

基于子空间方法的非均匀周期刷新和采样系统辨识

王宏伟, 王佳, 夏浩

(大连理工大学 控制科学与工程学院, 辽宁 大连 116024)

摘要: 针对非均匀周期刷新和采样系统的建模问题, 对于含有提升变量的状态空间模型, 提出基于子空间技术的辨识方法. 首先, 通过系统的采样数据建立由 Hankel 矩阵组成的扩展状态空间方程; 然后, 利用斜交投影的原理、方法和奇异值分解, 通过子空间辨识算法确定增广观测矩阵和状态向量, 通过最小二乘法确定模型的参数矩阵; 最后, 通过仿真实例表明了所提出算法的有效性.

关键词: 非均匀周期刷新和采样系统; 状态空间模型; 子空间方法; 多采样率系统; 辨识

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Identification of non-uniform period refresh and sampling system via subspace method

WANG Hong-wei, WANG Jia, XIA Hao

(School of Control Science and Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China. Correspondent: WANG Hong-wei, E-mail: wanghw@dlut.edu.cn)

Abstract: For the modeling issue of non-uniform period refresh and sampling system, the subspace identification method is used to deal with the state space model. First of all, Hankel matrix created by the sampled input and output data is employed to consist with the extended state space equation. Then, the subspace identification with the oblique projection principle and singular value decomposition is used to determine the augmented observation matrix and state vector. The least squares method is proposed to confirm the parameters of the model. Finally, the simulation example demonstrates the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: non-uniform period refresh and sampling system; state-space model; subspace method; multi-rate sampling systems; identification

0 引言

常规递推辨识采用的数据集是均匀采样的, 但在一些情况下只能采集到非均匀采样的数据. 如, 在某些发动机的特性检测中, 采用激光多普勒测速法, 其数据采样周期和发动机循环周期是一致的, 因此在发动机不断变速的过程中可采样得到非均匀的数据^[1]; 在一些工业过程中, 数据经过压缩处理后得到非均匀的数据点^[2]. 在大量的非均匀多采样率系统中, 有一类特殊的非均匀采样系统. 该系统无论是输入非均匀刷新还是输出非均匀采样, 都在一个大时间间隔 T 内重复完成, 因此又称非均匀周期采样系统, 大的时间间隔 T 称为框架周期. 这类系统中, 如果输入非均匀周期刷新, 输出非均匀周期采样系统, 则简称非均匀周期刷新和采样系统. 文献 [3-7] 采用辅助模

型和提升等方法, 研究了这类非均匀采样系统的建模问题. 在非均匀采样系统辨识领域, 文献 [8] 基于递阶辨识原理, 利用非均匀周期采样系统的输入输出数据, 研究了非均匀周期采样系统状态空间模型的辨识问题. 此外, 对于非均匀周期采样系统的研究还涉及滤波^[9]、状态估计^[10]、广义预测控制^[11]等方面. 子空间辨识自 20 世纪 80 年代诞生以来, 已逐渐成为系统辨识的重要分支, 在过程控制方面得到了广泛应用. 子空间辨识与传统辨识方法比较, 具有两个优势: 1) 辨识多输入多输出系统与单输入单输出系统一样, 都是基于状态空间方程, 不需要特殊的模型参数化; 2) 不需要非线性优化, 只需要鲁棒性强的数值计算工具, 如 QR 分解、奇异值分解 (SVD 分解) 等^[4].

本文针对含有提升变量的状态空间模型, 提出了

收稿日期: 2013-03-20; 修回日期: 2013-10-09.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61273098).

作者简介: 王宏伟(1969—), 男, 博士, 从事智能控制、系统建模的研究; 王佳(1984—), 女, 博士, 从事系统辨识、生物医学建模的研究.

基于子空间技术的辨识方法. 所提出方法的主要创新表现在: 1) 利用子空间辨识理论和方法, 针对多输入多输出的非均匀采样系统, 既能够确定模型的参数矩阵, 又能够确定模型的结构. 文献 [12-15] 提出的方法一般针对单输入单输出系统, 对于多输入多输出系统, 是没有能力解决的. 2) 针对含有噪声和干扰的非均匀采样系统, 利用子空间辨识算法 (如奇异值分解等算法) 保证了辨识算法的稳定性.

1 状态空间模型描述

考虑如图 1 所示的非均匀采样系统, 其中 S_c 是一个连续过程, 计算机产生离散输入信号 $u(kT + t_i)$, $i = 1, 2, \dots, p$. 经过非均匀零阶保持器 H_r 生成一个连续信号 $u(t)$ 作为连续过程 S_c 的输入, 受噪声影响的输出 $y(t)$ 经过非均匀采样器 S_r 得到离散采样输出信号 $y(kT + t_i)$, $i = 1, 2, \dots, p$. 非均匀零阶保持器 H_r 的刷新时间间隔为 τ_i , $\tau_i := t_i - t_{i-1}$, $t_i := \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_i$, $t_0 = 0$, $t_p = T$, $T := \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_p = t_p$ 称为框架周期. 输出信号 $u(t)$ 可以表示为

$$u(t) := \begin{cases} u(kT), & kT \leq t < kT + t_1; \\ u(kT + t_1), & kT + t_1 \leq t < kT + t_2; \\ \vdots \\ u(kT + t_{p-1}), & kT + t_{p-1} \leq t < (k+1)T. \end{cases}$$

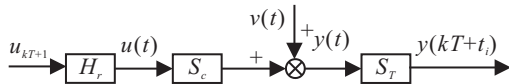


图 1 非均匀采样系统原理

同样, 输出在上述点非均匀采样 p 次, 即 $y(kT + t_i)$, $i = 1, 2, \dots, p$, 得到系统的输入和输出同时也在第 k 个周期 ($kT, kT + T$), $k = 0, 1, \dots$, 并以 $t = kT + t_i$ ($i = 1, 2, \dots, p$) 非均匀刷新和周期采样 p 次. 本文讨论的便是这类输入非均匀周期刷新、输出非均匀周期采样系统的辨识问题. 下面针对连续过程 S_c 的状态空间模型, 给出对应的具有因果关系的非均匀采样系统的离散状态空间模型.

设连续过程 S_c 的状态空间模型为

$$S_c : \begin{cases} \dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c u(t), \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + v(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in R^n$ 为状态向量; $u(t) \in R^r$ 为系统输入; $y(t) \in R^r$ 为系统输出; $v(t) \in R^r$ 为零均值的随机白噪声; A_c, B_c, C 和 D 为适当维数的矩阵. 由上述采样方案可知, 可量测的输入、输出数据为 $u(kT + t_i)$, $y(kT + t_i)$, $i = 1, 2, \dots, p - 1, k = 1, 2, \dots, N$.

将系统 (1) 对 T 离散化, 得到非均匀采样系统的离散状态空间方程为

$$x(kT + T) = e^{A_c T} x(kT) + \sum_{i=1}^p e^{A_c(T-t_i)} \int_0^{\tau_i} e^{A_c t} d\tau B_c u(kT + t_{i-1}) = A_T x(kT) + [B_1 \ B_2 \ \dots \ B_p] \begin{bmatrix} u(kT) \\ u(kT + t_1) \\ \vdots \\ u(kT + t_{p-1}) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

另外, 当 $t = kT + t_i$ 时, 离散的状态空间方程为

$$x(kT + t_i) = e^{A_c t_i} x(kT) + \int_{kT}^{kT+t_i} e^{A_c(kT+t_i-\tau)} B_c u(\tau) d\tau = A_T x(kT) + [B_1 \ B_2 \ \dots \ B_i] \begin{bmatrix} u(kT) \\ u(kT + t_1) \\ \vdots \\ u(kT + t_{i-1}) \end{bmatrix}. \quad (3)$$

此时, 系统输出方程为

$$y(kT + t_i) = Cx(kT + t_i) + Du(kT + t_i) + v(kT + t_i) = C_i x(kT) + [D_1 \ D_2 \ \dots \ D_i \ D] \begin{bmatrix} u(kT) \\ u(kT + t_1) \\ \vdots \\ u(kT + t_i) \end{bmatrix} +$$

$$v(kT + t_i).$$

其中

$$A_T := e^{A_c T}, \quad A_i := e^{A_c t_i},$$

$$C_i := CA_i, \quad D_i := CB_i,$$

$$B_i := e^{A_c(T-t_i)} B_{\tau_i},$$

$$B_{\tau_i} := \int_0^{\tau_i} e^{A_c t} d\tau B_c.$$

通过提升技术, 系统 (1) 可以表示为如下离散状态空间模型:

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ \tilde{y}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_T & B_T \\ C_T & D_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ \tilde{u}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{v}(k) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

其中

$$A_T := e^{A_c T}, \quad B_T := [B_1, B_2, \dots, B_p],$$

$$C_T := [C_1, C_2, \dots, C_p]^T,$$

$$D_T := \begin{bmatrix} D & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ D_1 & D & 0 & \cdots & 0 \\ D_1 & D_2 & D & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ D_1 & D_2 & \cdots & D_{p-1} & D \end{bmatrix},$$

$$\tilde{y}(kT) := \begin{bmatrix} y(kT) \\ y(kT + t_1) \\ \vdots \\ y(kT + t_{p-1}) \end{bmatrix},$$

$$\tilde{u}(kT) := \begin{bmatrix} u(kT) \\ u(kT + t_1) \\ \vdots \\ u(kT + t_{p-1}) \end{bmatrix},$$

$$\tilde{v}(kT) := \begin{bmatrix} v(kT) \\ v(kT + t_1) \\ \vdots \\ v(kT + t_{p-1}) \end{bmatrix}.$$

在实际系统中, 考虑到具有噪声和干扰的影响, 式(4)可以改写为含有不相关噪声 $\{\tilde{w}(kT), \tilde{v}(kT)\}$ 的模型

$$\begin{cases} x(kT + T) = A_T x(kT) + B_T \tilde{u}(kT) + \tilde{w}(kT), \\ \tilde{y}(kT) = C_T x(kT) + D_T \tilde{u}(kT) + \tilde{v}(kT). \end{cases} \quad (5)$$

2 矩阵与投影的定义

2.1 矩阵的定义

针对状态空间方程(5), 给出非均匀多采样率离散系统的输出方程形式

$$Y_f = \Gamma_i X_i + H_i^d U_f + H_i^s M_f + N_f. \quad (6)$$

其中

$$\Gamma_i := [C_T \ C_T A_T \ C_T A_T^2 \ \cdots \ C_T A_T^{i-1}]^T, \quad (7)$$

$$H_i^d :=$$

$$\begin{bmatrix} D_T & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ C_T B_T & D_T & 0 & \cdots & 0 \\ C_T A_T B_T & C_T B_T & D_T & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_T A_T^{i-2} B_T & C_T A_T^{i-3} B_T & C_T A_T^{i-4} B_T & \cdots & D_T \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$H_i^s := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ C_T & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ C_T A_T & C_T & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_T A_T^{i-2} & C_T A_T^{i-3} & C_T A_T^{i-4} & \cdots & 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

输入和输出的Hankel矩阵分别为

$$U_{0|i-1} := \begin{bmatrix} \tilde{u}_0 & \tilde{u}_1 & \cdots & \tilde{u}_{j-1} \\ \tilde{u}_1 & \tilde{u}_2 & \cdots & \tilde{u}_j \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{u}_{i-1} & \tilde{u}_i & \cdots & \tilde{u}_{i+j-2} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$Y_{0|i-1} := \begin{bmatrix} \tilde{y}_0 & \tilde{y}_1 & \cdots & \tilde{y}_{j-1} \\ \tilde{y}_1 & \tilde{y}_2 & \cdots & \tilde{y}_j \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{y}_{i-1} & \tilde{y}_i & \cdots & \tilde{y}_{i+j-2} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

为了表达方便, 给出如下定义:

$$U_p := U_{0|i-1}, \quad U_f := U_{i|2i-1},$$

$$Y_p := Y_{0|i-1}, \quad Y_f := Y_{i|2i-1},$$

$$W_p := \begin{bmatrix} Y_p \\ U_p \end{bmatrix} = W_{0|i-1} = \begin{bmatrix} Y_{0|i-1} \\ U_{0|i-1} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

其中 p 和 f 分别为过去和将来. 由此得到过程噪声 \tilde{w}_k 和 \tilde{v}_k 的Hankel矩阵, 分别记作 $M_{0|i-1}$ 、 $M_{i|2i-1}$ 、 $N_{0|i-1}$ 和 $N_{i|2i-1}$, 简记为 M_p 、 M_f 、 N_p 和 N_f . 定义状态序列 X_i 为

$$X_i := [x_i \ x_{i+1} \ x_{i+2} \ \cdots \ x_{i+j-1}]. \quad (13)$$

2.2 投影的定义

定义1 矩阵 A 的行空间在矩阵 B 行空间上的正交投影为

$$A/B = AB^+B. \quad (14)$$

定义2 矩阵 A 的行空间在矩阵 B 行空间的正交补空间上的正交投影为

$$A/B^\perp = A - AB^+B. \quad (15)$$

其中: 矩阵 $A \in R^{p \times j}$, 矩阵 $B \in R^{q \times j}$; “+” 为矩阵的 Moore-Penrose 伪逆; B^\perp 为 B 的行空间正交补空间, $(B^\perp)^T B = 0$.

3 基于子空间方法的辨识

子空间的辨识算法一般包含两个重要步骤: 1) 对第2节中定义的Hankel矩阵加权投影, 对投影进行奇异值分解, 得到观测矩阵 Γ_i 或者状态序列 X_i 的估计 \hat{X}_i ; 2) 通过投影分解得到的观测矩阵 Γ_i 或者状态序列 X_i 的估计 \hat{X}_i , 确定系统矩阵 (A_T, B_T, C_T) 和 D_T 系统噪声的协方差矩阵 Q 、 S 和 $R^{[4]}$.

下面利用子空间辨识方法实现模型(5)中参数的估计. 通过投影获得系统的状态估计, 基于此构造一个最小二乘, 求解 A_T 、 B_T 、 C_T 、 D_T 等矩阵. 利用定义1和定义2, 将 Y_f 的行空间正交投影到 U_f 的行空间正交补空间 U_f^\perp 上, 即

$$Y_f/U_f^\perp = \Gamma_i X_i/U_f^\perp + H_i^s M_f/U_f^\perp + N_f/U_f^\perp. \quad (16)$$

由于输出与噪声是不相关的,有

$$\begin{aligned} M_f/U_f^\perp &:= M_f, \\ N_f/U_f^\perp &:= N_f. \end{aligned}$$

由此得到

$$\begin{aligned} Y_f/U_f^\perp &= \\ \Gamma_i X_i/U_f^\perp + H_i^s M_f + N_f. \end{aligned} \quad (17)$$

选择合适的加权矩阵 W_1 和 W_2 , 分别左乘和右乘式 (17) 的两端, 得到

$$\begin{aligned} W_1 Y_f/U_f^\perp W_2 &= \\ \underbrace{W_1 \Gamma_i}_{1} \underbrace{X_i/U_f^\perp}_{2} \underbrace{W_2}_{3} + \underbrace{W_1(H_i^s M_f + N_f)}_{3} W_2. \end{aligned} \quad (18)$$

W_1 和 W_2 需满足如下条件:

- 1) $W_1 \Gamma_i$ 的秩等于 Γ_i 的秩;
- 2) $X_i/U_f^\perp W_2$ 的秩等于 W_1 的秩;
- 3) $W_1(H_i^s M_f + N_f)W_2 = 0$.

如果满足上述条件, 则定义矩阵 O_i 为

$$O_i = \frac{W_1 Y_f}{U_f^\perp W_2} = \frac{W_1 \Gamma_i X_i}{U_f^\perp W_2}. \quad (19)$$

对 O_i 进行 SVD 分解, 得到

$$O_i = [U_1 \ U_2] \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix}, \quad (20)$$

于是得到

$$\begin{aligned} W_1 \Gamma_i &:= U_1 S_1^{1/2}, \\ X_i/U_f^\perp W_2 &:= S_1^{1/2} V_2^T. \end{aligned}$$

由文献 [12] 可知, 选取恰当的权矩阵 W_2 , 可得到系统状态序列的卡尔曼滤波估计

$$\hat{X}_i = X_i/U_f^\perp W_2.$$

基于子空间的辨识算法步骤如下.

Step 1: 计算 O_i 和 O_{i+1} , 分别为

$$\begin{aligned} O_i &= W_1 Y_f/U_f^\perp W_2, \\ O_{i+1} &= \bar{W}_1 Y_{i+1|2i-1}/U_{i+1|2i-1}^\perp \bar{W}_2. \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} W_1 &:= I_{1i}, \quad W_2 := (W_p/U_f^\perp)^+ W_p, \\ \bar{W}_1 &:= I_{1i-1}, \quad \bar{W}_2 := (W_{0|i}/U_{i+1|2i-1}^\perp)^+ W_{0|i}. \end{aligned}$$

Step 2: 对 O_i 进行奇异值分解, 得到

$$O_i = [U_1 \ U_2] \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix}.$$

Step 3: 根据 S_1 中非零奇异值的大小关系确定系统阶数.

Step 4: 计算 Γ_i 和 Γ_{i-1} , 有

$$\Gamma_i = W_1^+ U_1 S_1^{1/2}, \quad \Gamma_{i-1} = \Gamma_i,$$

其中 Γ_i 为由 Γ_i 前 $(i-1) \times 1$ 行数据组成的矩阵.

Step 5: 计算状态变量序列

$$\hat{X}_i = \Gamma_i^+ O_i, \quad \hat{X}_{i+1} = \Gamma_{i-1}^+ O_{i+1}.$$

Step 6: 通过最小二乘估计系统的参数, 包括确定矩阵 A_T 、 B_T 、 C_T 和 D_T .

Step 7: 由残差值得到噪声协方差矩阵 Q 、 S 和 R .

4 仿真算例

考虑仿真对象的传递函数为

$$S_c = \frac{s + 0.8}{s^2 + 0.8s + 0.8}.$$

取

$$p = 2, \quad \tau_1 = \sqrt{2} - 1 \text{ s}, \quad \tau_2 = \sqrt{2} - 1 \text{ s},$$

则

$$t_1 = \tau_1 = \sqrt{2} - 1 \text{ s}, \quad t_2 = \tau_1 + \tau_2 = T = 1 \text{ s}.$$

非均匀采样系统的离散状态空间模型为

$$\begin{aligned} x(kT + T) &= \\ \begin{bmatrix} 0.22659 & -0.48086 \\ 0.60107 & 0.70745 \end{bmatrix} x(kT) + \\ \begin{bmatrix} 0.15403 & 0.44665 \\ 0.22129 & 0.14444 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(kT) \\ u(kT + t_1) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\tilde{y}(kT) =$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 0.8 \\ 0.93905 & 0.47557 \end{bmatrix} x(kT) + \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.40553 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(kT) \\ u(kT + t_1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v(kT) \\ v(kT + t_1) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

仿真时, 输入 $\{u(kT + t_i), i = 0, 1, \dots, p-1\}$, 采用零均值方差为 1 的不相关可测随机变量序列, $v(kT)$ 和 $v(kT + t_1)$ 采用不同噪声方差和信噪比, 即

$$\begin{aligned} \sigma^2 = 0.1^2, \quad \delta_{n_s} = 17.18\%; \\ \sigma^2 = 0.15^2, \quad \delta_{n_s} = 31.54\%. \end{aligned}$$

且零均值方差为 σ^2 的白噪声序列. 选取模型阶数初值为 10.

在噪声的方差为 $\sigma^2 = 0.1^2$, 信噪比为 $\delta_{n_s} = 17.18\%$ 时, 模型的奇异值为 0.383 1, 0.095 9, 0.002 5, 0.000 9, 0.000 8, 0.000 8, 0.000 7, 0.000 6, 0.000 6, 0.000 5. 显然, 第 1 个值和第 2 个值最大, 其余值接近零; 当噪声方差为 $\sigma^2 = 0.15^2$, 信噪比为 $\delta_{n_s} = 31.54\%$ 时, 模型的奇异值为 0.385 3, 0.091 8, 0.018 7, 0.003 8, 0.003 5, 0.003 3, 0.003 1, 0.002 4, 0.002 2, 0.002 0. 同样, 第 1 个值和第 2 个值最大, 其余值接近零. 因此, 选取模型阶数为 2 阶. 之后, 在噪声不同方差和信噪比下, 进行 50 次蒙特-卡罗实验, 每次实验选取不同的噪声序列, 但每次输入相同. 实验数据长度

$j = 3000$, 数据行块数 $i = 10$, 估计模型的参数, 给出 Bode 频率特性曲线如图 2 和图 3 所示.

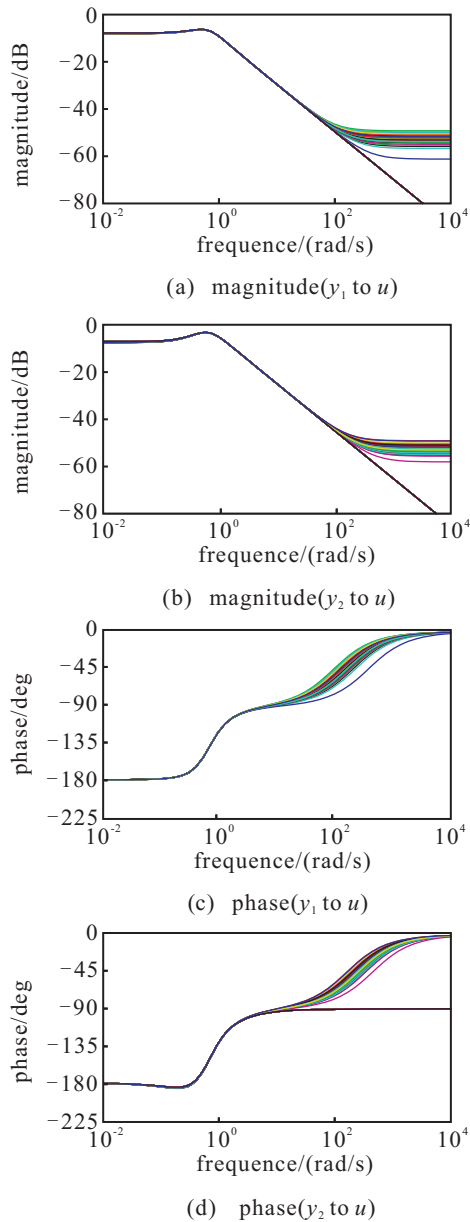


图 2 信噪比 $\delta_{n,s} = 17.18\%$ 估计模型的 Bode 图

显然, 当噪声的方差为 $\sigma^2 = 0.1^2$, 信噪比为 $\delta_{n,s} = 17.18\%$ 时, 辨识模型的低频段较好地跟踪了原非均匀多采样率系统在低频段的变化趋势, 偏差很小; 当噪声的方差为 $\sigma^2 = 0.15^2$, 信噪比为 $\delta_{n,s} = 31.54\%$ 时, 辨识模型的低频段仍能跟踪原非均匀多采样率系统在低频段的变化趋势, 偏差仍很小.

图 4 和图 5 分别为在不同信噪比下, 对于状态转移矩阵 A 的特征值估计分布图. 图 4 和图 5 中, 直线的交叉点表示矩阵 A 的真实特征值, 可见, 对于复数对 $\{0.4670 \pm 0.4809j\}$ 这两个特征值, 本文算法在不同信噪比下, 给出的估计能够围绕真实系统的特征值均匀分布. 因此, 本文所提出的辨识算法具有一定的鲁棒性, 在高信噪比的情况下仍能跟踪系统的变化.

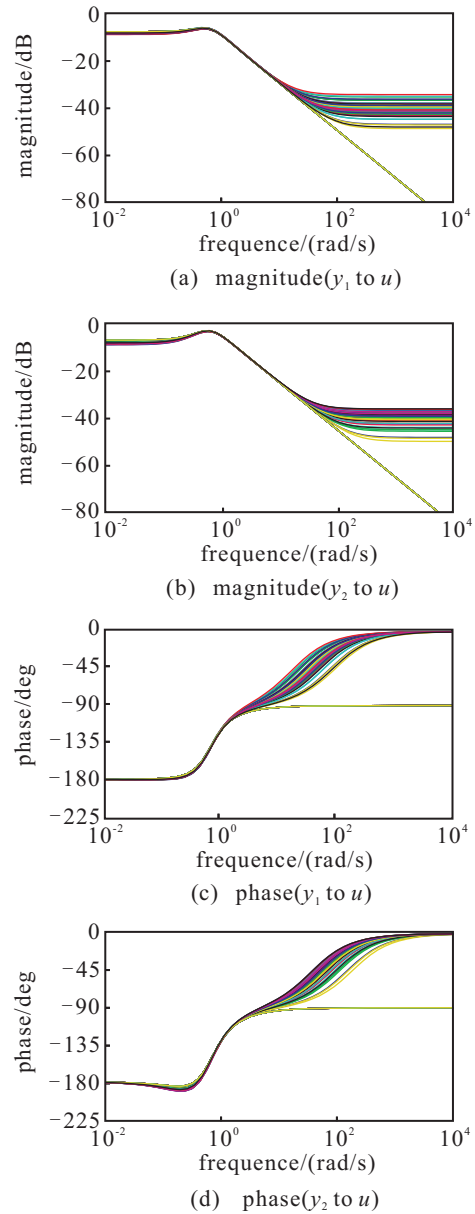


图 3 信噪比 $\delta_{n,s} = 31.54\%$ 估计模型的 Bode 图

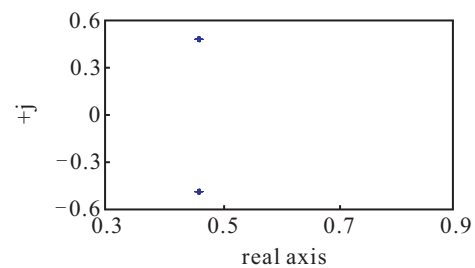


图 4 信噪比 $\delta_{n,s} = 17.18\%$ 的特征值变化

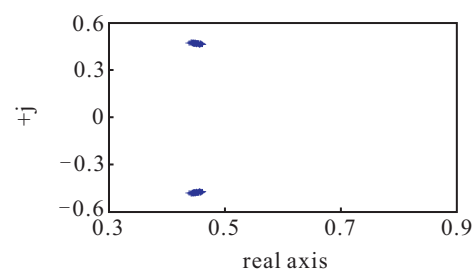


图 5 信噪比 $\delta_{n,s} = 31.54\%$ 的特征值变化

5 结 论

针对非均匀多采样率系统难于辨识的问题, 本文由机理模型入手, 从因果关系上, 通过提升变量解决描述系统的状态空间方程问题. 基于正交投影、斜交投影等算子, 利用子空间方法估计了状态空间方程的系数矩阵, 达到了建模的目的. 仿真分析表明, 所提出的方法具有简单、便捷、鲁棒性强等特点.

参考文献(References)

- [1] Boubal O, Lahalle E, Nita L. Engine dynamics identification in the case of non-uniformly sampled data[C]. Proc of IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conf. Baltimore: IEEE, 2000: 1024-1029.
- [2] Li Wei-hua, Sirish L Shah, Xiao De-yun. Kalman filters in non-uniformly sampled multirate systems: For FDI and beyond[J]. Automatica, 2008, 44(1): 199-208.
- [3] 刘艳君, 谢莉, 丁锋. 非均匀采样数据系统的 AM-RLS 辨识方法及仿真研究[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(19): 6186-6189.
(Liu Y J, Xie L, Ding F. AM-RLS identification and simulation studies for non-uniformly sampled-data systems[J]. J of System Simulation. 2009, 21(19): 6186-6189.)
- [4] 谢莉, 丁锋. 非均匀采样数据系统的一种辨识方法[J]. 控制工程, 2008, 15(4): 402-405.
(Xie L, Ding F. Identification method for non-uniformly sampled-data systems[J]. Control Engineering of China, 2008, 15(4): 402-405.)
- [5] Xie Y J, Liu H Z, Yang F D. Modelling and identification for non-uniformly periodically sampled-data systems[J]. IET Control Theory and Applications, 2010, 4(5): 784-794.
- [6] Ding Feng, Qiu Li, Chen Tong-wen. Reconstruction of continuous-time systems from their non-uniformly sampled discrete-time systems[J]. Automatica, 2009, 45(2): 324-332.
- [7] 刘艳君. 一类非均匀采样数据系统的递推最小二乘类辨识[D]. 无锡: 江南大学, 2009.
(Liu Y J. Recursive least squares type identification methods for a class of non-uniformly sampled-data systems[D]. Wuxi: Jiannan University, 2009.)
- [8] 丁锋, 陈通文, 萧德云. 非均匀周期采样多率系统的一种辨识方法[J]. 电子学报, 2004, 32(9): 1414-1420.
(Ding F, Chen T W, Xiao D Y. Identification of non-uniformly periodically sampled multirate systems[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(9): 1414-1420.)
- [9] Garcia M, Chatterjee A, Ruina A. Efficiency, speed and scaling of two dimensional passive-dynamic walking[J]. Dynamics and Stability of Systems, 2000, 15(2): 75-99.
- [10] Collins S H, Wisse M, Ruina A. A three-dimensional passive dynamic walking robot with two legs and knees[J]. Int J of Robotics Research, 2001, 20(7): 607-615.
- [11] Donelan J M, Shipman D W, Kram R, et al. Mechanical and metabolic requirements for active lateral stabilization in human walking[J]. J of Biomechanics, 2004, 37(6): 827-835.
- [12] 李幼凤, 苏宏业, 褚健. 工业过程的子空间模型辨识[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(5): 687-692.
(Li Y F, Su H Y, Chu J. Subspace model identification for Industrial process[J]. Control Theory & Applications, 2007, 24(5): 687-692.)
- [13] 李幼凤, 苏宏业, 褚健. 子空间模型辨识方法综述[J]. 化工学报, 2006, 57(3): 473-479.
(Li Y F, Su H Y, Chu J. Overview on subspace model identification methods[J]. J of Chemical Industry and Engineering, 2006, 57(3): 473-479.)
- [14] 王新, 吕剑虹, 向文国. 一种改进的子空间辨识方法在热工过程中的应用[J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(32): 96-102.
(Wang X, Lv J H, Xiang W G. A modified subspace identification method and its application in thermal process[J]. China J for Electronic Engineering, 2010, 30(32): 96-102.)
- [15] Ni Bo-yi, Xiao De-yun. Continuous state space model identification for multi-rate systems and its application in industrial process data compression[C]. Proc of the 3rd Int Conf on Symposium on Advanced Control of Industrial Processes. Jasper: IEEE, 2008: 341-346.

(责任编辑: 郑晓蕾)