第8章　　统计指数

指数是社会经济统计中历史最悠久、应用最广泛，同社会经济生活关系最密切的一个组成部分。它产生于18世纪欧洲资本主义迅速发展时期，经济学家为了测定物价的变动，开始尝试编制物价指数。此后200多年，指数逐步扩展到工业生产、工资、成本、生活费用、股票证券等各个方面。

其中消费品价格指数、生活费用价格指数，同人们的日常生活休戚相关；生产资料价格指数、股票价格指数等，则直接影响人们的投资活动，成为社会经济的晴雨表。

§8.1 指数的概念和种类

- 广义指数：一切说明社会经济现象数量变动或差异程度的相对数，如比较相对数、计划完成程度等
- 狭义指数：一种特殊的相对数，专指说明不能直接相加的复杂社会经济现象综合变动程度的相对数。例如，零售物价指数，是说明全部零售商品价格总变动的相对数；工业产品产量指数，是说明一定范围内全部工业产品实物量总变动的相对数，等等。

统计学中的指数，主要是指这种狭义的指数

指数的主要性质

- 指数是比较的数字：指数的主要性质在于比较，此种比较通常以相对数或比率表现。
- 指数是综合的数字：大多数指数是综合多种变量与另一条件下综合量的比较。单一数字之间的比较我们称之为“个体指数”，个体指数实际上就是相对数，且应用不广泛。因此指数是综合多因素的分析，具有综合的特性。
- 指数分析的是变量在不同环境下的变化，所谓不同环境，可以是时间环境，空间环境等。
- 指数是平均的数字：指数乃综合大小的比较，这个综合数量应该是个别量的代表，寓意含平均的性质，所以西方经济学家通常采用的是求平均数的方法去进行指数的计算和分析。

指数的分类

- 1、按指数所反映的范围不同，分为个体指数和总（类、综合）指数。

  个体指数与类指数是相对的，大米相对细粮是个体指数，细粮相对粮食是个体指数。

- 2、按指数表明的现象性质不同，分为数量指标指数和质量指标指数。

  数量指数:如产品产量指数，销售量指数等。质量指数:如价格指数，成本指数等。

- 3、按指数采用的基期不同，分为定基指数和环比指数。

§8.2 综合指数编制方法

- K代表个体指数，即报告期(物价)除以基期的相对数，以下总用p表示质量指标，用q表示数量指标，报告期用“1”表示，基期用“0”表示，个体物价指数就是

$$K = \frac{p_1}{p_0}(\times 100\%)$$

- 例如，市场上某种商品2005年的价格为306元/件，2006年为312元/件，则该商品的价格指数为

$$K_p = 312/306 = 101.96\%$$

拉斯贝尔综合指数

- 若有*n*个个体，第 *i* 个体的物价指数和销售量指数分别为

$$K_{p_i}=\frac{p_{i1}}{p_{i0}},K_{q_i}=\frac{q_{i1}}{q_{i0}}$$

以基期销售额$p_{0i}q_{0i}$构造的一组权数

$$w_i=\frac{p_{i1}q_{i0}}{\sum_{j=1}^{n}p_{j0}q_{j0}},i=1,\cdots n$$

可以得到拉氏综合物价指数为：

$$K_p=\sum_{i=1}^{n}K_{p_i}\mathrm{w_i}=\sum_{i=1}^{n}\frac{p_{i1}}{p_{i0}}\frac{p_{i0}q_{i0}}{\sum_{j=1}^{n}p_{j0}q_{j0}}$$

- 整理得到

$$K_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} q_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} p_{j0} q_{j0}}$$

略去下标，简记拉氏综合质量指数为

$$K_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$$

仍然以基期销售额构造一组权数W_i，按上面相同步骤，可以得到拉氏综合数量指数：

$$K_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

分析：在物价指数中研究的是物价的变动，因此分子是报告期的物价，分母是基期的物价。但是多种产品的物价是不能够直接相加的，因此在公式中引入了销售量因素，使得不能够直接相加的价格转化成为了能够直接相加的销售额。

在研究销售量的变化时，同理，多种商品的销售量指标是不能够直接相加的，于是在指数公式中引入了价格指标，价格作为一个过渡因素，使得不能够相加的销售量转变成为了可以直接相加的销售额。我们把这个引入的过渡指标称作“同度量因素”。

在拉氏指数中，同度量因素被固定在基期。

派许综合指数

- 在拉斯贝尔指数公式被广泛使用了10年以后1874年，另一位德国经济学家派许用报告期的n个销售额$p_{1j}q_{1j}$构造一组权数W_j，分别对n个个体价格指数和个体销售量指数计算加权调和平均数，得出派氏综合物价指数和综合物量指数
- 派氏综合物价指数公式为：$K_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$
- 派氏综合物量指数公式为：$K_q = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_1 q_0}$

- 同度量因素不仅充当媒介的角色，同时还起着权数的作用。
- 拉氏指数将同度量因素固定在基期，派氏指数将同度量因素固定在报告期；以物价指数为例，拉氏指数分析的是当销售量因素固定（保持不变）在基期条件下的物价变动幅度，使价格指数在计算中不受销售量的变动影响，可以确切地只反映价格的变化，其缺点是往往脱离目前的消费水平；而派氏指数分析的是当销售量因素相对不变（保持在报告期）条件下的物价变动幅度，考虑到了当前的消费，但反映的就不再是单纯价格因素的变动。为使指数具有可比性，本书规定：

“物量指数按拉氏公式和物价指数按派氏公式”

应用举例

例8.1某商店销售3种商品的销售量和价格资料如如下，试求该商店的综合销售量指数。

	q_0	p_0	q_1	p_1
甲(千克)	50	200	62.5	140
乙(套)	75	100	90	80
丙(件)	100	50	115	50

拉氏综合物量指数

$$K_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{200\times62.5+100\times90+5.\times115}{10000+7500+5000} = \frac{27250}{22500} = 121.11\%$$

21.11%的增长在绝对数上表现为：

$$\sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 = 27250 - 22500 = 4750(\text{元})$$

其他形式的综合指数公式

- 1．马歇尔－艾奇沃斯公式 $K_p = \frac{\sum p_1(q_1+q_0)/2}{\sum p_0(q_1+q_0)/2}$
- 2．费雪交叉公式

$$K_p = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}}, \qquad K_q = \sqrt{\frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} \times \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_1 q_0}}$$

1．时间互换测验。指报告期关于基期的指数和基期关于报告期的指数的乘积等于1。

2．因子互换测验。将p与q因子互换，则价格指数变成物量指数，物量指数变成价格指数，具对称性。

3．循环测验。指第一期关于基期的指数与第二期关于第一期指数的积等于第二期关于基期的指数。

不完全数据时综合指数的计算

已知	p_0q_0	p_0q_1	p_1q_0	p_1q_1	求
$K_p(j)$	算术平均	算术平均	调和平均	调和平均	K_p
$K_q(j)$	算术平均	调和平均	算术平均	调和平均	K_q

即，求K_p时，取决销售额中的价格是基期还是报告期，基期用算术平均，报告期用调和平均；求K_q时，销售额中的数量是基期用算术平均，报告期用调和平均。

换言之：

“数量指数看数量，质量指数看质量”

例：某企业彩电、空调、电脑的预期销售额p_0q_1分别是25、35、40亿元

(a)若三种家电产品的价格指数分别是0.8，0.84，0.9，求平均价格指数K_p

(b)若三种家电产品的销售量指数分别是1.25，1.4和1.6，求平均销售量指数K_q

解:权数分别是0.25、0.35、0.40。

(a)求平均价格指数，p_0q_1中，价格在基期，用算术平均，故

$$K_p=0.80.25+0.840.35+0.90.40=0.854$$

(b)求平均销售量指数，p_0q_1中，销售量在报告期，故用加权调和平均，

$$K_q=\frac{1}{\frac{0.25}{1.25}+\frac{0.35}{1.4}+\frac{0.40}{1.6}}=1.571$$

§8.4 指数体系

- 价值指数＝数量指数×质量指数

用公式表示分解就有：

$$K_{pq}=\frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}=\frac{\sum p_0q_1}{\sum p_0q_0}\times\frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} \qquad (1)$$

或

$$K_{pq}=\frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}=\frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}\times\frac{\sum p_0q_1}{\sum p_0q_0} \qquad (2)$$

根据前面的规定在默认时，应采取式分解(1)即

价值指数＝拉氏数量指数×派许质量指数

应用举例1

产品名称	基　期		报 告 期	
	q_0	p_0	q_1	p_1
彩电	10	10	12	8
空调	20	22	24	18
电脑	30	30	34	20

试求销售额受销售量和价格影响的变动程度与绝对额（派许质量指数、拉氏数量指数）。

$$K_{pq}=\frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}=\frac{\sum p_0q_1}{\sum p_0q_0}\times\frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1},\quad \frac{1208}{1440}=\frac{1648}{1440}\times\frac{1208}{1648}$$

- 从变动程度看:0.839=1.144 × 0.733
  销售额下降16.1 %，其中因价格变动下降26.7%，因销售量上升14.4%。
- 从变动绝对额看: —232= 208—440
  销售额减少232，其中因价格变动减少440，因销售量上升增加208。

应用举例2

	基　　期		报 告 期	
	X_0	f_0	X_1	f_1
5级以上	8	4	7	8
3—4级	6	12	5	9
1—2级	4	4	3	3

- 某企业基期和报告期工人数 f (百人)，年平均工资X(千元) ,试计算：平均工资受结构f变动、工资X变动的影响程度和影响绝对额。

- 解：按拉氏数量指数与派许质量指数分解

$$\bar{K}=\frac{\sum x_1 f_1/\sum f_1}{\sum x_0 f_0/\sum f_0}=\frac{\sum x_1 f_0/\sum f_0}{\sum x_0 f_0/\sum f_0}\times\frac{\sum x_1 f_1/\sum f_1}{\sum x_1 f_0/\sum f_0}$$

- 代入数据计算得到

$$\frac{5.5}{6}=\frac{5}{6}\times\frac{5.5}{5}$$

- 影响程度分解： 0.917= 0.833 × 1.1

- 影响绝对额分解：－0.5= （－1）＋ 0.5