k} \rho_{\rm k} \tag{13}$$

式中, M "为基质部分的体积比热容, 其表达式为

 $M_{m} = \phi[\rho_{o}(1 - S_{w})C_{o} + \rho_{w}S_{w}C_{w}] + (1 - \phi)\rho_{r}C_{r}$ (14) 式(13)、(14)中, $\rho_{r}C_{r}S$ 为物质的密度、定压比热容、饱和度, 下标 o, w, r, k分别代表原油、水、岩石、裂缝内流体; ϕ 为 油层基质的孔隙度。

油层的导热系数 K_{f+m} 修正为

$$K_{\rm f+m} = f_{\rm f} K_{\rm f} + (1 - f_{\rm f}) K_{\rm m}$$
(15)

式中, $K_{\rm f}$ 为裂缝的导热系数; $K_{\rm m}$ 为基质的导热系数,表达式为

$$K_{\rm m} = \phi(\rho_{\rm o}(1-S_{\rm w})K_{\rm o} + \rho_{\rm w}S_{\rm w}K_{\rm w}) + (1-\phi)\rho_{\rm r}K_{\rm r}$$
(16)
式中,K为物质的导热系数。

2 蒸汽驱加热半径

2.1 物理模型

根据工程实际认识,稠油油藏的加热范围内的温度分布 并不是等温分布,而裂缝性的稠油油藏注蒸汽驱,由于天然 裂缝的存在,形成优势通道,有利于热流体的快速进入,那么 对流项的作用将变得更加突出,在热能量微分方程中不仅有 热传导项,还有热对流项。

物理模型:温度为 T_s 的蒸汽,以常速率 Q_s 注入井筒半径 r_s 的注入井,蒸汽向以井口为中心的圆柱形油层区域扩散, 油层初始温度为 T_c ,假设油层的厚度为h=2b,那么油层在垂 向上的坐标范围是 $-b \le z \le b$;当 $z=\pm b$ 时,是油层和顶盖的 交界面;当z > b和z < -b时,是顶盖层和底盖层;由于顶底盖 层内无孔隙度,考虑顶底盖层的热传递方式仅为热传导。

2.2 数学模型

考虑充分发展的传热情形,油层区域的二维柱坐标系下的非稳态能量微分方程为

$$bc_{m}\rho_{m}\frac{\partial T_{1}}{\partial t} + bC_{s}\rho_{s}u_{s}\frac{1}{r}\frac{\partial(rT_{1})}{\partial r} = K_{2}\left(\frac{\partial T_{2}}{\partial z}\right)_{z=b}$$
(17)

式中, T_1 , T_2 分别为裂缝油层和顶底层的温度; C_s 为水蒸气 定压比热容; ρ_s 为水蒸气密度; u_s 为蒸汽流动速度; K_2 为顶 底层导热系数。

对于顶盖层,只考虑由油层在垂直方向的热传导,热源 来自于油层边界的热源,那么二维柱坐标系下的非稳态能量 微分方程为

$$K_2\left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2}\right) = C_2 \rho_2 \frac{\partial T_2}{\partial t}$$
(18)

蒸汽渗流速度 u_s 为

$$u_{s} = \frac{Q_{s}}{2\pi rh} = \frac{k_{e}}{\mu(T)} \cdot \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r} = \frac{k_{e}}{\mu(T)} \cdot \frac{P_{w} - P_{e}}{\ln(r_{w}/r_{m})} \cdot \frac{1}{r}$$
(19)

式中, $\mu(T)$ 为蒸汽黏度,随着蒸汽温度变化而有微弱的变化; P。为地层压力; P、为蒸汽注入压力。

通过式(19)的渗流方程,将对流传热场和渗流场联立, 形成一个运动和传热的耦合场。

2.3 计算过程

令
$$\alpha = \frac{4K_2 t}{h^2 \rho_1 c_1}, \beta = \frac{4K_2 r^2}{h^2 \rho_s C_s u_s}, \eta = \frac{z}{b}$$
,对式(17)和(18)进

行无量纲化,式(17)变为

$$\frac{\partial T_1}{\partial \alpha} + \frac{1}{\beta} \cdot \frac{\partial (\beta T_1)}{\partial \beta} = \frac{K_2}{b} \left(\frac{\partial T_2}{\partial \eta} \right)_{z=b}$$
(20)

式(18)变为

$$A\frac{\partial^2 T_2}{\partial \eta^2} = \frac{\partial T_2}{\partial \alpha}$$
(21)

初始条件为

$$\alpha = 0 \quad T_1 = T_2 = \begin{cases} T_s \ \beta < 0 \\ T_r \ \beta > 0 \end{cases}$$
(22)

对式(21)、(22)两个微分方程求解析解^[7]:先对T₂进行2 次拉普拉斯变换,第一次变换是对无量纲距离β进行积分,

51



积分区域是 -∞ < β < +∞,第二次转换是对无量纲时间 α 进行 积分,积分区域是 α>0,得到: $f = \int_0^{+\infty} e^{-\alpha} d\alpha \int_0^{+\infty} (T_s - T_2) e^{-\beta} d\beta$ 式(20)和(21)变为

$$(p+s)f - \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}\eta} - \frac{T_s}{p} = 0 \tag{23}$$

$$\lambda \frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}\eta^2} = sf - \frac{T_s}{p} \tag{24}$$

由式(23)和(24)可得

$$f = \frac{T_s}{ps} - \frac{T_s e^{(-|\eta| \sqrt{s/\lambda})}}{s(p+s+\sqrt{s/\lambda})}$$

逆变换得到

$$p = \frac{T_s}{s} [1 - e^{(1 - \eta \sqrt{s/\lambda}) - (s + \sqrt{s/\lambda})\beta]} U(\beta)]$$

式中 $U(\beta)$ 为单元函数, $U(\beta) = \begin{cases} 0, \beta < 0 \\ 1, \beta > 0 \end{cases}$ 。因此当 $\beta < 0$,

$$T_{2} = T_{s}; \beta > 0, T_{2} = T_{r} + (T_{s} - T_{r})L^{-1} \left[e^{-s\beta} \frac{e(1 - |\eta| - \beta)\sqrt{s/\theta}}{s} \right]$$

通过Carslaw和Jaeger的方法^[13], $\beta > 0$ 时,有

$$T_{2} = T_{r} + (T_{s} - T_{r}) \operatorname{erfc}\left[\frac{\beta + |\eta| - 1}{2\sqrt{\lambda(\alpha - \beta)}}\right] U(\alpha - \beta)$$
(25)

在油层内的温度分布的解析解为

$$T_{1} = T_{r} + (T_{s} - T_{r}) \operatorname{erfc}\left[\frac{\beta}{2\sqrt{\lambda(\alpha - \beta)}}\right] U(\alpha - \beta)$$
(26)

当油层温度受注入蒸汽的影响而加热到比地层温度高 1℃时,可以认为此时的离井距离为油层的加热半径。

3 结果与讨论

运用 Matlab 软件辅助计算, 对油层的温度进行影响因素 分析。设天然裂缝参数如下: 分形维数 D_p = 1.2, 迂曲度维数 D_r = 1.2, 裂缝总长度 l =50 m, 井筒半径 0.1 m, 油井渗流半径 50 m, 最大裂缝宽度 0.1 m, 分叉数 n=2, 分叉级数 m=2, 通过 式(1)~(8)计算得到裂缝的相对渗透率 41.5 μ m², 通过式 (10)计算得到裂缝体积系数为 0.45%, 给定地层基质渗透率 300×10⁻³ μ m², 通过(11)式计算得到裂缝-基质的油层有效渗 透率为 478 ×10⁻³ μ m²。

3.1 注气时间对温度分布的影响

固定上述参数,改变注气天数研究注气时间对温度变化 的影响,图3给出不同注气时间下离井距离和温度的关系。 如图3可知,油层温度随着离井距离的增大呈现先缓慢降低, 之后迅速降低的趋势;注气时间由10d等梯度增加到25d 时,加热半径由20.5m逐步增大到33.0m,地层温度趋势变化 一致,加热半径逐渐增大,但增加的幅度逐步变小。这是由 于注气时间增加,加热面积也会相应增加,由于加热面积等 效为圆形,增加相同的面积,增加的半径逐渐降低。





3.2 分形维数对温度分布的影响

当注气时间为10d,迂曲分形维数为1.0时,其他参数固 定不变,改变裂缝的分形维数来分析其对油井周围地层温度 分布的影响。图4给出无裂缝情况和有裂缝但分形维数逐渐 增加时离井距离和温度的关系。由图4可知,油层温度随着 离井距离的增大呈现先缓慢降低,之后迅速降低的趋势;无 裂缝的油藏,加热半径为15.8m,当存在裂缝,裂缝分形维数 为1.0时,加热半径变为18m,裂缝分形维数等梯度增大到 1.6时,油层加热半径逐步增大到28.5m,增加幅度越来越 大。这是由于分形维数的增大对等效渗透率和裂缝体积都 有增加作用,导致渗流能力呈现指数式增强;利于蒸汽往前 推进,增大了对流传热,增大了加热范围。





Fig. 4 Relationship between the distance from the well and the temperature under different fractal dimensions

52



3.3 迂曲分形维数对温度分布的影响

固定注气时间为10d,分形维数为1.2时,其他参数固定 不变,改变裂缝的迂曲分形维数来分析其对油井周围地层温 度分布的影响。图5给出了无裂缝及有裂缝但迂曲分形维数 不同的情况下离井距离和温度的关系。由图5可知,油层温 度随着离井距离的变化趋势同图3和图4;当存在裂缝,迂曲 分形维数为1.0时,油层加热半径为17.8m;迂曲分形维数等 梯度增大到1.9时,油层加热半径逐步增大到21.5m,增加幅 度越来越大。



图 5 不同迂曲度分形维数下离井距离和温度的关系 Fig. 5 Relationship between the distance from the well and the temperature under different circuity fractal dimensions

图5和图4相比较可以看出,由迂曲分形维数导致加热 半径的增加幅度相比由分形维数导致加热半径的增加幅度 整体偏小。这是由于裂缝分形维数对渗流能力的影响要强 于迂曲分形维数对渗流能力和对流传热的影响,从而分形维 数对油层加热范围的影响要大于迂曲分形维数对油层加热 范围的影响。这可以认为分支裂缝的密度对油层加热范围 的影响要大于分支裂缝的迂曲形态对油层加热范围的影响。

4 结论

 1)基于"点到圆"型树状分形理论,研究树状裂缝的渗流 特性,引入孔隙分形分布、迂曲度及树状分形网络的裂缝储 层模型,得到裂缝的体积系数和裂缝储层的等效渗透率。

2)考虑热对流和热传导共同作用下的能量守恒方程,建 立油层和顶底层两个系统的能量微分方程,联立热流体渗流 方程,进而对方程进行简化,得到裂缝稠油油藏注蒸汽驱温 度分布的解析解,并进行注气时间和裂缝参数对温度分布的 影响研究。

3)通过计算表明,随着注气时间的增加,裂缝分形维数 和迂曲分形维数的增大,储层的裂体积系数和等效渗透率增 大,注蒸汽驱的加热范围也增大;裂缝分形维数对油层加热 范围的影响要强于迂曲分形维数对油层加热范围的影响。

4) 本研究可为后续计算蒸汽驱的产能提供依据,并为现 场注蒸汽驱提供理论指导,譬如针对稠油油藏,可以采用人 工压裂的方法,来增大加热油层的面积;增加人工裂缝的分 形维数(增加分支裂缝密度),可以很好地提高油层的加热 面积。

参考文献(References)

- Marx J W, Langenheim R H. Reservoir heating by hot fluid injection[J]. Petroleum Transactions, AIME, 1959, 216: 312–315.
- [2] Willman B T, Valleroy V V, Runberg G W, et al. Laboratory studies of oil recovery by steam injection[J]. Journal of Petroleum Technology, 1961, 13 (7): 681–690.
- [3] Mandl G, Volek C W. Heat and mass transport in steam-drive processes[J]. Society of Petroleum Engineers Journal, 1969, 9(1): 59–79.
- [4] Poolaci- Darvish M, Tortike W S, Farouq Ali S M. Steam heating of fractured formations containing heavy oil: Basic premises and a singleblock analytical model[C]. SPE Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, Louisiana, September 25–28, 1994.
- [5] 刘学利, 杜志敏, 韩忠艳, 等. 单井蒸汽辅助重力驱启动过程动态预测 模型[J]. 西南石油学院学报, 2004, 26(4): 34-37.
 Liu Xueli, Du Zhimin, Han Zhongyan, et al. The dynamic prediction model of starting process of sw-sagd[J].Journal of Southwest Petroleum
- Institute, 2004, 26(4): 34-37. [6] 刘学利, 杜志敏, 韩忠艳, 等. 裂缝性稠油油藏蒸汽吞吐动态预测模型 [J]. 新疆石油地质, 2003, 24(5): 448-450.

Liu Xueli, Du Zhimin, Han Zhongyan, et al. A model for prediction of fractured heavy oil reservoir performance by steam stimulation process[J]. Xinjiang Petroleum Geology, 2003, 24(5): 448-450.

- [7] Lauwerier H A. The transport of heat in an oil layer caused by the injection of hot fluid[J]. Applied Scientific Research, Section A, 1955, 5(2/ 3): 145–150.
- [8] Cheng A H D, Ghassemi A, Detournay E. Integral equation solution of heat extraction from a fracture in hot dry rock[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2001, 25(13): 1327– 1338.
- [9] 任晔. 单裂隙岩体渗流与传热耦合的解析解与参数敏感度分析[D]. 北 京: 北京交通大学, 2009.

Ren Hua. Evaluation of analytical solution sand parameter sensitivities for coupled flow and heat transfer in single-fractured rocks[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2009.

- [10] 徐鹏. 树状分形分叉网络的输运特性[D]. 武汉: 华中科技大学, 2008.
 Xu Peng. Transportproperties of fractal tree-like branching network[D].
 Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2008.
- [11] Mauroy B, Filoche M, Weibel E R, et al. An optimal bronchial tree may be dangerous[J]. Nature, 2004, 427(6975): 633–636.
- [12] Xu P, Yu B, Feng Y, et al. Analysis of permeability for the fractal-like tree network by parallel and series models[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2006, 369(2): 884–894.
- [13] Carslaw H S, Jaeger J C. Conduction of heat in solids[M]. 2nd ed. Oxford: Oxford University Press, 1986.

(责任编辑 刘志远)