

钢管混凝土格构柱偏压承载能力分析的数值方法

蒋丽忠, 周旺保*, 唐斌

(中南大学 土木建筑学院, 长沙 410075)

摘要:采用泰勒级数作为分段插值函数,在考虑多个截面的平衡条件和紧箍效应钢管混凝土应力-应变关系基础上,提出了钢管混凝土格构柱弹塑性极限承载力数值方法,并编制了相应的计算程序。与现有的分段合成法相比,该方法考虑了剪力对柱变形的影响,不仅适用于两端偏心相等的偏压构件,而且适用于两端偏心不等的偏压构件的弹塑性极限承载力的计算。利用提出的计算方法和编制的程序对国内已有两端偏心相同的四肢钢管混凝土格构偏压长柱的试验结果进行了计算,并与现有规程进行了比较,结果表明:现有计算方法结果偏于保守,计算误差大,本文提出的计算结果与试验结果吻合良好。

关键词:极限承载力;数值方法;钢管混凝土;格构柱;偏心受压

中图分类号:TU398.9;TU312;TU973+.2 **文献标识码:**A

1 引言

钢管混凝土构件具有承载能力高、塑性和韧性好、施工方便快捷以及造价经济合理等优点,近年来在房屋和桥梁结构中得到广泛的应用。而钢管混凝土格构式柱能以较小直径的柱肢取得较大的截面抗弯刚度,且柱肢以受轴压力为主,充分发挥了钢管混凝土柱受压强度大的特性,因此被大量应用于荷载偏心率较大或长细比较大的结构中,如单层工业厂房的柱子、钢管混凝土拱桥、高层和超高层建筑结构。

目前国内外对单肢钢管混凝土柱的研究非常深入^[1,2,4~6],并形成了相应的设计规程^[7]。陈宝春等对格构柱极限承载力进行了系列试验研究并提出了近似计算公式^[8]。现有规程^[7]在计算钢管混凝土格构长柱偏压承载力时采用将钢管混凝土格构柱比拟成单根钢管混凝土的计算方法,没有考虑剪切变形的影响,而现有试验结果表明比拟计算方法精确度低,计算值与试验值存在着较大误差,计算方法是否合理有待进一步研究。因此对钢管

混凝土格构柱进行深入的理论分析,提出较为精确的数值计算方法非常必要。

本文将采用泰勒级数作为分段插值函数,在考虑多个截面的平衡条件和剪切变形的影响基础上,提出钢管混凝土格构长柱极限承载力计算方法,编制了相应的计算程序,并将计算结果与现有规程计算方法进行了比较。

2 基本假设

- 1) 构件达到极限承载力前柱肢不发生局部失稳,钢管和混凝土粘结良好,两者之间无相对滑移现象。
- 2) 加载过程中,钢管混凝土截面和柱肢截面始终保持平面,钢管形状和面积始终保持不变。
- 3) 外层钢管和核心混凝土的应力-应变关系均为分段多项式。
- 4) 缀条与柱肢组成桁架体系,即缀条与柱肢铰接。
- 5) 柱子破坏时仍然为小挠度,既采用小挠度计算理论。
- 6) 格构柱缀条钢管面积足够大,格构柱达到极限荷载前缀条仍处于弹性阶段,即缀条在横向剪力作用下处于弹性阶段。

3 钢管的应力与应变关系

钢管的单轴应力应变关系曲线一般可以简化为线弹性段、非线性弹性段、塑性段、强化段和二次塑性流段^[5]。试验研究^[2]表明:在钢管混凝土柱中,钢管的应变往往会进入强化和二次塑性流段,尤其是对于大偏心受压柱。因此,钢管采用理想弹塑性材料

收稿日期:2008-02-28;修改稿收到日期:2008-12-08.

基金项目:国家自然科学基金(50438020;50778177);湖南省杰出青年基金(07JJ1009)资助项目.

作者简介:蒋丽忠(1971-),男,博士,教授,博士生导师;
周旺保*(1982-),男,硕士
(E-mail:zhouwangbao@126.com).

的计算结果,在受力后期可能产生较大偏差。考虑计算简单性和合理性,近视取四段曲线^[2]构成的钢材一维应力应变曲线,如图1所示。

其具体的表达式^[2]如下:

弹性段(0a段):

$$\sigma = E_y \varepsilon, 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{e1}$$

屈服段(ab段):

$$\sigma = f_y, \varepsilon_{e1} < \varepsilon \leq \varepsilon_{e2}$$

强化段(bc段):

$$\sigma = f_y + \frac{(\varepsilon - \varepsilon_{e2}) \cdot (f_u - f_y)}{(\varepsilon_{e3} - \varepsilon_{e2})} \quad \varepsilon_{e2} < \varepsilon \leq \varepsilon_{e3}$$

二次塑流段(cd段):

$$\sigma = f_u, \varepsilon \geq \varepsilon_{e3}$$

式中 E_y 为钢材弹性阶段的弹性模量, ε_{e1} 为弹性极限应变, f_y 和 f_u 分别为钢材的屈服强度和极限强度。取屈服极限应变 $\varepsilon_{e2} = 10\varepsilon_{e1}$, 强化极限应变 $\varepsilon_{e3} = 100\varepsilon_{e1}$, 钢材极限强度 $f_u = 1.6f_y$ 。

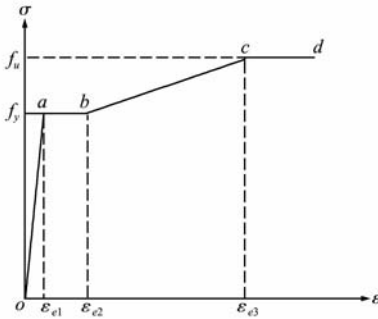


图1 简化的钢材应力-应变关系曲线
Fig. 1 Stress-strain relationship of steel

4 核心混凝土的应力-应变关系

本文采用文献[5]中混凝土三向应力-应变关系模型。核心混凝土应力-应变关系如下:

$$\sigma_c = \sigma_0 \left[A \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - B \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad (\varepsilon \leq \varepsilon_0)$$

$$\sigma_c = \begin{cases} \sigma_0 (1 - q) + \sigma_0 q \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^{0.1\xi} & (\xi \geq 1.2) \\ \sigma_0 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \frac{1}{\beta \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1 \right)^2 + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}} & (\xi < 1.2) \end{cases} \quad (\varepsilon > \varepsilon_0)$$

$$\sigma_0 = f_{ck} [1.194 + (13/f_{ck})^{0.45} (-0.07485\xi^2 + 0.5789\xi)]$$

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_c + \left(1400 + 800 \frac{f_{ck} - 20}{20} \right) \xi^{0.2}$$

$$\varepsilon_c = 1300 + 14.93 f_{ck} (\mu \varepsilon)$$

$$A = 2.0 - k, B = 1.0 - k$$

$$k = 0.1\xi^{0.745}, q = k / (0.2 + 0.1\xi)$$

$\beta = (2.36 \times 10^{-5})^{(0.25 + (\xi - 0.5)^{7.0})} \times 5 f_{ck}^2 \times 10^{-4}$ 式中,套箍系数 $\xi = f_y A_s / (f_{ck} A_c)$, 其中 A_s 和 A_c 分别为钢管和混凝土的截面积, f_y 为钢材的屈服强度, f_{ck} 为混凝土的抗压强度, ε_c 为普通混凝土应力-应变关系曲线峰值点对应的应变, ε_0 和 σ_0 分别为核心混凝土应力-应变关系曲线第一段与第二段交接点的应变和应力。

对于受拉区,混凝土的应力-应变关系按下式^[5]确定:

$$\sigma_p = 0.26 (1.25 f'_c)^{2/3}, \varepsilon_p = 43.1 \sigma_p$$

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_p \left(1.2 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_p} - 0.2 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_p} \right)^6 \right) & (\varepsilon \leq \varepsilon_p) \\ \frac{\sigma_p \cdot \varepsilon}{\varepsilon_p} & (\varepsilon > \varepsilon_p) \\ 0.31 \sigma_p^2 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_p} - 1 \right)^{1.7} + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_p} & (\varepsilon > \varepsilon_p) \end{cases}$$

式中 σ_p 为峰值拉应力, ε_p 为峰值拉应变, f'_c 为圆柱体抗压强度。

5 考虑剪切变形的钢管混凝土格构柱平衡方程

如图2(a)所示,因为变形挠度比较小,故剪力可取 $Q = P \frac{dv}{dz}$, 设剪力使压杆产生位移为 v_1 , 弯矩使压杆产生位移为 v_2 , 则压杆的总位移为 $v = v_1 + v_2$ 。

剪切应变为

$$\gamma = \frac{dv_1}{dz} = \frac{Qk}{FG} = \frac{Pk}{FG} \cdot \frac{dv}{dz} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 v_1}{dz^2} = \frac{Pk}{FG} \cdot \frac{d^2 v}{dz^2} \quad (2)$$

外力弯矩为

$$M = P(\nu + e_1) + P \frac{e_2 - e_1}{l} z$$

由小挠度理论知,

$$\frac{d^2 v_2}{dz^2} = - \frac{P(\nu + e_1) + P \frac{e_2 - e_1}{l} z}{E_c I} \quad (3)$$

将式(2)和式(3)相加得

$$\frac{d^2 v}{dz^2} = - \frac{P(\nu + e_1) + P \frac{e_2 - e_1}{l} z}{E_c I} + \frac{Pk}{GF} \cdot \frac{d^2 v}{dz^2} \Rightarrow \frac{d^2 v}{dz^2} (1 - \frac{Pk}{GF}) = - \frac{P(\nu + e_1) + P \frac{e_2 - e_1}{l} z}{E_c I} \quad (4)$$

当斜缀条反向布置时,斜缀条伸长为(如图

$$2(c)): \Delta = \frac{Qb}{F_d E \cos \alpha} \rightarrow$$

$$\gamma_1 = \delta_1 / a = \frac{\Delta}{a \cdot \cos \alpha} = \frac{Qb}{a \cdot F_d E \cos^2 \alpha} = \frac{Q}{E F_d \cos^2 \alpha \sin \alpha}$$

当斜缀条同向布置时,除了有上述剪切变形外,横向剪力使横缀条压缩而产生的剪应变为(如图 2(d) 所示):

$$\gamma_2 = \frac{Qb}{E F_d a}$$

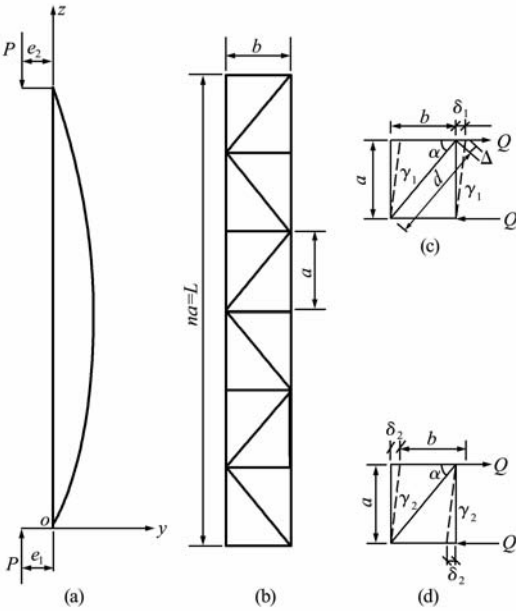


图 2 受力分析
Fig. 2 Calculation and analysis

从而得到单位剪力产生的剪切刚度为

(a) 当斜缀条反向布置时

$$\frac{K}{GF} = \frac{\gamma_1}{Q} = \frac{1}{E F_d \cos^2 \alpha \sin \alpha}$$

(b) 当斜缀条同向布置时

$$\frac{K}{GF} = \frac{\gamma_1}{Q} + \frac{\gamma_2}{Q} = \frac{1}{E F_d \cos^2 \alpha \sin \alpha} + \frac{\cos \alpha}{E F_d \sin \alpha} \quad (5)$$

将式(5)代入式(4)得

$$\frac{d^2 v}{dz^2} \left(1 - \frac{P}{E F_d \cos^2 \alpha \sin \alpha} - \frac{P \cos \alpha}{E F_d \sin \alpha} \right) = \frac{P(v + e_1) + P \frac{e_2 - e_1}{l} z}{E_e I} \quad (6)$$

由式(3,6)得

$$\frac{d^2 v_2}{dz^2} = \frac{d^2 v}{dz^2} \left(1 - \frac{P \cos \alpha}{E F_d \sin \alpha} - \frac{P}{E F_d \cos^2 \alpha \sin \alpha} \right) \quad (7)$$

式中 P 为压力, G 为剪切模量, e_1 和 e_2 为两端压力初偏心, α 为斜缀管与平缀管的夹角, E 为缀管弹模, E_e 为压杆等效弹模, I 为压杆的惯性矩, K 为考虑剪应力沿压杆横截面分布不均匀的系数, 对于圆形截面 $K = 1.11$, 对于矩形截面 $K = 1.12$, 对于工字形截面 $K = 2$, F 为压杆柱肢横截面面积, F_d 为缀条截面积。

偏压柱肢的抗力(以两肢格构柱且缀条同向布置为例,如图 3 所示)为

$$P_1 = \sum \sigma_{i1} A_{i1} \quad (8)$$

$$\epsilon_{i1} = \epsilon_0 + \phi_{me} (y_{i1} + d/2) \quad (9)$$

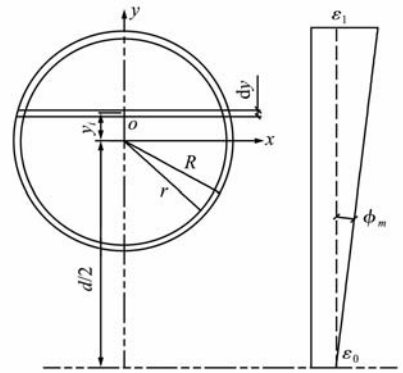


图 3 截面单元划分及条带应变计算
Fig. 3 Element division and strain calculation of cross-section

$$\phi_{me} = \frac{d^2 v_2}{dz^2} = \frac{d^2 v}{dz^2} \left(1 - \frac{P}{E F_d \cos^2 \alpha \sin \alpha} - \frac{P \cos \alpha}{E F_d \sin \alpha} \right) = \phi_m \left(1 - \frac{P}{E F_d \cos^2 \alpha \sin \alpha} - \frac{P \cos \alpha}{E F_d \sin \alpha} \right)$$

对称柱肢的抗力为

$$P_2 = \sum \sigma_{i2} A_{i2} \quad (10)$$

$$\epsilon_{i2} = \epsilon_0 - \phi_{me} (y_{i2} - d/2) \quad (11)$$

总抗力为

$$P = P_1 + P_2$$

偏压柱肢的抵抗弯矩为

$$M = \sum \sigma_{i1} A_{i1} (y_{i1} + d/2) + \sum \sigma_{i2} A_{i2} (y_{i2} - d/2) \quad (12)$$

式中 ϕ_m 为杆件曲率, ϕ_{me} 为杆件有效曲率, A_i 为条带单元面积, d 为两柱肢重心间距离, R 为柱肢钢管外径, r 为柱肢钢管内径, P_1 和 P_2 为单肢抗力, ϵ_i 为单元应变, 应力 σ_i 由 ϵ_i 及上述的应力应变关系确定。

6 数值计算的实现

迭代公式^[3](如图 4 所示)为

$$y_{i+1} = y_i + \Delta x y'_i + \frac{(\Delta x)^2}{2} y''_{i+m} \quad (13)$$

$$y'_{i+1} = y'_i + \Delta x y''_{i+m} \quad (14)$$

$$y_{i+m} = y_i + \left(\frac{\Delta x}{2}\right) y'_i + \frac{\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2}{2} y''_{i+m} \quad (15)$$

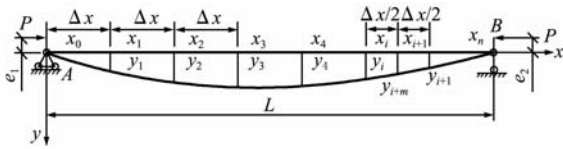


图 4 构件长度单元划分

Fig. 4 Length units' division of the components

计算步骤^[3]为

(1) 将杆件分成 n 段(图 4), 各段长度可以不同, 确定各段两端和中点的坐标。

(2) 将截面划分为 m 个面积单元(图 3), 确定各单元的面积 A_i 和中点坐标。

(3) 给定偏压力 P 。

(4) 假定由 P 力产生的杆件 A 点的转角 θ_A 即 y'_0 , 从杆端 A 开始向杆端 B 依次逐段计算。

(5) 假定第一段中点曲率 ϕ_m 和截面形心处的平均应变 ϵ_0 。

(6) 按式(9)、(11) 计算每段中央截面上的各单元应变。

(7) 按式(8)、(10) 计算每段中央截面的合抵抗力。

(8) 校合内外轴力平衡条件, 即

$$P - P_1 - P_2 = 0$$

若不满足规定的精度要求, 则调整 ϵ_0 , 重复 6 ~ 8 步的计算直到满足要求为止。

(9) 按式(15) 计算每段中点位移。

(10) 按式(12) 检算内外力矩平衡条件, 即

$$\sum \sigma_{i1} A_{i1} (y_{i1} + d/2) + \sum \sigma_{i2} A_{i2} (y_{i2} - d/2) - \left[P(y + e_1) + P \frac{e_2 - e_1}{l} x \right] = 0$$

若不满足规定的精度要求, 则调整 ϕ_m , 重复 6 ~ 10 步的计算直到满足为止。

(11) 按式(13) 和式(14) 计算每段终点的位移和斜率。

(12) 进入下一段的计算, 可以用前一段已计算得到的曲率 ϕ_m 和平均应变 ϵ_0 作为假定值, 重复 6 ~ 12 步的计算, 直到最后一段。

(13) 校核杆端 B 点的边界条件是否满足, 即 $y_n = y_B$, 若不满足规定的精度要求, 则调整 θ_A 值, 重复 5 ~ 13 步的计算, 直到满足为止。

(14) 增加 P 值, 重复 4 ~ 13 步的计算, 便可逐步确定荷载 - 挠度曲线。当增加到某个 P 值时, 若第 13 步不能完成, 即出现发散现象, 说明压弯杆件已达到或接近极限承载能力, 开始进入不稳定状况。刚出现发散现象时的荷载就是极限荷载的近似值。当需要计算荷载 - 位移曲线的下降段时, 可在求出极限荷载后, 减小 P 值, 调整 θ_A 和 ϕ_m 值, 重复 6 ~ 13 步的计算来取得。

7 数值算例

为了验证本文提出的数值方法及其程序的正确性和有效性, 用本文程序计算了文献[8]中提供的两端偏心距相同偏心不同及长细比不同的偏压构件的弹塑性极限承载能力, 并与试验值和文献[7]中关于钢管混凝土格构柱计算值进行了比较, 比较结果见表 1、图 5 和图 6。

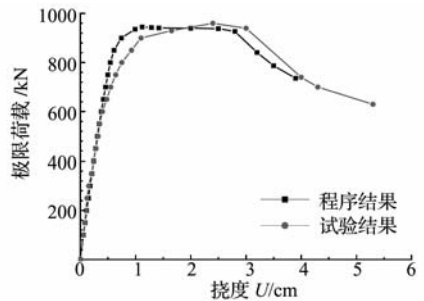


图 5 试件 Ch3-4 的 P-U_m 曲线

Fig. 5 The P-U_m curve of specimen Ch3-4

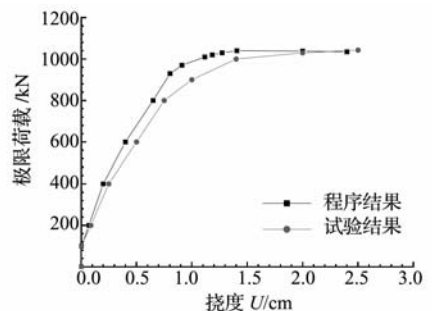


图 6 试件 Ch4-3 的 P-U_m 曲线

Fig. 6 The P-U_m curve of specimen Ch4-3

表 1 本文计算结果与试验结果的比较

Tab. 1 Comparison between calculated results and test

试件名称 ^[8]	试件长度(m)	长细比	偏心率(e/b)	试验值/kN	规程值/kN	程序值/kN	规程误差/%	程序误差/%
Ch2-2	2.4	12	0.2	1236	1112	1235	10.0	0.01
Ch2-3	2.4	12	0.3	1085	973	1095	10.3	-0.92
Ch2-4	2.4	12	0.4	947	865	970	8.7	-2.43
Ch3-2	3.2	16	0.2	1243	1088	1220	12.5	1.85
Ch3-3	3.2	16	0.3	1064	952	1045	10.5	1.78
Ch3-4	3.2	16	0.4	960	846	945	11.9	1.56
Ch4-2	4.0	20	0.2	1199	1061	1190	11.5	0.75
Ch4-3	4.0	20	0.3	1043	929	1040	10.9	0.28
Ch4-4	4.0	20	0.4	935	826	930	11.7	0.53

8 结 论

通过比较一系列四肢钢管混凝土格构柱偏压极限承载力的试验值和本文数值计算结果及常用的规程 CECS28:90 中关于钢管混凝土格构柱的计算结果知:本文数值计算结果与试验结果误差一般不超过 2%,与试验结果吻合良好,且数值计算所得的荷载-挠度曲线与试验荷载-挠度曲线基本吻合,计算精度比现有规程 CECS28:90 中关于钢管混凝土格构柱的极限承载力计算^[7]方法更经济合理,证明了本文计算方法的正确性与可靠性。研究表明,规程 CECS28:90 中关于钢管混凝土格构柱的极限承载力计算方法偏于保守,需要进一步改进。本文计算方法只适用于两肢和四肢格构柱,对于三肢格构柱有待进一步研究。

参考文献(References):

[1] 屠永清,李 丛. 钢管混凝土柱极限承载力分析的分段合成法[J]. 北京航空航天大学学报, 2005, **31**(10): 1092-1095. (TU Yong-qing, LI Cong, Integral method for ultimate load analysis of concrete-filled steel tubular columns[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2005, **31**(10): 1092-1095. (in Chinese))

[2] 陈宝春,陈友杰,王来永,等. 钢管混凝土偏心受压应力-应变关系模型研究[J]. 中国公路学报, 2004, **17**(1): 23-28. (CHEN Bao-chun, CHEN You-jie, WANG Lai-yong, et al. Study of stress-strain relation of concrete filled steel tubular eccentric compression

column[J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2004, **17**(1): 23-28. (in Chinese))

- [3] 夏志斌,潘有昌. 结构稳定理论[M]. 北京:高等教育出版社, 1987. (XIA Zhi-bin, PAN You-chang. *Structural Stability Theory* [M]. Beijing: Higher Education Press, 1987. (in Chinese))
- [4] 蔡绍怀. 现代钢管混凝土结构(修订版)[M]. 人民交通出版社, 2007. (CAI Shao-huai. *Modern Steel Tube Confined Concrete Structures (Revised Edition)* [M]. China Communication Press, 2007. (in Chinese))
- [5] 韩林海. 管混凝土结构[M]. 北京:科学出版社, 2007. (HAN Lin-hai. *Concrete Filled Steel Tube Structure* [M]. Beijing: Science Press, 2007. (in Chinese))
- [6] 钟善桐. 钢管混凝土统一理论研究与应用[M]. 北京:清华大学出版社, 2006. (ZHONG Shan-tong. *Concrete-Filled Steel Tube Unified Theory Research and Applying* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006. (in Chinese))
- [7] CECS 28:90 钢管混凝土结构设计及施工规程[S]. 中国计划出版社, 1992. (ECS 28:90 Concrete filled steel tube structure design and construction code[S]. China Planning Press, 1992. (in Chinese))
- [8] 陈宝春,欧智菁. 四肢钢管混凝土格构柱极限承载力试验研究[J]. 土木工程学报, 2007, **40**(6): 32-41. (CHEN Bao-chun, OU Zhi-jing. Experimental study on the ultimate load carrying capacity of four-tube concrete filled steel tubular laced columns[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2007, **40**(6): 32-41. (in Chinese))

Improved equivalent plane method in system reliability computation

KANG Hai-gui^{*1}, ZHANG Jing¹, ZHANG Xiao-qing²

(1. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. Management Office of Key Project Construction, Zhengzhou 450007, China)

Abstract: The reliability computation is a complicated problem for a structural system with multi-failure modes. It is difficult to get the computational results directly, and an approximate method is usually used. If the correlativity between failure modes is very weak, some approximate methods can be found to calculate the system reliability and the calculation accuracy can be quite good. But, if the correlativity between failure modes is quite high, the calculation errors by these methods are usually very big. The original equivalent plane method (EPM) is only used to calculate the parallel system reliability, by which the iteration method is required and the calculation errors are usually quite big. In this paper, an analysis formula of equivalent plane method for calculating the series system reliability is derived firstly, and then an improved equivalent plane method (IEPM) is put forward. The improved equivalent plane method can be used to calculate both series system and parallel system failure probabilities. By using this new method, the problem of calculation accuracy for the system reliability computation with high correlativity between failure modes is solved very well. A large number of calculation examples and comparison, show that this new method has quite high precision for the system reliability computation with high correlativity between failure modes.

Key words: system reliability; equivalent plane method; failure mode; parallel system; series system

(上接第 131 页)

Numerical analysis method of the eccentric compression bearing capacity for the concrete filled steel tubular latticed columns

JIANG Li-zhong, ZHOU Wang-bao^{*}, TANG Bin

(School of Civil and Architectural Engineering, Central South University, Changsha 410075, China)

Abstract: The Taylor's series were used as the piecewise interpolation function. Based on the equilibrium condition of several sections and the stress-strain relationship of the concrete-filled steel tube considering the confinement effect, the numerical method for calculating the elastic-plastic ultimate loads of the concrete-filled tubular laced columns were put forward, and the corresponding computing program was compiled. Compared with the existing methods, the effect of the shear was taken into account in this method, which was not only suitable for calculating the ultimate load of the eccentric compression members with equal eccentricity, but also the eccentric compression members with unequal eccentricity. The elastic-plastic ultimate loads of some domestic existing four-tube concrete-filled steel tubular laced columns with equal eccentricity are computed using the numerical method, and the computed results are compared with the existing code. The computed results indicated that the existing computational methods are conservative, the computational errors are great, and the computed results in this article agree well with the test results.

Key words: ultimate bearing capacity; numerical method; concrete-filled steel tube; latticed column; eccentric compression