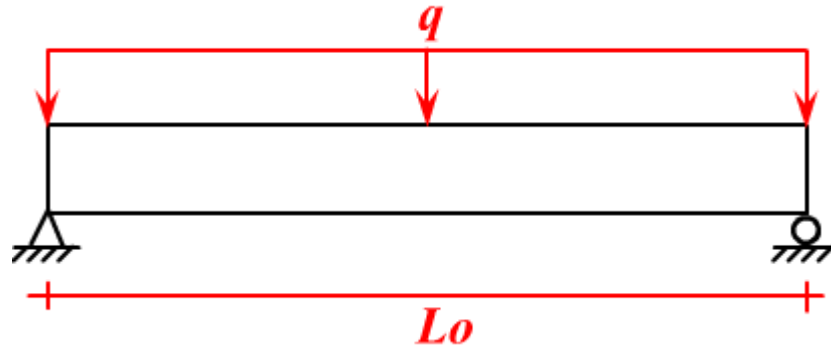


8.1.1 截面弯曲刚度的概念及定义

图为一匀质弹性材料梁受均布荷载



其跨中最大变形，即为挠度 f ，最大弯矩 $M_{\max} = \frac{1}{8}qL_0^2$

$$f = \frac{5qL_0^4}{384EI} = \frac{5}{48} \cdot \frac{M_{\max} L_0^2}{EI}$$

截面的惯性矩

材料弹性模量

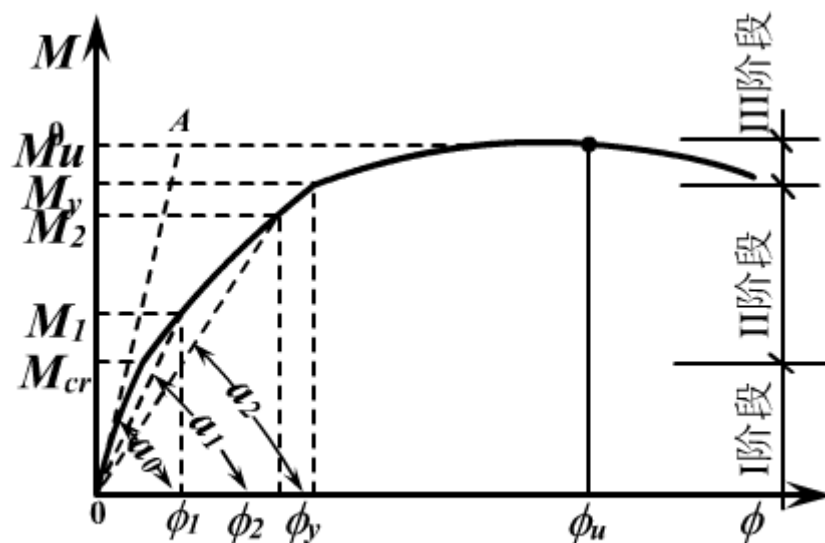
上式写成一般式为 $f = S \cdot \frac{M_{\max} \cdot L_0^2}{EI} = Sf \cdot L_0^2$

式中: $f \frac{M_{\max}}{EI}$ --称为截面的曲率, 单位长度上的转角

S --挠度系数, 由表9-1知

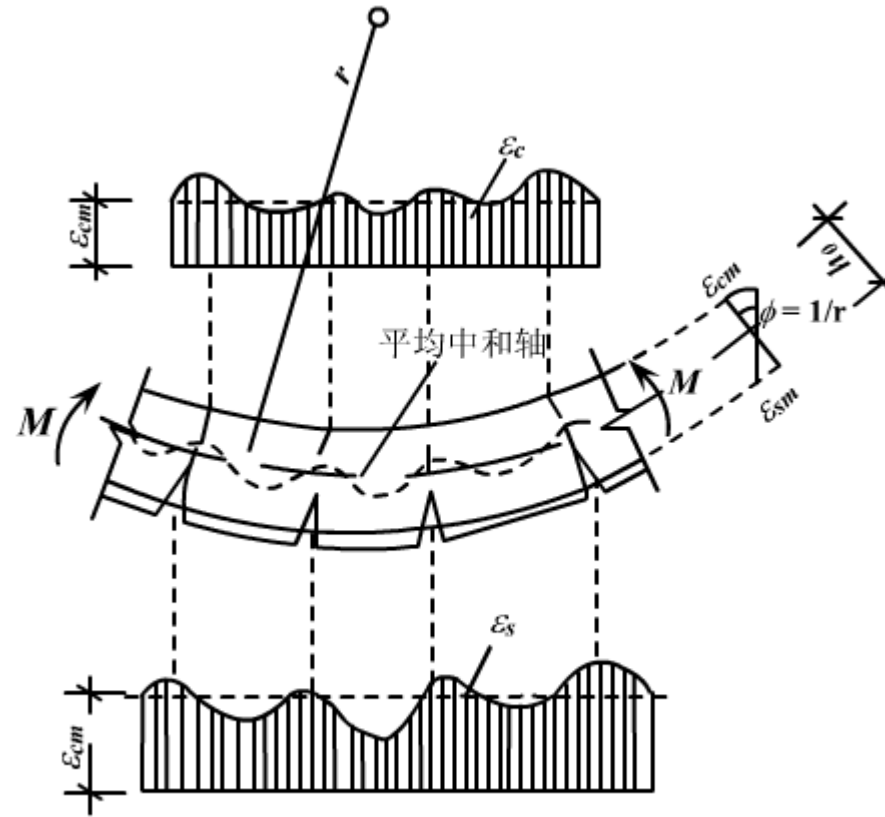
$EI = \frac{M_{\max}}{f}$ --截面弯曲刚度 (以后记 $B = EI$)

作为弹性材料, 截面几何特征及材性已知, EI 即为常数,
也即 f 同 q 成正比 (或同 M 呈线性关系), 或 M_{\max} 与 f 呈线性关系



适筋梁 $M-\phi$ 关系曲线

混凝土是非弹性材料，随外载加大，进入塑性，导致开裂退出工作



梁纯弯段内各截面应变及裂缝分布

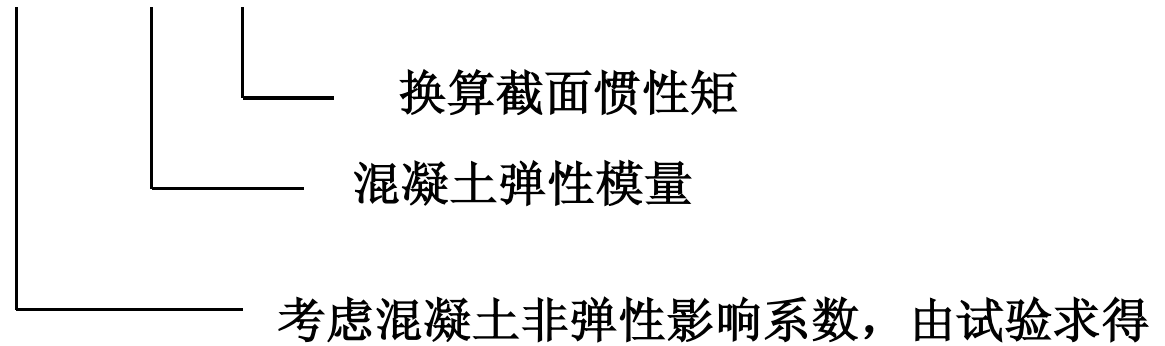
显然此时 I 在变小，截面各个位置不同 $\rightarrow I$ 也不同，无法用 EI 算

8.1.2 截面弯曲刚度计算的基本思路

1. 未开裂构件

此时可采用换算截面概念把钢筋混凝土梁视为均质弹性梁，故其弯曲刚度 B 为

$$B = k_1 \cdot E_c I$$



《混凝土规范》取 $K_1 = 0.8$

2. 开裂构件

1) 有效惯性矩法

这是一种经验法，从图9-2知，在纯弯段有的截面开裂，其惯性矩为 I_{cr} ，有的截面没有开裂，惯性矩仍为 I_0 ，作为变形实际上用平均曲率（或平均惯性矩 \bar{I}_0 ）才是符合实际情况， \bar{I}_0 也可以称为有效惯性矩，它可由实验数据统计得到

如美国规范（ACI318）

$$\bar{I}_0 = I_{EFF} = \left\{ \frac{M_{CR}}{M} \right\}^3 I_0 + \left[1 - \left\{ \frac{M_{cr}}{M} \right\}^3 \right] I_{cr} \not\geq I_0$$

$$B = E_c \bar{I}_0$$

另外也可近似地取 $\bar{I}_0 = K_2 \bullet I_0$ 或 $K_3 I_{cr}$

则 $B = K_2 E_c I_0$ ，或 $B = K_3 E_c \bar{I}_{cr}$

例 《公路桥规》，简支梁， $B = 0.85 E_c I_{CR}$ ，超静定结构 $B = 0.67 E_c I_0$

2) 解析刚度法

此时从物理方程，几何方程，静力平衡方程出发，对各影响因素进行分析，

利用 $\frac{M_{MAX}}{f}$ 式来计算 **B** ，《混凝土规范》采用了该方法，下面主要介绍此法。

（即通过曲率计算**B** ）

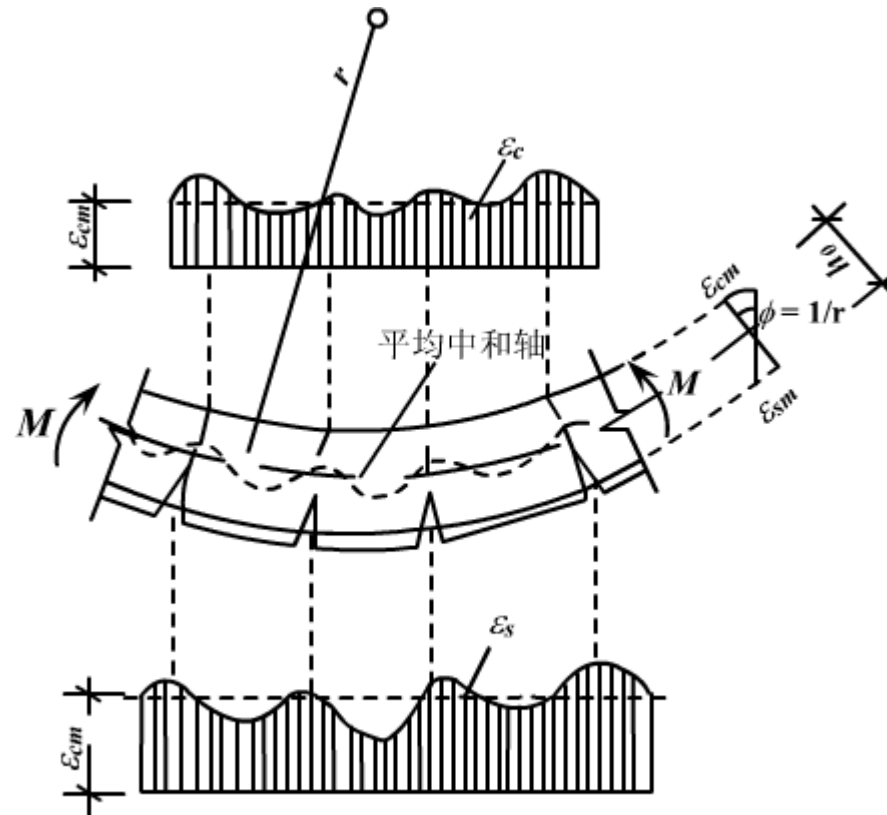
8.1.3 利用解析刚度法计算短期刚度 B_S

截面弯曲刚度在外载长期作用下由于混凝土徐变，它将逐渐减小，

故弯曲刚度又分为荷载短期作用下的截面弯曲刚度 B_S 和考虑荷载长期作用影响的弯曲刚度 B 。

1. 平均曲率

1) 试验研究



梁纯弯段内各截面应变及裂缝分布

结论:

- ①钢筋拉应变和混凝土压应变分布不均匀，裂缝截面处最大；
- ②中性轴呈波浪形变化，裂缝截面处中和轴最高（受压区最小）；
- ③平均应变仍服从平截面假定。

由平截面假定得平均曲率 f 为:

$$f = \frac{1}{r} = \frac{e_{SM} + e_{cm}}{h_0}$$

式中 r --平均曲率半径;

e_{sm}, e_{cm} --分别为纵向受拉钢筋重心处的平均拉应变和受压区边缘混凝土的平均压应变;

h_0 --截面的有效高度。

故

$$B_s = \frac{M_k}{f} = \frac{M_k h_0}{e_{sm} + e_{cm}}$$

式中， M_k 最大弯矩（按荷载标准组合计算）。

2. 裂缝截面的应变 e_{sk} 和 e_{ck}

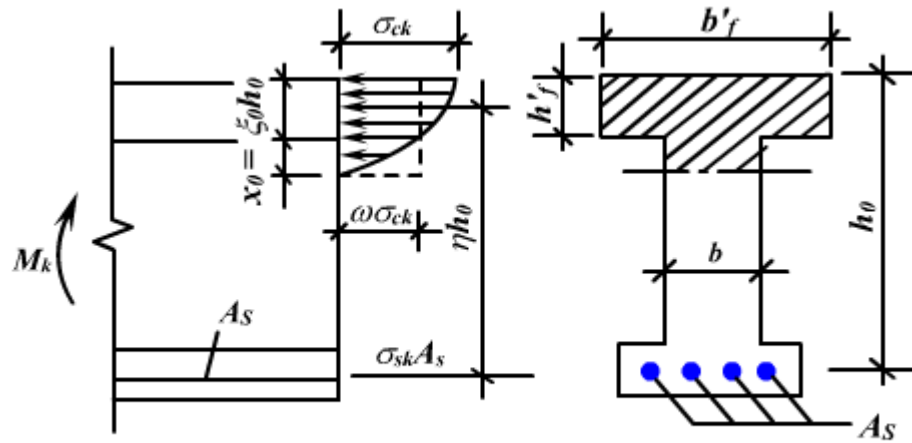
$$e_{sk} = \frac{S_{sk}}{E_s}$$

$$e_{ck} = \frac{S_{ck}}{E_c^1} = \frac{S_{ck}}{\nu \cdot E_c}$$

式中 S_{sk}, S_{ck} --分别为按荷载效应的标准组合作用计算的钢筋拉应力和受压边缘压应力；

E_c^1, E_c --分别为混凝土的变形模量和弹性模量， $E_c^1 = \nu E_c$ ；

ν --弹性特征值。



第 II 阶段裂缝截面的应力图

$$S_{sk} = \frac{M_k}{A_s \cdot h h_0}$$

压区混凝土面积为 $(b_f^1 - b)h_f^1 + bX_0 = (r_f^1 + x_0)bh_0$ ，其中

$r_f^1 = (b_f^1 - b)h_f^1 / bh_0$ (加强系数)，由此得

$$S_{ck} = \frac{M_k}{\underbrace{w \cdot (r_f^1 + x_0)bh_0}_{\text{面积}} \cdot \underbrace{hh_0}_{\text{内力臂}}} = \frac{M_k}{w(r_f^1 + x_0)bh_0^2 \cdot h}$$

压应力图形丰满程度系数

3. 平均应变 e_{sm} 和 e_{cm}

设裂缝间纵向受拉钢筋的拉应变不均匀系数为 γ ,

受压区混凝土边缘压应变不均匀系数为 γ_c ,

则平均应变 e_{sm}, e_{cm} 为

$$e_{sm} = \gamma e_{sk} = \gamma \frac{S_{sk}}{E_s} = \gamma \cdot \frac{M_k}{A_s \cdot h h_0 \cdot E_s}$$

$$e_{cm} = \gamma_c e_{ck} = \gamma_c \frac{S_{ck}}{\nu E_c} = \gamma_c \cdot \frac{M_k}{w(r_f^1 + x_0) h b h_0^2 \nu E_s} = \frac{M_k}{x b h_0^2 \cdot E_c}$$

$$x = \frac{w \nu (r_f^1 + z_0) h}{\gamma_c} \quad \text{--综合系数, 或截面弹塑性抵抗矩系数}$$

4. B_s 的表达式

$$B_s = \frac{M_k h_0}{e_{sm} + e_{cm}} = \frac{M_k h_0}{y \frac{M_k}{A_s h h_0 E_s} + \frac{M_k}{x b h_0^2 E_c}} = \frac{1}{\frac{y}{A_s h h_0^2 E_s} + \frac{1}{x b h_0^3 E_c}}$$

令 $a_E = E_s / E_c$, 则

$$B_s = \frac{E_s A_s h_0^2}{\frac{y}{h} + \frac{E_s A_s h_0^2}{x E_c b h_0^3}} = \frac{E_s A_s h_0^2}{\frac{y}{h} + \frac{a_E r}{x}}$$

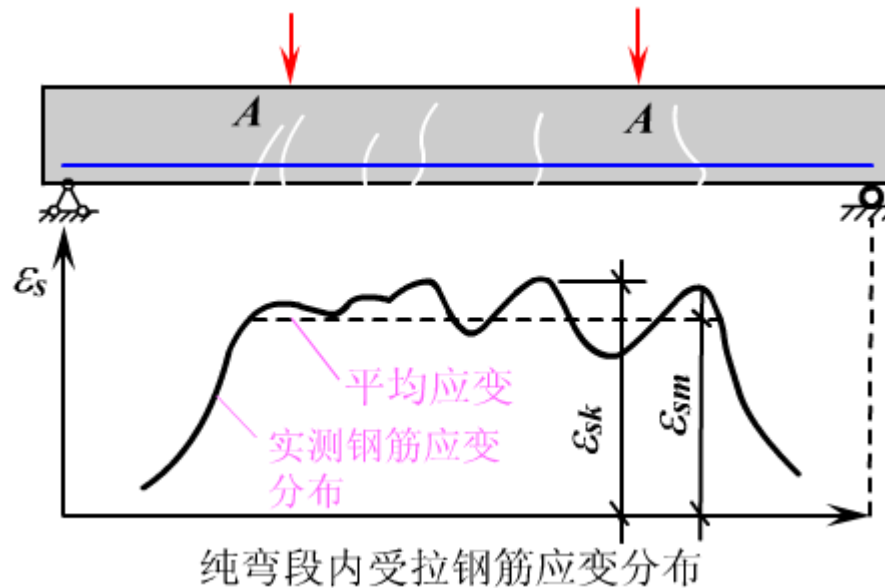
5. h, y 和 x 的表达式

由试验可得 h, y 和 x 计算式

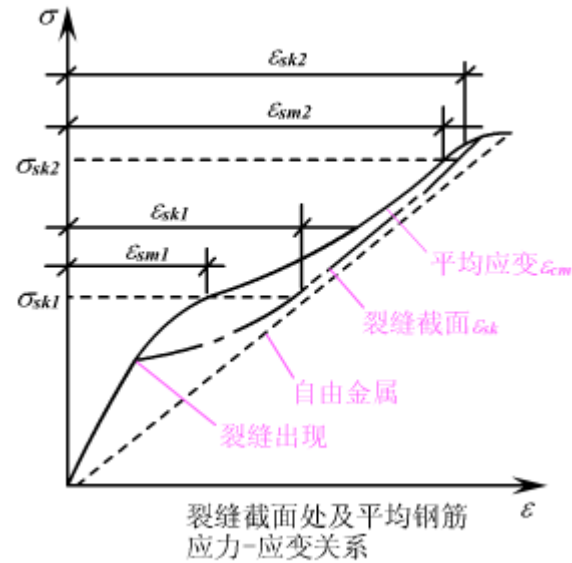
1) h

$$h = 0.87$$

2) y



y 的物理含义为反映裂缝间受拉混凝土对纵向受拉钢筋应变的影响程度， y 愈大，混凝土参与受拉工作愈小。



随荷载的增大, γ 逐渐增大, $\psi \leq 1$, $\gamma = 1$ 表示混凝土全部退出工作,

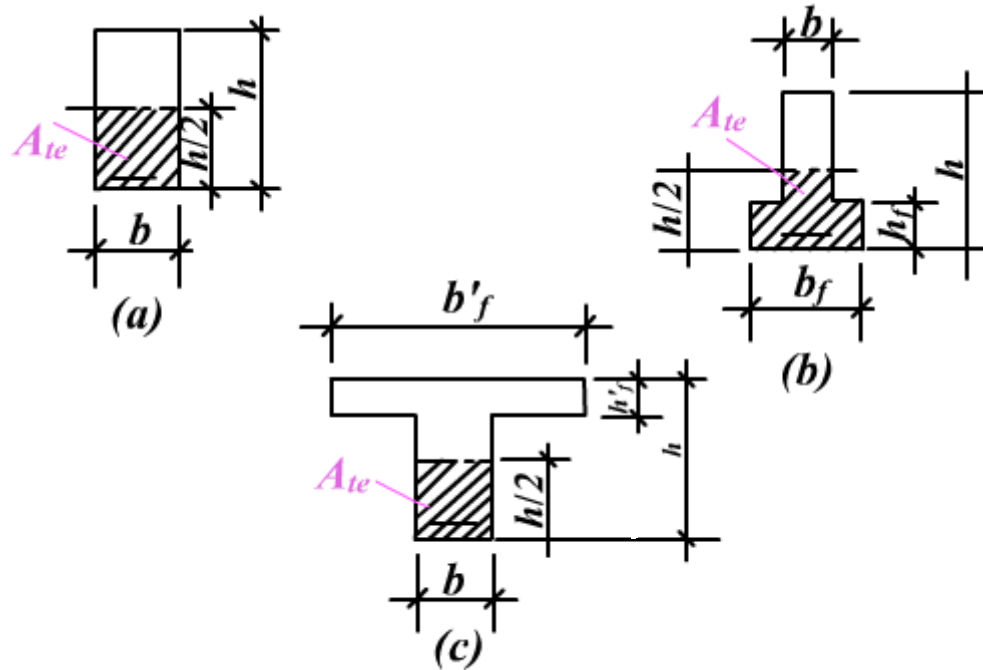
另外 γ 还同有效纵向受拉钢筋配筋率 r_{te} 有关。

$$r_{te} = \frac{A_s}{A_{te}}$$

└ 有效受拉混凝土面积

r_{te} 小一些, 表明 A_{te} 大一些, 对纵向受拉钢筋应变的影响程度也相应大一些, 所以 γ 就小一些。

对受弯构件, $A_{te} = 0.5bh + (b_f - b)h_f$



有效受拉混凝土面积

试验得到 γ 为

$$\gamma = 1.1 - 0.65 \frac{f_{tk}}{r_{te} S_{sk}} \quad \begin{array}{ll} < 0.2 & \gamma = 0.2 \\ > 1 & \gamma = 1 \end{array}$$

3) X

试验给出的计算公式为

$$\frac{a_E r}{x} = 0.2 + \frac{6a_E r}{1 + 3.5r_f^1}$$

6. B_s 的计算公式

将上述公式代入下式得

$$B_s = \frac{E_s A_s h_0^2}{\frac{y}{h} + \frac{a_E r}{x}} = \frac{E_s A_s h_0^2}{1.15y + 0.2 + \frac{6a_E r}{1 + 3.5r_f^1}}$$

式中 $h_f^1 > 0.2h_0$, 取 $h_f^1 = 0.2h_0$

若考虑受压钢筋影响

$$r_f^1 = \frac{(b_f^1 - b)h_f^1}{bh_0} + a_E r^1$$

8.1.4 受弯构件刚度 B （长期刚度）

长期荷载作用下砼将产生徐变，使变形增大，故在计算挠度时必须采用按荷载效应的标准组合并考虑荷载效应的长期作用影响的刚度 B 。

1. 长期刚度降低的原因

1) 混凝土压区徐变

2) 受拉钢筋松弛

3) 拉压区混凝土收缩不一致，使梁发生翘曲

2. B 的计算公式

前已述荷载分为标准组合值、准永久组合值，准永久值主要考虑荷载的长期性，设荷载效应的标准组合值为 M_k ，准永久组合值为 M_q ，则受弯构件挠度为

$$f = S \frac{(M_k - M_q)l_0^2}{B_s} + S \frac{M_q l_0^2}{B_s} \cdot q$$

短期组合
┌ 组永久组合值
/ \

└ 考虑长期荷载的增大系数

$$f = S \frac{M_k L_0^2}{B} = S \frac{(M_k - M_q)L_0^2}{B_s} + S \frac{M_q L_0^2}{B_s} q$$

$$\frac{M_k}{B} = \frac{M_k - M_q}{B_s} + \frac{M_q}{B_s} q = \frac{M_k + (q - 1)M_q}{B_s}$$

$$B = B_s \cdot \left[\frac{M_k}{M_k + (q - 1)M_q} \right] = \frac{M_K}{M_q(q - 1) + M_k} B_s$$

是小于1的修正系数

式中 q 的计算公式为

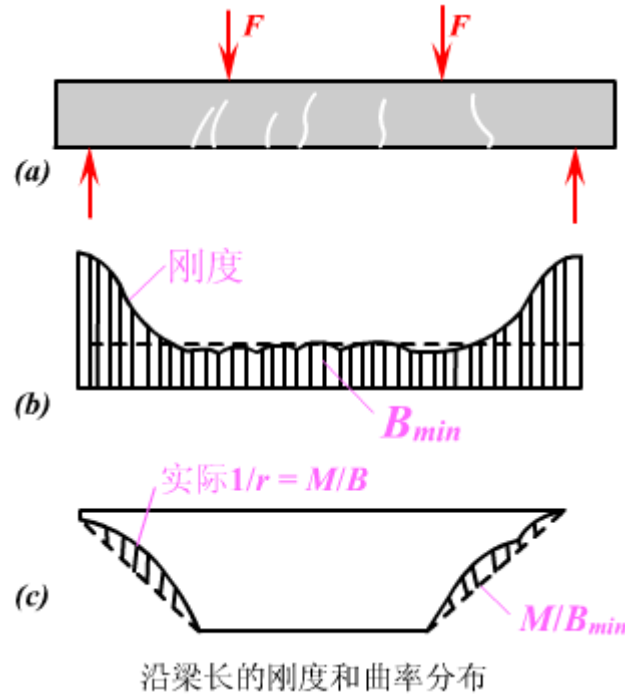
$$q = 2 - 0.4 \frac{r_1}{r}$$

└── 受压钢筋能对徐变和收缩起到一定的约束作用

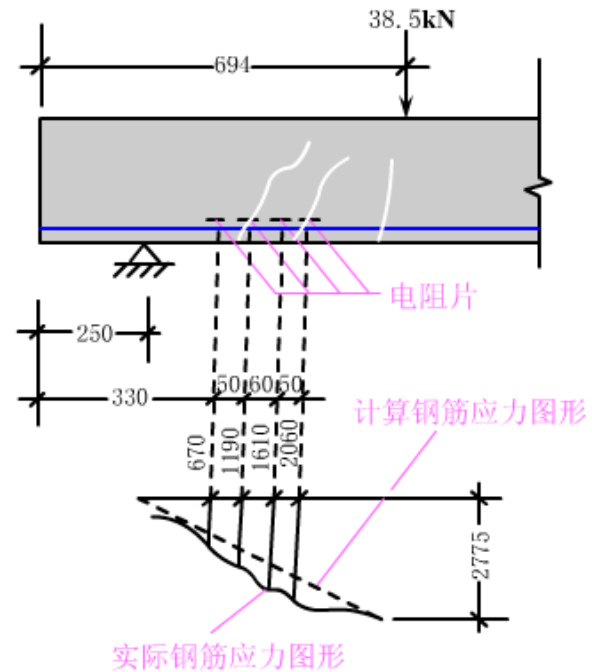
r^1, r --分别为受拉及受拉钢筋的配筋率

8.1.5 挠度验算

1. 最小刚度原则

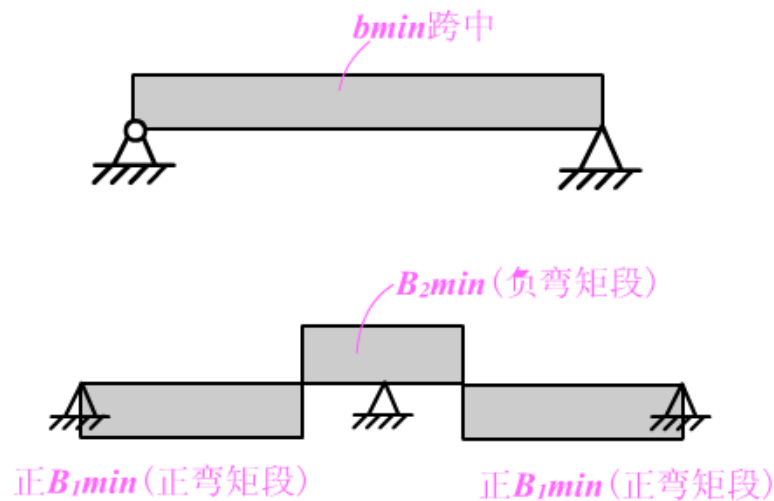


按 B_{\min} 计算忽略其它位置 $B > B_{\min}$ 作用，似乎计算挠度会偏大，但实际构件一般都可能有剪力存在，在弯剪区存在剪切变形增力挠度，另外斜梁缝出现也可能导致实际钢筋拉应力大于计算钢筋拉应力，故综合考虑，按 B_{\min} 计算挠度比较合理。



梁剪跨段内钢筋应力分布

上述方法即为“最小刚度原则”--对于简支梁可取弯矩最大处的截面弯曲刚度（也即最小弯曲刚度），按不考虑剪切变形的材料力学公式计算挠度，对于连续梁等有正负弯矩时，可分别取同号弯矩区段内 $|M_{\max}|$ 处的最小刚度进行计算。



2. 挠度验算

$$f \leq f_{\text{lim}}$$

其中

f_{lim} --容许挠度值

f --计算挠度，对于跨间为同号弯矩（简支梁）

$$f = S \cdot \frac{M_k L_0^2}{B}$$

对于连续梁跨中挠度，当为等截面梁时，且 $B_{2\text{min}} > 2B_{1\text{min}}$ 时

$$f = S \cdot \frac{M_k L_0^2}{B_{1\text{min}}}$$

8.1.6 几个问题的讨论

1. B_s 的影响因素

由 B_s 计算公式分析得

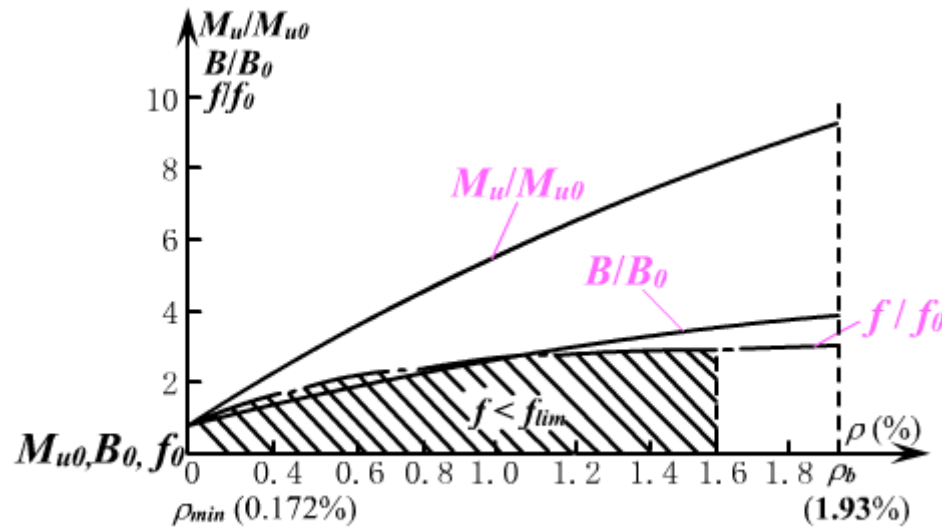
$$B_s = \frac{E_s A_s h_0^2}{1.15y + 0.2 + \frac{6a_E r}{1 + 2.5r_f^1}}$$

- 1) 在配筋率固定时, 提高 h_0 将大大提高 B_s ;
- 2) M_k 增大 $\rightarrow y$ 变小 $\rightarrow B_s$ 变大;
- 3) P 增大, B_s 略有提高;
- 4) 截面形状变化 $\rightarrow r_f^1 \rightarrow B_s$ 变化;
- 5) 混凝土强度等级提高 $\rightarrow a_E$ 小 $\rightarrow B_s$ 略有提高;
- 6) 施加预应力可以提高 B_s 。

2. 配筋率承载能力和挠度的影响

在适筋范围内提高配筋率可以直接提高抗弯承载力，而 B_s 提高幅度较小，

注意到挠度公式 $f = S \cdot \frac{M_k l_0^2}{R}$ ，若单用 ρ 提高，由抗弯配力 M ，则有可能 f 变得较大不符合要求。



配筋率对承载力，刚度及挠度的影响

3. 跨高比

挠度从其构件本身讲（不包括 M_k 影响），同 $\left(\frac{L_0}{h_0}\right)^2$ 成正比，也即同跨高比 $\frac{L_0}{h}$ 密切相关，故控制 $\frac{L_0}{h}$ 实际上也即控制了挠度，一般跨高比范围为**HRB335**级钢筋配筋的简支梁，其 b/h 为**20~10**，（常**16~12**），这样即可初定截面尺寸，一般均能满足变形要求。

4. f_{lim} 确定

f_{lim} 确定主要考虑以下因素

- 1) 使用功能要求;
- 2) 防止对结构产生不良影响;
- 3) 外观及人的感觉;
- 4) 防止非结构构件产生不良影响。

例8-1 已知在教学楼楼盖中一矩形截面简支梁，截面尺寸为 $200\text{mm} \times 500\text{mm}$ ，配置4 1Φ HRB400级受力钢筋，混凝土强度等级为C20，保护层厚度 $c = 25\text{mm}$, $l_0 = 5.6\text{m}$ ；承受均布荷载，其中永久荷载（包括自重在内）标准值 $g_k = 12.4\text{kN/m}$ ，楼面活荷载标准值 $q_k = 8\text{kN/m}$ ，楼面活荷载的准永久值系数 $y_q = 0.5$ 。试验算其挠度 f 。

解：（1）求 M_k 及 M_q

$$\begin{aligned}M_k &= \frac{1}{8} gkl_0^2 + \frac{1}{8} qkl_0^2 \\&= \frac{1}{8} * 12.4 * 5.6^2 + \frac{1}{8} * 8 * 5.6^2 = 79.97\text{kN} \cdot \text{m} \\M_q &= \frac{1}{8} gl_0^2 + \frac{1}{8} y_q q_k l_0^2 \\&= 48.61 + 0.5 * 31.36 = 64.29\text{kN} \cdot \text{m}\end{aligned}$$

(2) 计算有关参数

$$a_E r = \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{A_s}{bh_0} \frac{200}{25.5} \cdot \frac{804}{200 * 465} = 0.068$$

$$r_{te} = \frac{A_s}{A_{te}} = \frac{804}{0.5 * 200 * 500} = 0.016$$

$$s_{sk} = \frac{M_k}{bh_0 A_s} = \frac{79.97 * 10^6}{0.87 * 465 * 804} = 246 N / mm^2$$

$$y = 1.1 - 0.65 \frac{f_{tk}}{r_{te} s_{sk}} = 1.1 - 0.65 \frac{1.54}{0.016 * 246} = 0.86$$

(3) 计算 B_s

$$B_s = \frac{E_s A_s h_0^2}{1.15y + 0.2 + \frac{6a_E r}{1 + 3.5r_f^1}} = \frac{200 * 10^3 * 804 * 465^2}{1.15 * 0.86 + 0.2 + 6 + 0.068}$$
$$= 2.18 * 10^{13} N \cdot mm^2$$

(4) 计算B

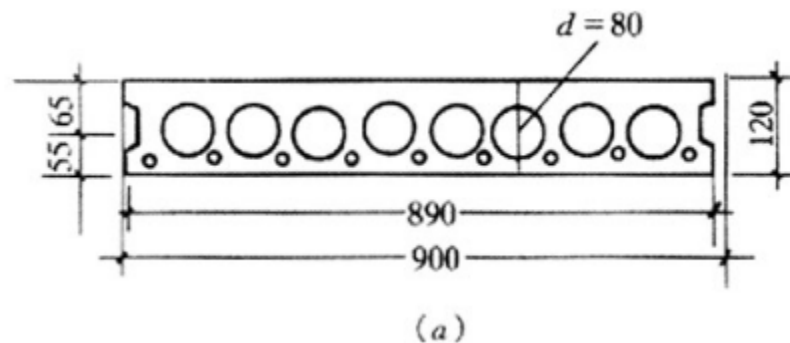
$$B = \frac{M_K}{M_q(q-1) + M_k} \cdot B_s = \frac{79.97}{64.29(2-1) + 79.97} * 2.18 * 10^{13}$$
$$= 1.21 * 10^{13} N \cdot mm^2$$

(5) 变形验算

$$f = \frac{5}{48} \bullet \frac{M_k l_0^2}{B} = \frac{5}{48} * \frac{79.97 * 10^6 * 5600^2}{1.21 * 10^{13}} = 21.59mm$$

查附表5-1知， $f_{lim}/l_0 = 1/200$ ，变形满足要求。

例8-2 已知图9-11(a)所示八孔空心板，C20等级混凝土，配置9f6HPR235 受力钢筋，保护层厚度 $c = 10mm$ ，计算跨度 $l_0 = 3.04m$ ；承受荷载标准组合 $M_k = 4.47kN \cdot m$ ，荷载准永久组合 $M_q = 2.91kN \cdot m$ ； $f_{lim} = l_0/200$ 。试验算挠度是否满足。



解：按截面形心位置、面积和对形心轴惯性矩不变的条件，将圆孔换算成 $b_h * h_h$ 的矩形孔，即

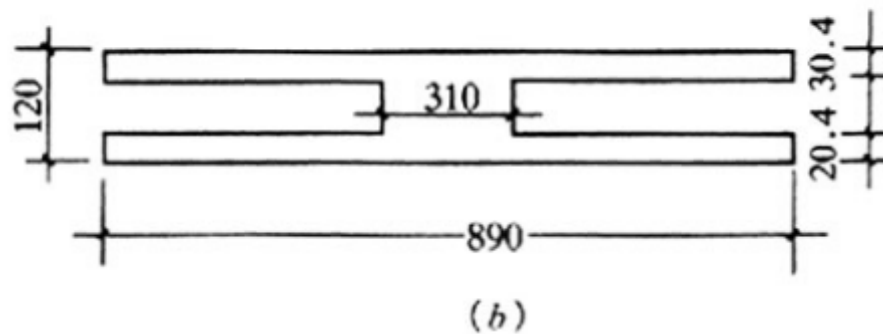
$$\frac{pd^2}{4} = b_h h_h, \frac{pd^4}{64} = \frac{b_b h_b^3}{12}$$

求得 $b_h = 72.6\text{mm}, h_h = 69.2\text{mm}$,

则换算后的I字形截面（图9-11b）的尺寸为： $b = 890 - 8 * 72.6 = 310\text{mm}$ ；

$h_f^1 = 65 - 69.2/2 = 30.4\text{mm} > 0.2h_0 = 21.4\text{mm}$,

取 **21.4mm** ； $h_f = 55 - 69.2/2 = 20.4\text{mm}$ 。



$$r_{te} = \frac{0.7A_s}{0.5bh + (b_f - b)h_f} = \frac{0.7 * 9 * 28.3}{0.5 * 310 * 120 + (890 - 310) * 20.4} = 0.0059$$

$$r_f^1 = \frac{(b_f^1 - b)h_f^1}{bh_0} = \frac{(890 - 310) * 21.4}{310 * 107} = 0.374$$

$$S_{sk} = \frac{M_k}{hh_0A_s} = \frac{4.47 * 10^6}{0.87 * 107 * 9 * 28.3} = 189 \text{ N / mm}^2$$

$$y = 1.1 - \frac{0.65f_{tk}}{p_{tr}S_{sk}} = 1.1 - \frac{0.65 * 1.5}{0.0059 * 189} = 0.584$$

$$B_s = \frac{E_s A_s h_0^2}{1.15y + 0.2 + \frac{6a_E r}{1 + 3.5r_f^1}} = \frac{210 * 10^3 * 9 * 28.3 * 107^2}{1.15 * 0.584 + 0.2 + \frac{6 * 0.063}{1 + 3.5 * 0.374}}$$

$$= 5.92 * 10^{11} N \cdot mm^2$$

$$B = \frac{M_k}{M_q (1.2q - 1) + M_k} B_s$$

$$= \frac{4.47}{2.91(2.4 - 1) + 4.47} * 5.92 * 10^{11} = 3.10 * 10^{11} N \cdot mm^2$$

则 $f = \frac{5}{48} * \frac{4.47 * 10^6 * 3040^2}{3.1 * 10^{11}} = 13.9mm < l_0 / 200 = 15.2mm$ ， 满足要求。

§ 8.2 钢筋混凝土构件裂缝宽度验算

8.2.1 裂缝的出现分布与开展

8.2.2 裂缝间距 L_m

8.2.3 平均裂缝宽度 W_m

8.2.4 最大裂缝宽度的验算

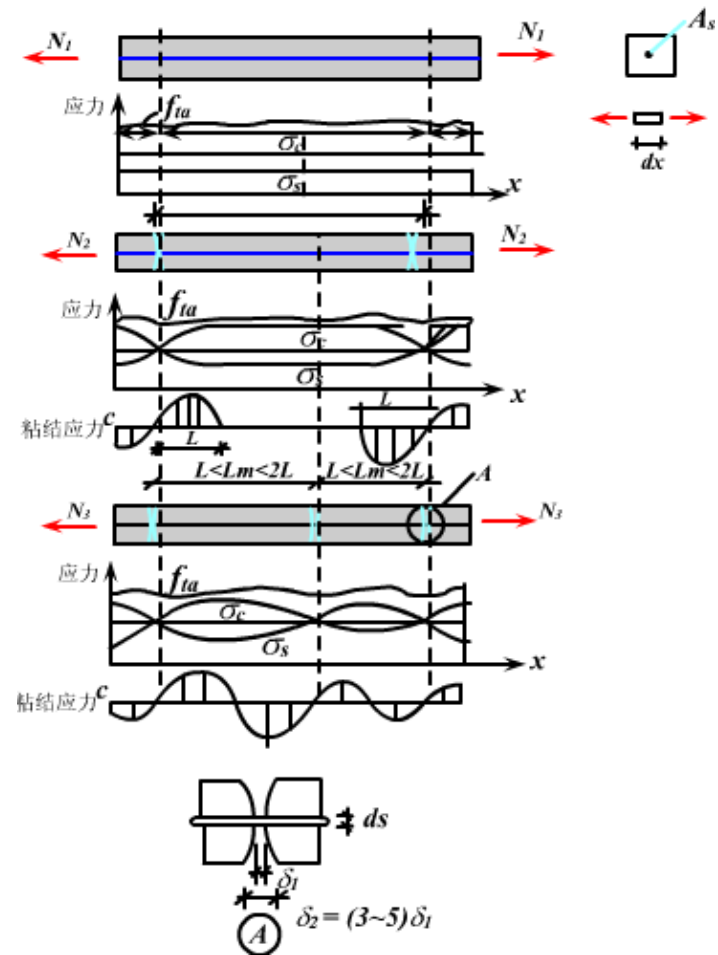
[返回](#)

8.2.1 裂缝的出现分布与开展

一轴心受拉钢筋混凝土构件的受力分析
由换算截面概念知

$$S_c = \frac{N}{A_0} \quad S_s = nS_c$$

当 $S_c = f_t$ 时，截面即开裂。下面为其加载、开裂、分布及展开的全过程。



由微段 dx 钢筋平衡得

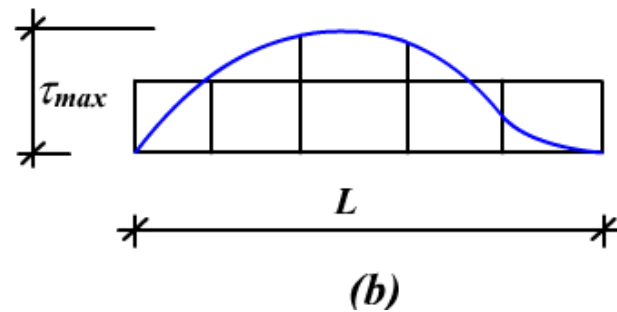
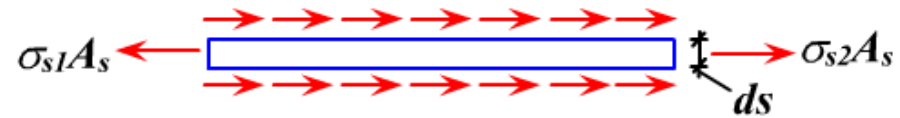
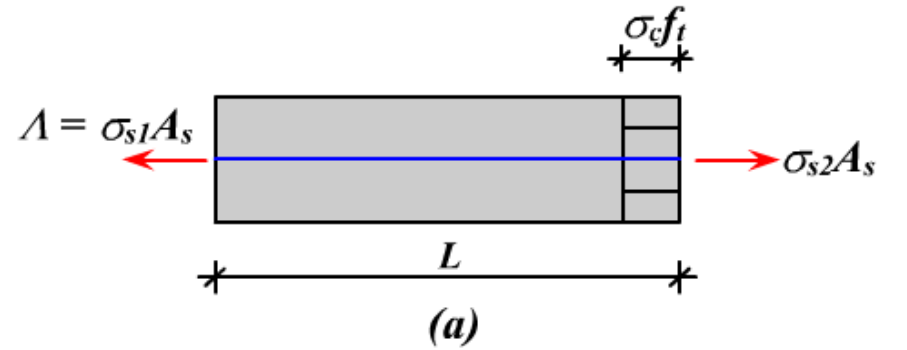
$$t(x) \cdot dx \cdot pd_s = -dS_s(x) \frac{1}{4} pd_s^2$$

$$\therefore t(x) = -\frac{dS_s(x)}{dx} * \frac{1}{4} d_s$$

传递长度 L 即为粘结应力作用长度，在裂缝出齐后，平均裂缝间距 $L_m = 1.5L$

8.2.2 裂缝间距 L_m

取裂缝出现后的一段考虑，长度为 L



由 (a) 隔离体平衡得

$$S_{s1} A_s = S_{s2} A_s + f_t A_c$$

由 (b) 隔离体平衡得

$$s_{s1} A_s = s_{s2} A_s + t_m \cdot p d_s \cdot L$$

$$\therefore L = \frac{f_t A_c}{t_m p d_s} = \frac{f_t d_s \cdot A_s}{4 t_m \frac{1}{4} p d_s^2} = \frac{1}{4} \bullet \frac{f_t d_s}{t_m r_{te}}$$

$$L_m = \frac{3}{2} L = \frac{3}{8} \bullet \frac{f_t d_s}{t_m r_{te}}$$

试验表明 $\frac{f_t}{t_m} = K_1$ 则

$$L_m = K_1 \frac{d_s}{r_{te}}$$

试验发现，保护层厚度也对 L_m 有影响，故最后得

$$L_m = K_2 C + K_1 \frac{d}{r_{te}}$$

保护层厚度

钢筋直径
配筋率

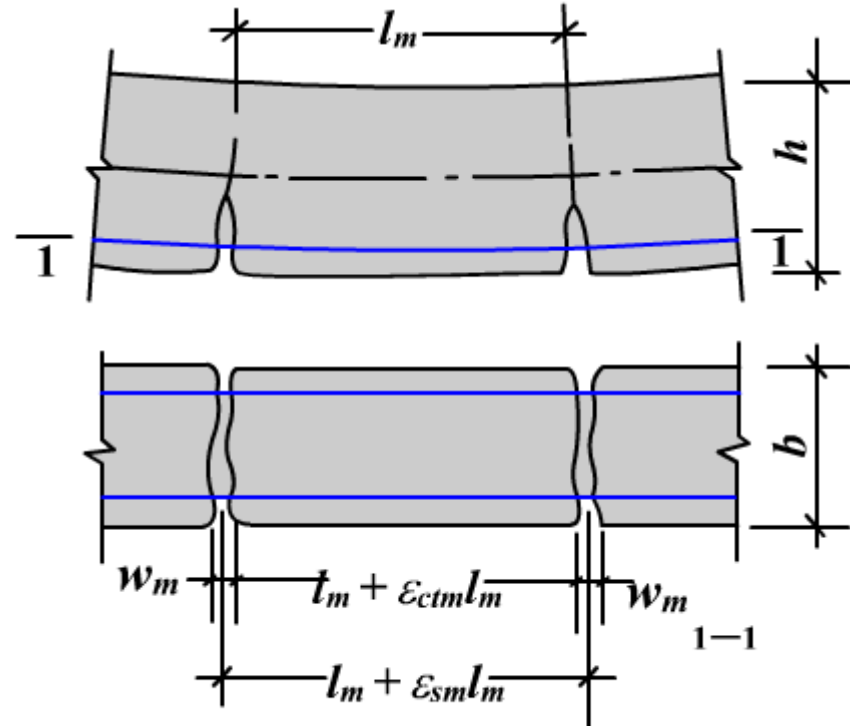
《规范》给出 L_m 公式为

受弯 $L_m = (1.9C + 0.08 \frac{d}{r_{te}})$

轴拉 $L_m = 1.1(1.9C + 0.08 \frac{d}{r_{te}})$

8.2.3 平均裂缝宽度 W_m

1. W_m 计算公式



平均裂缝宽度计算图式

$$W_m = \underbrace{e_{sm}}_{\text{钢筋平均伸长}} \cdot L_m - \underbrace{e_{ctm}}_{\text{混凝土平均伸长}} \cdot L_m = e_{sm} \left(1 - \frac{e_{ctm}}{e_{sm}}\right) \cdot L_m$$

钢筋平均伸长

混凝土平均伸长

$$Q e_{sm} = y e_{sk} = y \frac{S_{sk}}{E_s}$$

$$\text{令 } a_c = (1 - \frac{e_{ctm}}{e_{sm}}) \text{ 则}$$

$$W_{ml} = a_c y \cdot L_m * \frac{S_{sk}}{E_s}$$

$$\text{经分析 } a_c = 0.85 \text{ , 故: } W_m = 0.85y \frac{S_{sk}}{E_s} \cdot L_m \text{ 。}$$

这里应指出：除半理论半经验方法外,也可直接用经验公式,即对实测裂宽进行回归分析。

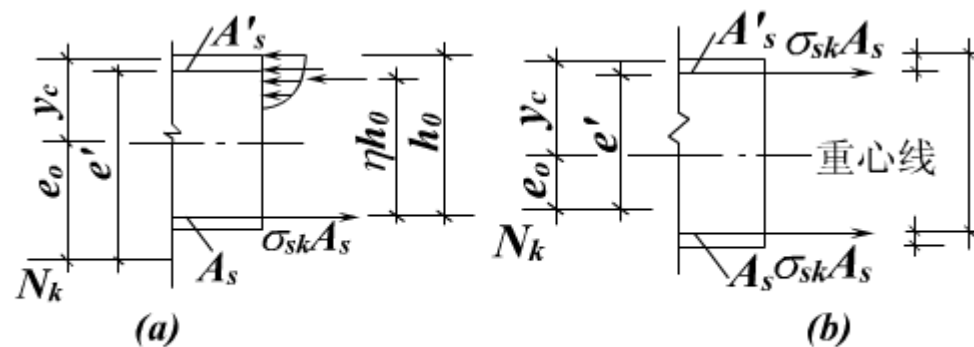
2. S_{sk} 计算公式

此处 S_{sk} 是按荷载效应的标准组合计算的开裂截面处钢筋拉应力，其不同受力状态时计算公式为

1) 受弯构件
$$S_{sk} = \frac{M_k}{0.87 A_s h_0}$$

2) 轴拉构件
$$S_{sk} = \frac{N_k}{A_s}$$

3) 偏心受拉构件

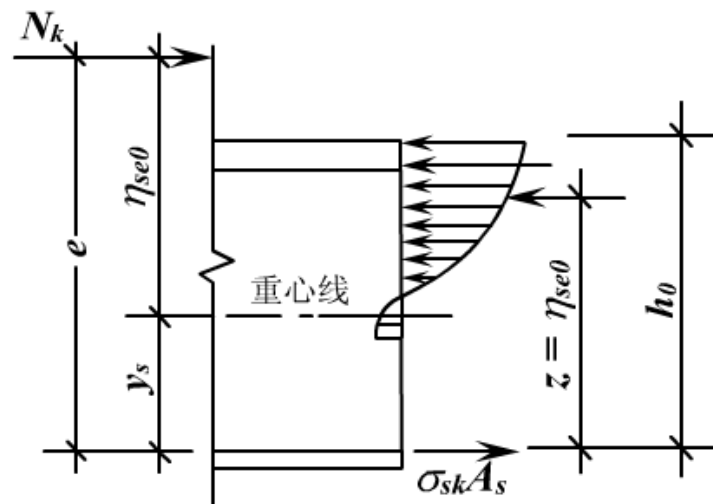


大、小偏心受拉构件钢筋应力计算图式
(a) 大偏心受拉；(b) 小偏心受拉

若取 $hh_0 = h_0 - a_s^1$ ，则大小偏拉构件的 S_{sk} 计算公式为

$$S_{sk} = \frac{N_k e^1}{A_s (h_0 - a_s^1)} = \frac{N(e_0 + y_c - a_s^1)}{A_s (h_0 - a_s^1)}$$

4) 偏压构件



偏心受压构件钢筋
应力计算图式

$$S_{sk} = \frac{N_k (e - hh_0)}{hh_0 \cdot A_s} = \frac{N_k (h_s e_0 + y_s - hh_0)}{hh_0 \cdot A_s}$$

式中： nh_0 --纵向受拉钢筋至受压区合力点的距离，且 $nh_0 \leq 0.87$

$$h = 0.87 - 0.12(1 - r_f^1) \left(\frac{h_0}{e}\right)^2$$

$$h_s = 1 + \frac{1}{4000e_0/h_0} \left(\frac{L_0}{e}\right)^2$$

8.2.4 最大裂缝宽度的验算

1. 最大裂缝宽度的定义

《规范》考虑到裂缝宽度具有明显的随机性，故应取有**95%**保证率值，另外，在长期荷载作用下，因混凝土徐变，收缩，钢筋松驰都会导致裂缝宽度的加大，所以《规范》指的最大裂缝宽度是指具有**95%**保证率，且考虑荷载长期作用的特征裂缝宽度，记为 W_{\max} ，它可以写成

$$W_{\max} = t_s \cdot t_L \cdot W_m = W_{\max, s} \cdot t_L$$

长期荷载作用下的最大裂缝宽度

考虑随机性放大系数

短期荷载作用下的最大裂缝宽度

考虑荷载长期作用扩大系数

2. 短期荷载作用下的最大裂缝宽度 $W_{\max,s}$

95%保证率对应的分位值为 $W_{\max,s}$ (正态分布)

$$W_{\max,s} = W_m (1 + 1.645d) = W_m + 1.645s = t_s \cdot W_m$$

d 为裂缝宽度的变异系数, 对于受弯, 偏压, $d = 0.4 \Rightarrow t_s = 1.66$

对于轴拉和偏拉 $d = 0.55 \Rightarrow t_s = 1.9$

3. 考虑荷载长期作用的扩大系数 t_L

由于徐变、收缩、松弛以及环境变化使粘结作用都会削弱, 由长期试验观测得到 $t_L = 1.5$ 。

4. 最大裂缝宽度计算公式

$$W_{\max} = t_s \cdot t_L \cdot W_m = 0.85 t_s t_L y \frac{s_{sk}}{E_s} L_m = a_{cr} y \frac{s_{sk}}{E_s} (1.9C + 0.08 \frac{d}{r_{et}})$$

式中: a_{cr} 为构件受力特征系数

$$\text{受弯偏压构件 } a_{cr} = 1.5 * 1.66 * 0.85 = 2.1$$

$$\text{偏拉构件 } a_{cr} = 1.5 * 1.9 * 0.85 = 2.4$$

$$\text{轴拉 } a_{cr} = 1.5 * 1.9 * 0.85 * 1.1 = 2.7$$

C 为保护层厚度 (最外层纵向受拉钢筋至受拉底边的距离(mm), $C > 20$ 取 $C = 20$, $C > 65$,取 $C = 65$)

5. 验算公式

$$W_m \leq W_{lim}$$

W_{lim} -- 《规范》规定的允许最大裂缝宽度

6. 几个问题的讨论

1) 影响最大裂缝宽度 W_{max} 的影响因素

- (1) M 愈大 $\rightarrow \sigma_{sk}$ 愈大, ψ 愈大 $\rightarrow W_{max}$ 愈大
- (2) ρ_{et} 愈大 $\rightarrow W_{max}$ 愈小 (ψ 变化不大)
- (3) 在 ρ_{et} 相等时, d 愈小 $\rightarrow W_{max}$ 愈小
- (4) 限制裂宽较好措施是预应力

2) W_{lim} 确定

主要涉及外观以及耐久性, 后者是主要的

例8-6 有一矩形截面的对称配筋偏心受压柱，截面尺寸 $b \times h = 350\text{mm} \times 600\text{mm}$ ，计算长度 $l_0 = 5\text{m}$ ，受拉及受压钢筋均为4 $\Phi 20$ HRB335级钢筋 ($A_s = A'_s = 1256\text{mm}^2$)，采用混凝土强度等级为C30，混凝土保护层厚度 $c = 30\text{mm}$ ；荷载标准组合的 $N_k = 380\text{kN}$ ， $M_k = 160\text{kN} \cdot \text{m}$ 。试验算是否满足露天环境中使用的裂缝宽度要求。

解：查附录五附表5-3， $w_{\text{lim}} = 0.2\text{mm}$

$$l_0/h = 5000/600 = 8.33 < 14, \eta_s = 1.0$$

$$a_s = c + d/2 = 30 + 10 = 40\text{mm}$$

$$h_0 = h - a_s = 600 - 40 = 560\text{mm}$$

$$e_0 = M_k/N_k = 160 \times 10^3 / 380 = 421\text{mm} > 0.55h_0 = 308\text{mm}$$

$$e = e_0 + h/2 - a_s = 421 + 300 - 40 = 681\text{mm}$$

$$\eta h_0 = \left[0.87 - 0.12 \left(\frac{h_0}{e} \right)^2 \right] h_0 = \left[0.87 - 0.12 \left(\frac{560}{681} \right)^2 \right] \times 560 = 442\text{mm}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{sk} &= N_k (e - \eta h_0) / A_s \eta h_0 \\ &= 380 \times 10^3 (681 - 442) / 1256 \times 442 = 164\text{N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$\rho_{te} = A_s / 0.5bh = 1256 / 0.5 \times 350 \times 600 = 0.012$$

$$\psi = 1.1 - 0.65 f_{tk} / \rho_{te} \sigma_{sk} = 1.1 - 0.65 \times 2.01 / 0.012 \times 164 = 0.50$$

则

$$\begin{aligned} w_{\max} &= 2.1 \psi \frac{\sigma_{sk}}{E_s} \left(1.9c + 0.08 \frac{d_s}{\rho_{te}} \right) \\ &= 2.1 \times 0.5 \times \frac{164}{2 \times 10^5} \left(1.9 \times 30 + 0.08 \frac{20}{0.012} \right) \\ &= 0.16 \text{mm} < w_{\lim} = 0.2 \text{mm} \text{ 满足要求} \end{aligned}$$

§ 8.3 混凝土构件的截面延性

8.3.1 延性概念

8.3.2 受弯构件的截面曲率延性系数

8.3.3 偏心受压构件截面曲率延性的分析

8.3.1 延性概念

1. 延性定义

所谓延性是指从屈服开始至达到最大承载能力或达到以后而承载力还没有显著下降期间的变形能力。延性通常用延性系数表示。

延性好 → 延性破坏

2. 保证延性的目的

- (1) 有利于吸收和耗散地震能量
- (2) 防止脆性破坏
- (3) 有利于实现内力重分布
- (4) 能更好地适应地基不均匀沉降以及温度变化

8.3.2 受弯构件的截面曲率延性系数

1. 表达式

插入图9-18 (a) (b)

由截面应变图知:

$$\phi_y = \frac{\varepsilon_y}{(1-k)h_0} \quad \phi_u = \frac{\varepsilon_{cu}}{x_u}$$

截面曲率延性系数:
$$\mu_\phi = \frac{\phi_u}{\phi_y} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_y} \times \frac{(1-k)h_0}{x_u}$$

式中: ε_{cu} -- 受压区边缘混凝土极限压应变;

x_u -- 达到截面最大承载力时混凝土受压区的压应变高度;

ε_y -- 钢筋开始屈服时的钢筋应变, $\varepsilon_y = f_y / E_s$;

k -- 钢筋开始屈服时的受压区高度系数。

由单筋截面基本公式 $\sum N = 0$ 即

$$\alpha_1 f_c \cdot b x = f_y A_s = f_y' A_s' x = \frac{f_y (A_s - A_s')}{\alpha_1 f_c b} \quad (f_y = f_y')$$

$$x_a = \frac{x}{\beta_1} = \frac{f_y (A_s - A_s')}{\beta_1 \alpha_1 f_c b} = \frac{f_y h_0}{\beta_1 \alpha_1 f_c} (\rho - \rho') = \frac{f_y h (\rho - \rho')}{\alpha_1 \beta_1 f_c}$$

故
$$\phi_u = \frac{\varepsilon_{cu}}{x_a} = \frac{\alpha_1 \beta_1 f_c \cdot \varepsilon_{cu}}{f_y h (\rho - \rho')}$$

2. 影响系数:

由前知:
$$\mu_f = \frac{\phi_x}{\phi_y} = \frac{\alpha_1 \beta_1 f_c \varepsilon_{cu}}{f_y k (\rho - \rho')} \cdot \frac{(1-k)h_0}{\varepsilon_y}$$

- (1) ρ 愈大 \rightarrow μ_f 愈小
- (2) ρ 愈大 \rightarrow μ_f 愈大
- (3) ρ 愈大 \rightarrow μ_f 愈大
- (4) f_c 愈大, f_y 愈小 \rightarrow μ_f 愈大
- (5) k 愈大 \rightarrow μ_f 愈小

3. 提高延性的措施

- (1) $\rho \geq 2.5\%$
- (2) $x \leq (0.25 \sim 0.35)h_0$
- (3) $A_s' / A_s = 0.3 \sim 0.5$
- (4) 在弯矩较大的区段适当加密箍筋

8.3.3 偏心受压构件截面曲率延性的分析

压力存在将导致受压区高度增大，截面曲率延性系数降低，一般用轴压比 $n = N/f_c A$ 反映对延性的影响。试验表明：轴压比越大，截面受压区高度越大，延性系数越小。故规范规定，考虑地震作用组合的框架柱，根据不同的抗震等级，轴压比限值为**0.7~0.9**。另外，配箍率愈大，其延性愈好。

§ 8.4 混凝土结构的延性

8.4.1 耐久性的概念与主要影响因素

8.4.2 混凝土的碳化

8.4.3. 钢筋的锈蚀

8.4.4 耐久性概念设计

8.4.1 耐久性的概念与主要影响因素

1. 混凝土结构的耐久性

定义：耐久性是指在设计工作寿命期内，在正常维护下，必须保持适合于使用，而不需进行维修加固。

耐久性概念设计主要根据结构的环境分类和设计工作寿命不同要求，同时还考虑对混凝土材料的基本要求，针对影响耐久性的主要因素提出相应的对策。

2. 影响因素

耐久性失效主要指混凝土碳化导致钢筋的锈蚀，使钢筋截面减少，影响承载力降低。混凝土碳化和钢筋锈蚀是导致耐久性失效最主要的因素。另外，引起耐久性因素还有：

- ①侵蚀性介质（酸、碱溶液）对砼也会产生严重的化学腐蚀
- ②冻融循环
- ③氯化
- ④碱集料反应

8.4.2 混凝土的碳化

所谓碳化是指大气中的 CO_2 不断向混凝土内部扩散，并与其中的碱性水化物 $\text{Ca}(\text{OH})_2$ 发生化学反应，**PH** 值下降，由于 **PH** 值下降至10以下会破坏氧化膜，从而使钢筋发生锈蚀，故若能降低混凝土碳化速，也即提高耐久性。

对于不同环境条件，应采取不同程度的措施。

- (1) 合理设计混凝土配合比（规定水泥最小用量，水灰比高限值）；
- (2) 保护层最小厚度控制；
- (3) 提高混凝土的密实性，抗渗性；
- (4) 采用覆盖面层。

8.4.3. 钢筋的锈蚀

当混凝土碳化至钢筋表面使氧化膜破坏，若此时还有含氧的水分存在，则会在钢筋内部形成无数微电池。

阳极和阴极反应构成整个电化学腐蚀过程，电化学反应产物 $Fe(OH)_3$ 体积会膨胀，在钢筋处产生纵向裂缝，更加快钢筋腐蚀过程，为了控制钢筋锈蚀进度，一般可采用下列措施。

- (1) 降低水灰比，保证密实度，确保足够的保护层厚度，控制含氯量；
- (2) 采用覆盖层；
- (3) 采用阻锈剂，防腐钢筋等；
- (4) 采用阴极保护法。

8.4.4 耐久性概念设计

1. 目的和基本原则

目的--达到规定的耐久性。

基本原则--按环境和设计工作寿命分别进行概念设计。

2. 使用环境分类

我国分五类

混凝土结构的使用环境类别 附表5-2

环境类别	说	明
—	工业与民用建筑室内正常环境	
二	a	室内潮湿的环境、非严寒和寒冷地区露天环境、与无侵蚀性的水及土壤直接接触的环境
	b	寒冷和严寒地区的露天环境、与无侵蚀性的水或土壤直接接触的环境
三	使用除冰盐的环境、严寒及寒冷地区冬季的水位变动环境、滨海地区室外环境	
四	海水环境	
五	受人为和自然的化学侵蚀性物质影响的环境	

3. 使用年限

≤50年和100年

4. 保证耐久性的措施

(1) 结构设计技术措施--原则问题强调；

(2) 对混凝土材料要求--主要对水灰比、水泥用量、强度等级、氯离子含量、碱含量进行控制；

(3) 施工要求--密实性，养护要求；

(4) 混凝土保护层最小厚度--目前认为是最主要影响因素。一般对环境要求高，使用年限长，其相应最小厚度要大一些。