

文章编号 1004-924X(2014)04-0949-07

多站大尺寸测量仪坐标系转换的 Procrustes 方法

王德元^{1,2}, 张晓琳¹, 马 强¹, 王 军¹, 孙和义¹, 唐文彦^{*1}, 邵 江³, 于望竹³

(1. 哈尔滨工业大学 电气工程及自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001;

(2. 吉林铁道职业技术学院, 吉林 吉林市 132001; 3. 北京卫星制造厂, 北京 100190)

摘要:提出了用 7 参数 Procrustes 方法建立了具有尺度因子的 7 参数坐标转换模型对多站大尺寸坐标测量仪坐标数据进行转换。首先,根据大尺寸测量仪坐标转换的原理,建立了 7 参数大尺寸坐标转换的非线性模型,并具体分析了 Procrustes 方法及其对坐标转换的适用性和重心法的转换过程。然后,列出了 7 参数 Procrustes 坐标转换方法的具体算法步骤;最后,利用该方法对一台 Faro 激光跟踪仪在移站前后的实际测量数据进行了坐标转换验证。对所得结果与激光跟踪仪配套软件移站的结果以及重心法的测量结果进行了比较,还利用所得的转换参数对一已知长度的基准尺两端坐标值进行转换验证。结果表明:利用 7 参数 Procrustes 方法得到坐标转换后 x 、 y 、 z 三个轴的最大误差分别为 $24.5 \mu\text{m}$ 、 $42.5 \mu\text{m}$ 和 $32.8 \mu\text{m}$,转换结果的中误差为 $17.1 \mu\text{m}$,远远高于配套软件以及重心法的转换精度。另外,用转换后的坐标值计算基准尺长度的极差为 $36 \mu\text{m}$ 。该坐标转换方法也可用于不同种类的坐标测量仪的数据匹配。

关键词:大尺寸测量仪;坐标系转换;Procrustes 方法;激光跟踪仪;移站

中图分类号:TB92;TN72 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20142204.0949

Procrustes method in coordinate transformation on multi-station of large scale measurement

WANG De-yuan^{1,2}, ZHANG Xiao-lin¹, MA Qiang¹, WANG Jun¹, SUN He-yi¹,
TANG Wen-yan¹, SHAO Jiang³, YU Wang-zhu³

(1. School of Electrical Engineering and Automation, Harbin Institute of
Technology, Harbin 150001, China;

2. Jilin Railway Vocational and Technical College, Jilin 132001, China;

3. Beijing Satellite Manufacture Factory, Beijing 100190, China)

* Corresponding author, E-mail: tangwy@hit.edu.cn

Abstract: A 7 parameter Procrustes method with scale factors was proposed and a coordinate conversion model was established to transform coordinate data for a multi-station in large scale coordinate measurement. First, according to the coordinate transformation principle of large-size measuring instrument, the 7 parameter non-linear model in coordinate transformation was established, the Procrustes method and its applicability for coordinate transformation were analyzed and the transformation process of the center method was introduced. Then, the working steps of the 7 parameter Procrustes algorithm were listed. Finally, this method was used to test and verify the measuring data

收稿日期:2013-12-10;修订日期:2014-01-17.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 61108073)

from a Faro laser tracker. The obtained results were compared with those from the laser tracker supporting software in a transfer station and center method and also the conversion parameters were used to transform the coordinates for both ends of a scale bar with a given length. The results show that the maximum error of the 7 parameters method in three axes of x , y , z are $24.5 \mu\text{m}$, $42.5 \mu\text{m}$ and $32.8 \mu\text{m}$ and the mean error of this method is $17.1 \mu\text{m}$, better than that of the supporting software and the center method. Moreover, the error range of the scale bar's length is $36 \mu\text{m}$ in transformed coordinates of this method. The method is also suitable for other coordinate transform instruments to implement data matching.

Key words: large scale measurement; coordinate transformation; Procrustes method; laser tracker; transfer station

1 引言

坐标转换在大地测绘、航空航天、精密装配等领域都有着广泛的作用,尤其在航天器总装中的应用更为突出,这是因为航天器的形状复杂,且总装精度要求很高。有时用单台单站仪器很难完成测量任务,或者无法保证产品的整体测量精度,必须用多台仪器联合测量^[1,2],这样可以根据不同仪器的测量特点,互相取长补短,或者使用同一台仪器进行移站测量^[3]。由于坐标测量仪器的坐标值都是在各自测站的仪器坐标系下得到的,所以必须将各个测站的坐标值进行转换,以实现坐标统一。

坐标转换精度一方面取决于仪器自身的测量精度,又和坐标转换方法有着直接的关系。在数字化装配、航天总装等实际应用中,经常用到各种仪器坐标系之间、以及仪器坐标系与工件坐标系之间的坐标统一问题^[2,3],现有的坐标转换方法难以满足测量精度的要求。各种仪器的配套软件所提供的坐标转换算法属于商业机密,不给出具体算法和中间过程,只给出最后的结果,因此改善坐标转换算法,提高坐标转换精度,对于完成精确测量是十分必要的。

本文以激光跟踪仪移站为例进行验证,通过与激光跟踪仪配套软件的精度比较来证明方法的正确性及先进性。大尺寸坐标测量仪器主要有:激光跟踪仪、电子经纬仪、激光雷达等。激光跟踪仪作为一种典型的便携式坐标测量仪器,以其精度高,测量速度快而得到了广泛的应用。其典型指标:测角精度为 $1.0''$,测距精度为 $(10 \pm 0.5) \mu\text{m}/\text{m}$,测量精度会随着跟踪头到被测点的距离

增加而降低。为了提高坐标测量的精度,必须进行移站操作,即将激光跟踪仪放置于更合适的测站位置,但这就要求将两个测站的坐标数据统一到一个坐标系下,同时要求坐标转换要有很高的精度。

在坐标转换过程中公共点的选取应该具有全局代表性。传统的三点法^[4,5]解法简单,但是公共点很难覆盖整个测量空间,得到的参数也就很难保证是全局最优的。多点法中最小二乘迭代法可以布置覆盖全局的公共点,但求解过程可能会出现不收敛或者陷入局部最优,不能得到全局最优的转换参数^[6-8]。Procrustes 方法能够将一个系统参数匹配到另一个系统。该方法既可避免对非线性系统的线性化,又可避免计算过程的迭代计算,同时保证最小二乘意义的全局最优解^[9,10]。现有的利用 Procrustes 方法求解坐标转换问题,基本上是首先求出两组公共点坐标重心,接着用公共点坐标减去各自的坐标重心,最后利用奇异值(SVD)分解法求出旋转矩阵,代入旋转矩阵后,求解平移向量^[2,11]。由于尺度因子这一参数在大尺寸坐标测量中鲜有应用,本文称这种方法为重心法。本文提出了 7 参数 Procrustes 方法对多站大尺寸坐标测量仪坐标数据进行转换,该方法可用于同一台坐标测量仪的移站,还可应用于不同坐标测量仪之间的坐标转换,很容易获得坐标转换的全局最优解。

2 坐标转换模型

2.1 大尺寸坐标测量仪坐标转换模型

现有大尺寸测量中的坐标转换模型都是基于旋转矩阵和平移向量的模型,即 3 个角度参数和

3 个平移向量参数的 6 参数模型。由于大尺寸测量的精度高,一般是微米量级,一个参数的微小变化将引起测量结果很大的变化。激光跟踪仪和激光雷达的坐标测量是根据激光测距和角度编码的原理发展而来的,而激光器具有激光波长随环境变化而使改变的现象,波长的微小改变就会对测距产生影响,进而影响坐标的测量精度。电子经纬仪本身在测量坐标过程中需要定标,而定标过程依赖对基线长度的测定精度。为此,本文在 6 参数模型的基础上,提出加入尺度因子参数。尺度因子可以是 3 个,即 3 个方向上的尺度参数各不相同^[12]。由于激光跟踪仪和激光雷达的测量原理都是基于球坐标测量的^[1],而球坐标只有一个距离值和两个角度值,三维坐标均为距离值的一次函数。电子经纬仪的三维坐标表达式也都是基线长度的一次函数,因此,建立了 7 参数大尺寸坐标转换模型。

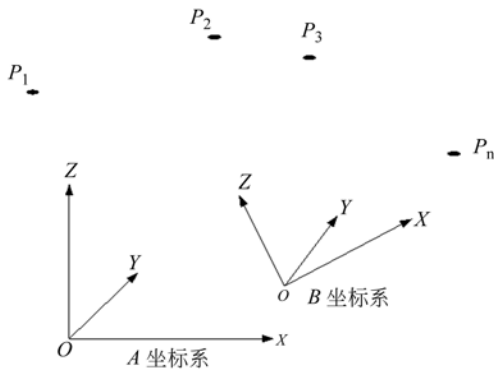


图 1 坐标转换示意图
Fig. 1 Coordinate transformation diagram

坐标测量仪的坐标测量值都是在各自的仪器坐标系下获得的,如图 1 所示,图中两个坐标系 A、B 的中的公共点 P_i 在两坐标系的坐标分别表示为 (x_i, y_i, z_i) 和 (X_i, Y_i, Z_i) ,将 B 坐标系下的坐标测量值转换到 A 坐标系的计算公式为:

$$\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} = \mathbf{SR} \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ x_n & y_n & z_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ X_n & Y_n & Z_n \end{pmatrix} \mathbf{R}^T \mathbf{S} + \mathbf{T}^T + \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ \dots & \dots & \dots \\ e_{n1} & e_{n2} & e_{n3} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

式中: $\begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix}$ 为平移向量 \mathbf{T} , $\mathbf{R} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}$ 为旋

转矩阵,旋转矩阵中各元素分别为:

$$a_1 = \cos \epsilon_Y \cos \epsilon_Z, b_1 = \cos \epsilon_X \sin \epsilon_Z + \sin \epsilon_X \sin \epsilon_Y \cos \epsilon_Z, c_1 = \sin \epsilon_X \sin \epsilon_Z - \cos \epsilon_X \sin \epsilon_Z \cos \epsilon_Y$$

$$a_2 = -\cos \epsilon_Y \sin \epsilon_Z, b_2 = \cos \epsilon_X \cos \epsilon_Z - \sin \epsilon_X \sin \epsilon_Y \sin \epsilon_Z, c_2 = \sin \epsilon_X \cos \epsilon_Z + \cos \epsilon_X \sin \epsilon_Z \sin \epsilon_Y$$

$$a_3 = \sin \epsilon_Y, b_3 = -\sin \epsilon_X \cos \epsilon_Y, c_3 = \cos \epsilon_X \cos \epsilon_Y$$

式中 $\epsilon_X, \epsilon_Y, \epsilon_Z$ 是 Cardan 角。由于大尺寸坐标转换为刚性变换,所以两个坐标系之间的 Cardan 角一经确定就不再改变。由 \mathbf{R} 表达式经过推导可得出: $\mathbf{R}\mathbf{R}^T = \mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{I}_3$, 即 \mathbf{R} 为正交矩阵。

所以,两个坐标系之间转换的未知参数有 3 个平移向量参数 $\mathbf{T} \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$, 三个角度参数 $\mathbf{R} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$, 另外加上一个尺度参数 $\mathbf{S} \in \mathbf{R}^{1 \times 1}$, 一共有 7 个未知参数。

3 7 参数坐标转换的 Procrustes 方法

3.1 7 参数 Procrustes 方法坐标转换原理

Procrustes 方法是一种将一个系统 \mathbf{B} 的参数匹配到另一个系统 \mathbf{A} 的方法,在坐标测量公共点中, \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 具有相同的维数^[9],将两坐标系下公共点写成矩阵形式为:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ x_n & y_n & z_n \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ X_n & Y_n & Z_n \end{pmatrix}$$

式中 $[x_i \ y_i \ z_i]$ 为公共点 i 在 \mathbf{A} 坐标系下的坐标, $[X_i \ Y_i \ Z_i]$ 为公共点 i 在 \mathbf{B} 坐标系下的坐标。将矩阵 \mathbf{B} 通过转换参数转到矩阵 \mathbf{A} 的函数为:

$$\mathbf{A} = \mathbf{F}(\mathbf{S}, \mathbf{R}, \mathbf{T}/\mathbf{B}) + \mathbf{E} = \mathbf{B}\mathbf{R}^T \mathbf{S} + \mathbf{T}^T + \mathbf{E}, \quad (2)$$

公式右上角的 \mathbf{T} 表示矩阵的转置, \mathbf{E} 为误差矩阵,则

$$\mathbf{E} = \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^T \mathbf{S} - \mathbf{T}^T, \quad (3)$$

式(2)改写为:

约束条件为： $\mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{R} \mathbf{R}^T = \mathbf{I}_3$

要求坐标转换误差最小，即要满足：

$$\| \mathbf{E} \|_F^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n | \mathbf{E}_{ij} |^2 = \text{tr}(\mathbf{E}^T * \mathbf{E}) = \min. \tag{5}$$

现有求解坐标转换最优参数的思路是将两待转换公共点坐标重心化，再求坐标间的转换关系^[11,13]。这里首先计算尺度因子 S，根据所有公共点之间的距离之和的比值计算尺度因子：

$$S = \frac{\sum \| dX_{i,j} \|}{\sum \| dx_{i,j} \|} \quad i \neq j, \tag{6}$$

然后分别求两个坐标系下的公共点得重心坐标：

$$\bar{A} = \frac{\sum A}{n}, \bar{B} = \frac{\sum B}{n}, \tag{7}$$

将各公共点平移到以重心位置为原点坐标系中：

$$A_c = A - \bar{A}, B_c = B - \bar{B}, \tag{8}$$

根据目标函数(5)，只需求 $\text{tr}[B_c^T * A_c]$ 的最大值，经过奇异值分解：

$$B_c^T * A_c = u \text{Diag}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) v, \tag{9}$$

计算旋转矩阵 \mathbf{R} ：

$$\mathbf{R} = uv^T, \tag{10}$$

然后回代求出平移向量。

7 参数 Procrustes 方法求解最优化参数的基本思路是：首先用尺度因子 S 和旋转矩阵 \mathbf{R} 表达最优平移向量 \mathbf{T} ，其次用旋转矩阵 \mathbf{R} 表达最优尺度因子 S。这样就避免了平移向量和尺度因子对旋转矩阵的影响^[14]。最后用奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)方法求出旋转矩阵 \mathbf{R} ，再用回代的方法求出尺度因子和平移向量，得到全局最优转换参数。

3.2 7 参数 Procrustes 方法坐标转换步骤

(1)读入待转换的两个坐标系下各公共点的坐标。分别用矩阵 A、B 表示。

(2)代入最优平移向量和最优尺度因子后，得到的矩阵表达式：

$$\mathbf{F} = \mathbf{A}^T \mathbf{C} \mathbf{B}, \tag{11}$$

其中， $\mathbf{C} = I_n - \frac{1}{n} \mathbf{1} * \mathbf{1}^T$

(3)计算旋转矩阵 \mathbf{R} ：

对式(6)进行奇异值分解，

$$\mathbf{F} = \mathbf{U} \text{Diag}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \mathbf{V}^T, \tag{12}$$

则

$$\mathbf{R} = \mathbf{U} \mathbf{V}^T, \tag{13}$$

(4)计算最优尺度因子 S：

$$\mathbf{S} = \frac{\text{tr} \mathbf{A}^T \mathbf{C} \mathbf{B} \mathbf{R}^T}{\text{tr} \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B}}, \tag{14}$$

(5)计算最优平移向量 \mathbf{T} ：

1) 计算偏移量矩阵 \mathbf{P} ：

$$\mathbf{P} = \mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{R}^T \mathbf{S} = \begin{bmatrix} X_{01} & Y_{01} & Z_{01} \\ X_{02} & Y_{02} & Z_{02} \\ \dots\dots\dots & & \\ X_{0n} & Y_{0n} & Z_{0n} \end{bmatrix}. \tag{15}$$

2) 计算平移向量 \mathbf{T} ：

通过(15)式将得到的偏移量进行取平均值，得到在 3 个轴的平移向量：

$$\mathbf{T} = \left[\frac{1}{n} \sum_i X_{0i}, \frac{1}{n} \sum_i Y_{0i}, \frac{1}{n} \sum_i Z_{0i} \right], \tag{16}$$

(6)计算转换后各公共点坐标：

$$\mathbf{B}' = \mathbf{B} \mathbf{R}^T \mathbf{S} + \mathbf{T}^T, \tag{17}$$

(7)计算误差矩阵：

1) 计算转换后各点坐标的误差：

$$\mathbf{E} = \mathbf{B}' - \mathbf{A}, \tag{18}$$

2) 计算测量结果中误差：

$$M = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{E}^T \mathbf{E}) / 3n}, \tag{19}$$

(8)利用得到的 7 个参数，将 \mathbf{B} 坐标系下测得的各点坐标转到 \mathbf{A} 坐标系下，写成齐次坐标公式为：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}'^T \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & X_0 \\ \mathbf{S} \mathbf{R} & & Y_0 \\ & & Z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B}^T \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{20}$$

求出 \mathbf{B}'^T ，即可进一步求出 \mathbf{B} 坐标系下的测量点转换到 \mathbf{A} 坐标系下的坐标。

4 测量实验与结果

利用 FARO 激光跟踪仪对 9 个公共点对 A、B 两站分别测量。其中，A 站测量公共点的数据见表 1，B 站的测量数据见表 2。

表 1 A 站公共点测量数据

Tab. 1 Data of common point in A station (μm)

公共点序号	X 坐标	Y 坐标	Z 坐标
1	-952.045 8	3 260.870 6	-342.491 3
2	43.898 1	3 366.911 7	-339.23
3	-2 528.565 4	4 354.194 2	-365.666 6
4	-1 492.675 8	4 593.338 1	-370.487 3
5	246.974 5	4 598.424 5	-373.313 1
6	1 692.957 7	4 933.662 9	-381.721 5
7	-345.519 8	2 671.939 1	-1 264.664 3
8	3 704.292 7	1 321.294 2	-1 263.908 7
9	-755.584 3	-3 604.544 3	-1 229.301 9

表 2 B 站公共点测量数据

Tab. 2 Data of common point in B station (μm)

公共点序号	x 坐标	y 坐标	z 坐标
1	2 062.218 5	-433.71	-324.091 3
2	2 179.175	-1 428.32	-310.958 1
3	3 138.238 5	1 154.505 4	-357.056 3
4	3 388.769 9	121.308 6	-350.976 3
5	3 412.993 3	-1 618.107 1	-337.350 8
6	3 764.152 2	-3 060.315 8	-330.549
7	1 484.412 4	-1 055.278 5	-1 243.268 2
8	178.458 6	-5 119.516 8	-1 210.686 9
9	-4 796.189 7	-714.188 6	-1 241.284 4

利用激光跟踪仪配套的软件进行移站操作,得到站坐标测量的公共点转换到站坐标的测量值见表 3。

表 3 配套软件移站后测量结果

Tab. 3 Results of transfer station with supporting software (μm)

公共点序号	x 坐标	y 坐标	z 坐标
1	-952.025 3	3 260.862 2	-342.473 6
2	43.901	3 366.889 7	-339.224 8
3	-2 528.555 3	4 354.178 1	-365.687 6
4	-1 492.652 3	4 593.312 5	-370.517 2
5	246.976 7	4 598.400 9	-373.314 5
6	1 692.959 3	4 933.654	-381.738
7	-345.525 3	2 671.910 8	-1 264.650 1
8	3 704.240 1	1 321.343 8	-1 263.913 6
9	-755.596 9	-3 604.472 4	-1 229.288 5

利用重心法进行坐标转换计算,得到 B 站站坐标测量的公共点在站坐标的测量值见表 4。

表 4 重心法测量结果

Tab. 4 Results of transfer station with center method (μm)

公共点序号	x 坐标	y 坐标	z 坐标
1	-952.038 9	3 260.867 9	-342.454 4
2	43.901 8	3 366.904 3	-339.211 3
3	-2 528.612 9	4 354.210 7	-365.690 5
4	-1 492.686 8	4 593.356 9	-370.503 8
5	246.986 1	4 598.447 3	-373.308 4
6	1 693.004 6	4 933.706 0	-381.719 1
7	-345.539 0	2 671.909 9	-1 264.658 7
8	3 704.331 4	1 321.317 1	-1 263.923 8
9	-755.614 3	-3 604.629 1	-1 229.314 7

利用 3.2 所列的 7 参数 Procrustes 方法的步骤计算得到旋转矩阵 \mathbf{R} 、尺度因子 S 以及平移向量的具体数值分别为:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0.010\ 990\ 88 & -0.999\ 895\ 13 & 0.009\ 43071 \\ 0.999\ 928\ 07 & 0.011\ 035\ 55 & 0.004\ 698\ 56 \\ -0.004\ 802\ 18 & 0.009\ 378\ 39 & 0.999\ 944\ 45 \end{bmatrix}$$

$$S = 1.000\ 012\ 917\ 550\ 86$$

$$\mathbf{T} = [-1\ 405.306\ 71; 1\ 205.074\ 64; -4.410\ 19]^T$$

将以上结果代入公式(17),得到将 B 站公共点坐标转换到 A 站坐标系的计算结果见表 5。

表 5 7 参数 Procrustes 方法测量结果

Tab. 5 Results of transfer station with 7 parameter

公共点序号	X 坐标	Y 坐标	Z 坐标
1	-952.027 2	3 260.862 3	-342.458 5
2	43.900 7	3 366.897 4	-339.215 5
3	-2 528.580 8	4 354.191 0	-365.694 3
4	-1 492.668 1	4 593.334 2	-370.507 5
5	246.982 4	4 598.424 5	-373.312 1
6	1 692.982 2	4 933.678 8	-381.722 7
7	-345.535 1	2 671.912 0	-1 264.650 9
8	3 704.283 0	1 321.336 7	-1 263.916 0
9	-755.605 1	-3 604.546 0	-1 229.307 3

配套软件各公共点测量误差如图 2 所示,重心法的测量误差如图 3 所示。7 参数 Procrustes 方法的测量误差如图 4 所示。由图 2、图 3 和图 4 的比较可知,配套软件在 x 、 y 、 z 3 个轴的最大误差分别为:52.6、71.9 和 29.9 μm ;重心法在 3 个轴的最大误差分别为:47.5、84.8 和 36.9

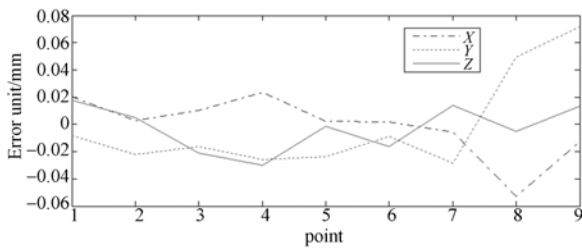


图 2 配套软件移站误差

Fig. 2 Errors of transfer station with supporting software

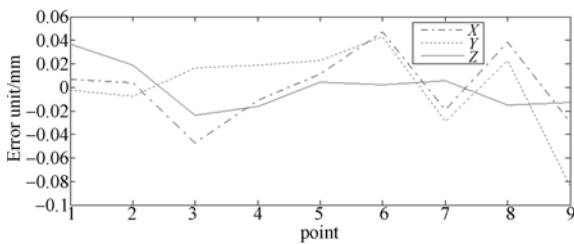


图 3 重心法移站误差

Fig. 3 Errors of transfer station with center method

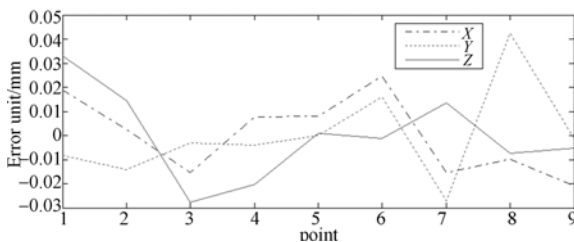


图 4 7 参数 Procrustes 方法移站误差

Fig. 4 Errors of transfer station with 7 parameters Procrustes

μm ; 7 参数 Procrustes 方法得到在 3 个轴的最大误差分别为: 24.5、42.5 和 32.8 μm 。比较可知, 7 参数 Procrustes 方法在 x 轴 y 轴精度均远高于配套软件和重心法的精度, 而三者的 z 轴精度也基本相当。分别计算 3 种坐标转换方法的中误差, 配套软件测量结果的中误差为 25.1 μm , 重心

法转换结果的中误差为 28.7 μm , 7 参数 Procrustes 方法转换结果的中误差为 17.1 μm 。由此可知, 7 参数 Procrustes 方法的坐标转换精度远高于配套软件和重心法的移站精度。

为了进一步验证 7 参数 Procrustes 方法坐标转换的正确性, 将经过国家计量部门检定校准的长度为 $(1\,001.573 \pm 0.005)$ mm 的基准尺放置于测量空间内的 8 个不同位置, 在 B 站坐标系分别测量基准尺的两端坐标。用实验结果中的旋转矩阵、平移向量和尺度因子, 并利用式 (20) 将 B 站测得的各基准尺两端坐标转换到 A 站坐标系下后, 根据两点间距离公式分别计算 8 个不同位置的基准尺的长度, 结果显示基准尺长度的最大正误差为 12 μm , 最大负误差为 -24 μm , 所以测量基准尺长度误差的极差为 36 μm 。而直接利用 B 站坐标系测量值计算 8 个位置基准尺的长度极差为 35 μm , 利用配套软件移站后坐标数据计算得到的极差为 43 μm , 重心法的极差为 48 μm , 从而进一步证明了求得参数的准确性。

5 结 论

本文提出了 7 参数 Procrustes 方法对多站大尺寸坐标测量仪坐标数据进行转换, 并给出了坐标系转换的具体步骤。以激光跟踪仪移站为例, 利用 9 个公共点对两站坐标系进行转换, 得到转换后的坐标值最大误差为 42.5 μm , 大大优于激光跟踪仪配套软件和重心法的移站误差。该方法坐标转换的中误差为 17.1 μm , 较激光跟踪仪配套软件以及重心法的中误差提高近 1/3, 测量 8 个位置基准尺长度的极差为 36 μm 。该方法可以用于同一台坐标测量仪的移站, 还可以应用于不同坐标测量仪之间的坐标转换, 很容易计算出坐标系之间旋转矩阵、平移向量以及尺度因子的相关参数, 获得坐标转换的全局最优解。

参考文献:

- [1] 张春富, 唐文彦, 等. 动态加权在激光跟踪仪球坐标整合中的应用[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2007, 39(9): 1419-1421.
ZHANG CH F, TANG W Y, et al.. Application of dynamic weighting in HVD coordinate integrated

algorithm[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2007, 39(9): 1419-1421.

- [2] 张福民, 曲兴华, 叶声华. 大尺寸测量中多传感器的融合[J]. 光学精密工程, 2008, 16(7): 1236-1240.
ZHANG F M, QU X H, YE SH H. Multiple sensor fusion in large scale measurement[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008, 16(7): 1236-1240.
- [3] 潘国荣, 张鹏, 孔宁. 造船精度控制系统中用移站测

- 量获取点位信息的一种方法[J]. 大地测量与地球动力学, 2010, 30(5): 121-124.
- PAN G R, ZHANG P, KONG N. A station-moving measurement method for acquiring point position information in precision control system for ship building [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2010, 30(5): 121-124.
- [4] ZÁVOTI J, JANCSÓ T. The solution of the 7-Parameter datum transformation problem with and without the grobner basis[J]. *Acta Geod. Geoph. Hung.*, 2006, 41(1): 87-100.
- [5] WANG Z, MAROPOLOUS P G. Real-time error compensation of a three-axis machine tool using a laser tracker [J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2013: 1-15.
- [6] 陈义, 陆珏. 以三维坐标转换为例解算稳健总体最小二乘方法[J]. 测绘学报, 2012, 41(5): 715-722.
- CHEN Y, LU Y. Performing 3D similarity transformation by robust total least squares[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2012, 41(5): 715-722.
- [7] 周维虎, 丁蕾, 等. 光束平差在激光跟踪仪系统精度评定中的应用[J]. 光学精密工程, 2012, 20(4): 851-857.
- ZHOU W H, DING L, et al.. Application of bundle adjustment to accuracy evaluation of laser tracker [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(4): 851-857.
- [8] OKWUASHI O, EYOH A. 3D coordinate transformation using total least squares [J]. *Academic Research*, 2012, 3: 399-405.
- [9] AWANGE J L, GRAFAREND, et al.. *Algebraic geodesy and geoinformatics*[M]. Springer, 2010.
- [10] 周拥军, 寇新建. 正交 Procrustes 分析及其在旋转矩阵估计中的应用[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2009, 34(8): 996-999.
- ZHOU Y J, KOU X J. Orthogonal procrustes analysis and its application on rotation matrix estimation [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2009, 34(8): 996-999.
- [11] HAN J Y. Noniterative approach for solving the indirect problems of linear reference frame transformations [J]. *Journal of Surveying Engineering*, 2010, 136(4): 150-156.
- [12] PALÁNCZ B, ZALETNYIK P, AWANGE J L, et al.. Extension of the ABC-procrustes algorithm for 3D affine coordinate transformation [J]. *Earth Planets and Space*, 2010, 62(11): 857-862.
- [13] HAN J Y, SOLER T, GUO J. Utilizing non-iterative linear transformations between non-uniformly dilated 3D frames [J]. *Scientific Research and Essays*, 2011, 6(31): 6435-6443.
- [14] GRAFAREND E W, AWANGE J L. Nonlinear analysis of the three-dimensional datum transformation [J]. *Journal of Geodesy*, 2003, 77(1-2): 66-76.

作者简介:



王德元(1972—),男,辽宁朝阳人,博士研究生,2009年于长春工业大学获得硕士学位,主要从事大尺寸几何量测量,多传感器信息融合,精密仪器方面的研究。Email: wangdeyuan@hit.edu.cn

导师简介:



唐文彦(1958—)男,博士,教授,博士生导师,1990年于德国凯泽斯劳滕大学获得博士学位,主要从事大尺寸测量、质量特性、光电信息检测方面的研究。Email: tangwy@hit.edu.cn