

# 复合材料加筋板铺层优化设计的等效弯曲刚度法

乔巍, 姚卫星\*

(南京航空航天大学 飞行器先进设计技术国防重点学科实验室, 南京 210016)

**摘要:**借助于等效弯曲刚度法和遗传算法,建立了一种复合材料加筋板铺层顺序优化设计算法。等效弯曲刚度法基于层合板的弯曲刚度与其失稳载荷一一对应的关系,将任意铺层顺序的层合板等效成一个只有8层的对称铺层的辅助层合板,通过优化辅助层合板,得到层合板的最优弯曲刚度参数,最后以获得的最优弯曲刚度参数为约束应用遗传算法进行铺层顺序优化,获得接近最优解的解答。算例表明,通过引入等效弯曲刚度法,实现了复合材料加筋板的铺层顺序优化设计,并且效果明显。

**关键词:**复合材料;加筋板;稳定性;等效弯曲刚度;铺层顺序优化;遗传算法

**中图分类号:**TU318;TB323 **文献标志码:**A

## 1 引言

加筋板结构被广泛应用于机身和机翼盒段等薄壁结构中,复合材料加筋板的优化设计日益受到航空航天界的关注。但是其失效模式众多,结构优化设计变量不仅有加筋型式、加筋密度及尺寸,还有铺层设计等;其中有连续变量,也有离散变量,因此加筋板结构优化设计复杂<sup>[1]</sup>,难度比较大。

目前,对复合材料加筋板结构的优化设计已经有很多研究。Liu<sup>[2]</sup>提出了一种基于程序包 VICONOPT 的复合材料加筋板优化方法,并对 Z 字型加筋板进行了优化。Lanzi<sup>[3]</sup>应用神经网络对复合材料加筋板进行优化。Vitali<sup>[4]</sup>应用响应面技术对复合材料帽型加筋板进行优化。Kang<sup>[5]</sup>应用遗传算法对复合材料加筋板进行优化。刘克龙<sup>[6]</sup>和张柱国<sup>[7]</sup>采用代理模型技术研究了加筋板的优化设计问题。

复合材料铺层设计变量包括铺层角度、铺层厚度和铺层顺序。在实际的复合材料层合板设计中,单层板厚度往往是确定值,同时由于工艺条件的限制,工程结构的各层的铺设角度一般是由  $0^\circ$ ,  $\pm 45^\circ$  和  $90^\circ$  这四种标准铺层角度组成的,因此复合材料加筋板设计需要优化铺层顺序,提高加筋板的屈曲失稳载荷,减轻结构重量。

由于层合板不同角度的铺层顺序是离散变量,用传统的数学规划方法求解比较困难。Hirano<sup>[8]</sup>应用分支界限法对复合材料机翼进行了铺层顺序优化方法研究,但只适用于铺层层数比较少的情況。近年来遗传算法为铺层优化设计提供了一个比较好的求解思路,可以比较容易地解决铺层顺序的组合优化问题,Abouhamze<sup>[9]</sup>应用遗传算法和神经网络对复合材料柱形板进行了多目标的铺层顺序优化,修英姝<sup>[10]</sup>应用神经网络模型确定在规定角度下的铺层数,再应用遗传算法优化这种铺层下的铺层顺序,晏飞<sup>[11]</sup>、罗志军<sup>[12]</sup>和任茶仙<sup>[13]</sup>分别应用遗传算法对铺层顺序优化进行了研究。

但是如果直接以铺层顺序作为设计变量进行优化,其巨大的设计变量数目将产生难以承受的计算工作量,在实际应用中是无实用价值的。Miki<sup>[14]</sup>, Liu<sup>[15]</sup>和 Haftka<sup>[16]</sup>通过引入层合板的弯曲刚度参数等中间设计变量对层合板铺层顺序进行优化。本文在这些研究的基础上,提出等效弯曲刚度法,首先由稳定性约束条件设计好辅助层合板的弯曲刚度参数,然后在最优弯曲刚度参数支配下设计目标层合板的铺层顺序,使得复合材料加筋板铺层顺序优化设计方法更为实用。本文采用等效弯曲刚度法,研究了加筋板在对称均衡铺层设计条件下,通过优化设计合适的尺寸和铺层顺序,从而获得满足稳定性的加筋板结构最小重量。

收稿日期:2009-04-13;修改稿收到日期:2009-12-04.

作者简介:姚卫星\*(1957-),男,博士,教授

(E-mail: wxyao@nuaa.edu.cn).

## 2 等效弯曲刚度法

从本质上讲,稳定性约束下的复合材料层合板结构的铺层优化设计,无论是以各层铺层角作为设计变量的优化方法,还是以弯曲刚度参数作为设计变量的优化方法,都是为了得到层合板的最优弯曲刚度。因此,可以将得到层合板的最优弯曲刚度作为目标。

等效弯曲刚度法基于层合板的弯曲刚度与其失稳载荷一一对应的关系,将任意铺层顺序的层合板等效成一个只有 8 层的对称铺层的辅助层合板,通过优化辅助层合板,就可以得到层合板的最优弯曲刚度。最后以获得的最优弯曲刚度为约束应用遗传算法得到层合板的最优铺层顺序。

### 2.1 弯曲刚度参数

在飞机复合材料层合板铺层设计中,一般优先采用对称均衡铺层设计,其耦合刚度矩阵  $[B] = 0$ 。弯曲刚度矩阵  $[D]$  不仅与铺层角、铺层百分比有关,并与铺层顺序有关。

对称层合板弯曲刚度矩阵  $[D]$  可以表示如下:

$$\begin{cases} D_{11} = U_1 W_0 + U_2 W_1 + U_3 W_2 \\ D_{12} = U_4 W_0 - U_3 W_2 \\ D_{16} = \frac{1}{2} U_2 W_3 + U_3 W_4 \\ D_{22} = U_1 W_0 - U_2 W_1 + U_3 W_2 \\ D_{26} = \frac{1}{2} U_2 W_3 - U_3 W_4 \\ D_{66} = U_5 W_0 - U_3 W_2 \end{cases} \quad (1)$$

式中  $U_i$  是材料性能的一种表示方式,参见文献 [17]。

为便于使用,无量纲化的弯曲刚度参数  $W_0^*$ ,  $W_1^*$ ,  $W_2^*$ ,  $W_3^*$  和  $W_4^*$  表示为

$$\begin{bmatrix} W_0^* \\ W_1^* \\ W_2^* \\ W_3^* \\ W_4^* \end{bmatrix} = \frac{12}{h^3} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \kappa_z^2 \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\theta_z \\ \cos 4\theta_z \\ \sin 2\theta_z \\ \sin 4\theta_z \end{bmatrix} dz \quad (2)$$

式中  $h$  为层合板厚度,这些无量纲弯曲刚度参数满足以下条件<sup>[16]</sup>: 由于飞机结构中用到的层合板的铺层角度一般都选择  $0^\circ$ ,  $\pm 45^\circ$  和  $90^\circ$  这四种标准铺层方向,因此,

$$W_0^* \equiv 1, W_4^* \equiv 0 \quad (3)$$

$$-1 \leq W_1^*, W_2^*, W_3^* \leq 1 \quad (4)$$

### 2.2 等效弯曲刚度

当两个铺层顺序不同层合板的弯曲刚度是相等时,可以认为是等效弯曲刚度。由式(1,3,4)可知,当两个层合板的厚度和弯曲刚度参数  $W_1^*$ ,  $W_2^*$  和  $W_3^*$  均相等时,就是等效弯曲刚度。

本文构造一个辅助层合板,为 8 层对称层合板,对称的 8 层铺层角分别为  $45^\circ$ ,  $-45^\circ$ ,  $0^\circ$  和  $90^\circ$ 。通过调整各层的厚度,可以等效任意铺层顺序层合板的弯曲刚度。在实际的复合材料层合板设计中,层合板通常选择对称均衡铺层,单层板厚度往往是确定值,且铺设角度一般选择  $0^\circ$ ,  $\pm 45^\circ$  和  $90^\circ$  这四种标准铺层角度组成的。因此最终要得到的目标层合板的单层板厚度为定值,铺层角选择  $0^\circ$ ,  $\pm 45^\circ$  和  $90^\circ$  这四种标准铺层角,如图 1 所示。

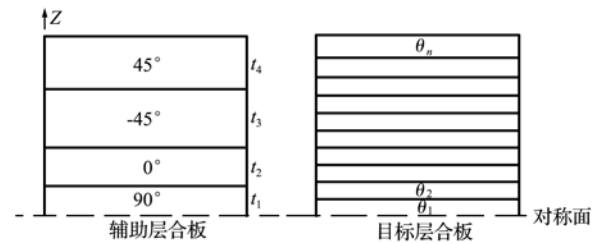


图 1 等效弯曲刚度的层合板

Fig. 1 Laminate of equivalent bending stiffness

由式(2)可以得到辅助层合板和目标层合板的弯曲刚度参数,辅助层合板的弯曲刚度参数为

$$\begin{cases} W_1^* = \left[ \frac{t_1 + t_2}{t} \right]^3 - 2 \left[ \frac{t_1}{t} \right]^3 \\ W_2^* = 2 \left[ \frac{t_1 + t_2}{t} \right]^3 - 1 \\ W_3^* = \left[ \frac{t_1 + t_2}{t} \right]^3 - 2 \left[ \frac{t_1 + t_2 + t_3}{t} \right]^3 + 1 \end{cases} \quad (5)$$

目标层合板的弯曲刚度参数为

$$\begin{cases} W_1^* = \frac{3}{m^3} \sum_{k=1}^n \left[ \frac{1}{12} + \left( k - \frac{1}{2} \right)^2 \right] \cos 2\theta_k \\ W_2^* = \frac{3}{m^3} \sum_{k=1}^n \left[ \frac{1}{12} + \left( k - \frac{1}{2} \right)^2 \right] \cos 4\theta_k \\ W_3^* = \frac{3}{m^3} \sum_{k=1}^n \left[ \frac{1}{12} + \left( k - \frac{1}{2} \right)^2 \right] \sin 2\theta_k \end{cases} \quad (6)$$

由上述分析可知,当辅助层合板和目标层合板的厚度、弯曲刚度参数  $W_1^*$ ,  $W_2^*$  和  $W_3^*$  均相等时,可以认为它们的弯曲刚度是相等的。

### 2.3 等效弯曲刚度法的应用

等效弯曲刚度法,相对于以前的铺层顺序优化方法,有两点优势:第一,等效弯曲刚度法减少了设

计变量的数量,且将离散变量转变为连续变量,降低的优化的难度,提高了收敛效率;第二,等效弯曲刚度法实现了层合板的尺寸和弯曲刚度的同时优化,避免了优化的多级迭代,简化了优化流程,提高了优化效率。

层合板铺层顺序优化的等效弯曲刚度法的基本步骤:先优化辅助层合板,其设计变量为  $45^\circ, -45^\circ, 0^\circ$  和  $90^\circ$  四铺层的厚度,然后将优化后的各铺层厚度代入式(5),得到其最优弯曲刚度参数  $W_1^*, W_2^*$  和  $W_3^*$ ,最后以最优弯曲刚度为约束,通过式(6)采用遗传算法得到目标层合板的最优铺层顺序。

### 3 复合材料加筋板的优化方法

本文将等效弯曲刚度法应用于复合材料加筋板优化设计,把复合材料加筋板优化设计分为两个层次,即外形尺寸级和铺层顺序级。外形尺寸级优化是以蒙皮辅助层合板铺层厚度和筋条的布局及尺寸作为设计变量,最大屈曲因子为约束,结构重量为目标函数。通过优化辅助层合板铺层厚度,获得层合板的最优弯曲刚度参数。铺层顺序级优化是由最优弯曲刚度参数应用遗传算法得到最优铺层顺序。其思路如下:

(1) 建立结构有限元模型,将蒙皮层合板构造辅助层合板形式。

(2) 构建外形尺寸级优化,采用等效弯曲刚度法,以辅助层合板四个铺层厚度和筋条尺寸为设计变量,最大屈曲因子为约束,结构重量最轻为目标函数,应用改进的可行方向法进行迭代优化。

(3) 由优化后的辅助层合板的各层铺层厚度,代入式(5),得到层合板的弯曲刚度参数,即为最优弯曲刚度参数  $W_{1opti}^*, W_{2opti}^*$  和  $W_{3opti}^*$ 。

(4) 构建铺层顺序级优化,以目标层合板的各层铺层角作为设计变量,根据式(6),应用遗传算法,使其弯曲刚度参数  $W_1^*, W_2^*$  和  $W_3^*$  最接近于最优值  $W_{1opti}^*, W_{2opti}^*$  和  $W_{3opti}^*$ 。最后验证在设计出的铺层下加筋板是否满足要求。

#### 3.1 外形尺寸级优化

外形尺寸级优化以蒙皮辅助层合板铺层厚度和筋条的布局及尺寸作为设计变量,最大屈曲因子为约束,结构重量为目标函数,可以描述为求解一个线性规划问题。

$$\text{Find } x = \{t_1, t_2, t_3, t_4, x_i\}$$

$$\text{Min } W$$

$$\text{s. t. } \lambda \geq \lambda^*$$

$$t_{iL} \leq t_1, t_2, t_3, t_4 \leq t_U$$

$$x_{iL} \leq x_i \leq x_{iU} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

式中  $t_1 \sim t_4$  为蒙皮辅助层合板的各层厚度,  $x_i$  为筋条的布局及尺寸,  $x_U$  和  $x_L$  分别为设计变量上下限,  $W$  为结构总重量,  $\lambda$  为屈曲因子。

#### 3.2 铺层顺序优化

由优化后的辅助层合板的铺层厚度,得到层合板的最优弯曲刚度参数  $W_{1opti}^*, W_{2opti}^*$  和  $W_{3opti}^*$ 。

对于层数已知为  $2 \times n$  的对称均衡铺层,欲设计其铺层顺序,使其弯曲刚度参数  $W_1^*, W_2^*$  和  $W_3^*$  最接近于最优值  $W_{1opti}^*, W_{2opti}^*$  和  $W_{3opti}^*$ ,可以描述为求解这样一个非线性规划问题。

$$\text{Find } \theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]^T$$

$$\text{Min } \sqrt{(W_1^* - W_{1opti}^*)^2 + (W_2^* - W_{2opti}^*)^2 + (W_3^* - W_{3opti}^*)^2}$$

式中  $\theta_k$  对应铺层顺序中的每层的铺层角。在实际工程中,各层的铺层角度一般是由  $0^\circ, \pm 45^\circ$  和  $90^\circ$  这四种标准铺层角度组成,因此  $\theta_k$  的选择范围是  $0^\circ, \pm 45^\circ$  和  $90^\circ$  中的某一个值。对于大部分铺层层数比较多的情况,计算量特别大。本文通过遗传算法实现铺层顺序优化设计。

### 4 算 例

#### 4.1 结构描述

取文献[17]中 3.4.1 节的第四种情况, L 型纵向加筋板,长  $L = 586 \text{ mm}$ ,宽  $L = 234 \text{ mm}$ ,单层厚度为  $0.117 \text{ mm}$ 。四边取简支,受轴压。材料性能:  $E_{11} = 126.0 \text{ GPa}$ ,  $E_{22} = 10.7 \text{ GPa}$ ,  $G_{12} = 4.47 \text{ GPa}$ ,  $\nu_{12} = 0.33$ 。蒙皮铺层为  $[45^\circ / -45^\circ / 0^\circ / -45^\circ / 0^\circ / 45^\circ / 90^\circ / 45^\circ / -45^\circ / 0^\circ / -45^\circ / -45^\circ / 0^\circ / -45^\circ / 0^\circ / 45^\circ]_s$ , 32 层,蒙皮厚度为  $3.744 \text{ mm}$ ;筋条铺层为  $[45^\circ / -45^\circ / 0^\circ / -45^\circ / 0^\circ / 45^\circ / 90^\circ / 45^\circ / 0^\circ / -45^\circ / 0^\circ]_s$ , 22 层,筋条厚度为  $2.574 \text{ mm}$ ,结构外形如图 2 所示。

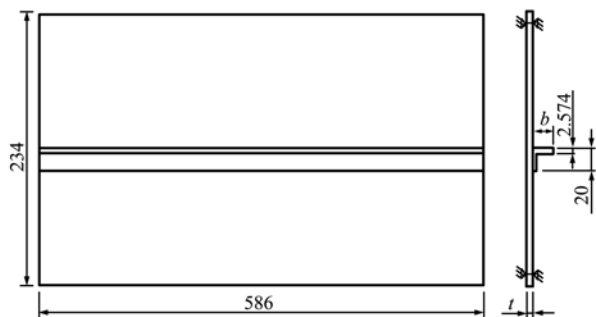


图 2 加筋板的结构外形  
Fig. 2 Structure shape of stiffened panel

## 4.2 初始结构有限元分析

利用 MSC. Patran 建立整体加筋板结构有限元模型,并以壳单元模拟蒙皮和筋条的腹板和缘条,模型施加初始参考载荷 1000 N/mm 于蒙皮纵向边。应用 NASTRAN 进行线性屈曲分析,求得结构线性屈曲因子为 0.377,因此结构的屈曲载荷为 377 N/mm。文献中试验值为 391.7 N/mm,以有限条元素法屈曲分析软件 BAFLCP 的计算值为 346.1 N/mm。因此本文建立的有限元模型比较有效。下面进行优化中结构施加的参考载荷为 377 N/mm。

## 4.3 结构优化模型

在 MSC. Patran 下运用 PCL 语言和 Parametric modeling 方法建立参数化结构模型。本文取蒙皮的厚度  $t$  和筋条的高度  $b$  为设计变量,由于蒙皮层合板采用辅助层合板,其厚度为对称的四层单层板的厚度,确定设计变量见表 1,优化过程中要反复调用有限元分析。

表 1 结构设计变量空间

Tab. 1 Structural design variable space

设计变量	下限值	初始值	上限值
$t_1/\text{mm}$	0.0001	0.45	1.0
$t_2/\text{mm}$	0.0001	0.45	1.0
$t_3/\text{mm}$	0.0001	0.45	1.0
$t_4/\text{mm}$	0.0001	0.45	1.0
$b/\text{mm}$	5	20	40

## 4.4 优化结果

初步优化后蒙皮的厚度  $t = 2.7172$  mm,筋条的高度  $b = 36.35$  mm。由于单层板厚度往往是确定值,因此需要对蒙皮的厚度圆整。圆整后蒙皮厚度  $t = 2.808$  mm,即 24 层;将  $t = 2.808$  mm 作为约束,代入外形尺寸级重新优化。优化后蒙皮单层最优厚度为  $t_1 = 0.3112$  mm,  $t_2 = 0.5614$  mm,  $t_3 = 0.2657$  mm,  $t_4 = 0.2657$  mm,筋条的高度  $b = 34.54$  mm;代入式(5),得到最优弯曲刚度参数为  $W_1^* = 0.0415$ ,  $W_2^* = -0.8916$ ,  $W_3^* = 0.1112$ ;应

表 2 优化结果

Tab. 2 Optimized results

	优化前	优化后
蒙皮铺层	[45/-45/0/-45/0/45/90/45/ -45/0/-45/-45/0/-45/0/45]s	[45/-45/45 <sub>2</sub> /-45 <sub>3</sub> / 0/45/0/90 <sub>2</sub> ]s
层数	32	24
筋条高度/mm	20	34.54
屈曲因子	1.0	1.004
重量/kg	1.1475	0.9346
减重效果		18.55%

用遗传算法计算出蒙皮的铺层顺序,优化后的铺层顺序为[45/-45/45<sub>2</sub>/-45<sub>3</sub>/0/45/0/90<sub>2</sub>]s,优化结果见表 2。

## 5 结 论

本文通过等效弯曲刚度法,引入辅助层合板,实现了复合材料加筋板稳定性的铺层顺序优化设计。算例表明,这一优化模型方法合理,效果明显,结果可靠,可以适用于比较广泛应用的复合材料对称均衡铺层的层合板稳定性设计问题。

## 参考文献(References):

- [1] Venkataraman S, Haftka R T. Optimization of composite panel-A review [A]. Proceeding of the 14th Annual Technical Conference of the American Society of Composites[C]. Dayton, OH, 1999.
- [2] Liu W, Butler R, Mileham A R. Optimum Design, Experimental Testing and Post-Buckling Analysis of Thick Composite Stiffened Panels[R]. 2005, AIAA-2005-1826.
- [3] Lanzi L, Bisagni C. Minimum Weight Optimization of Composite Stiffened Panel Using Neural Networks [R]. 2003, AIAA-2003-1698.
- [4] Vitali R, Papk O, et al. Structural Optimization of a Hat Stiffened Panel by Response Surface Techniques [R]. 1997, AIAA-97-1151:2983-2993.
- [5] Kang J H, Kim C G. Minimum-weight design of compressively loaded composite plates and stiffened panels for post-buckling strength by genetic algorithm[J]. *Composite Structures*, 2005, **69**(2): 239-246.
- [6] 刘克龙,姚卫星,穆雪峰. 基于 Kriging 代理模型的结构形状优化方法研究[J]. *计算力学学报*, 2006, **23**(3): 344-347. (LIU Ke-long, YAO Wei-xing, MU Xue-feng. A method of structural shape optimization based on Kriging model[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2006, **23**(3): 344-347. (in Chinese))
- [7] 张柱国,姚卫星,刘克龙. 基于进化 Kriging 模型的金属加筋板结构布局优化方法[J]. *南京航空航天大学学报*, 2008, **40**(4): 497-500. (ZHANG Zhu-guo, YAO Wei-xing, LIU Ke-long. Configuration optimization method for metallic stiffened panel structure based on updated Kriging model[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*,

- 2008, **40**(4):497-500. (in Chinese))
- [8] Hirano Y, Todoroki A. Fractal Branch and Bound Method for Stacking-Sequence Optimization of Composite Delta Wing[R]. 2004, AIAA-2004-6439.
- [9] Abouhamze M, Shakeri M. Multi-objective stacking sequence optimization of laminated cylindrical panels using a genetic algorithm and neural networks[J]. *Composite Structures*, 2007, **81**(2):253-263.
- [10] 修英姝, 崔德刚. 复合材料层合板稳定性的铺层优化设计[J]. *工程力学*, 2005, **22**(6):212-216. (XIU Ying-shu, CUI De-gang. Ply optimization design for stability of composite laminates[J]. *Engineering Mechanics*, 2005, **22**(6):212-216. (in Chinese))
- [11] 晏 飞, 李为吉. 基于自适应遗传算法的复合材料层合板铺层顺序优化方法[J]. *西北工业大学学报*, 2001, **19**(1):156-159. (YAN Fei, LI Wei-ji. A stacking sequence optimization method of composite laminated panel based on an adaptive genetic algorithm [J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2001, **19**(1):156-159. (in Chinese))
- [12] 罗志军, 乔 新. 基于遗传算法的复合材料层压板固有频率的铺层顺序优化[J]. *复合材料学报*, 1997, **14**(4):114-118. (LUO Zhi-jun, QIAO Xin. Optimization of ply stacking sequence for natural frequencies of composite laminates by genetic algorithm[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 1997, **14**(4):114-118. (in Chinese))
- [13] 任茶仙, 张 铎. 复合材料层合结构铺层顺序优化设计的免疫遗传算法[J]. *强度与环境*, 2007, **34**(2):43-50. (REN Cha-xian, ZHANG Duo. Immunity genetic algorithm for stacking sequence optimization in composite laminated structures[J]. *Structure & Environment Engineering*, 2007, **34**(2):43-50. (in Chinese))
- [14] Miki M. Optimum design of laminated composite plates using lamination parameters[J]. *AIAA Journal*, 1993, **31**(5):275-283.
- [15] Liu B, Haftka R T. Maximization of buckling loads of composite panels using flexural lamination parameters[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2004, **26**(2):28-36.
- [16] Haftka R T, Walsh R L. Stacking-sequence optimization for buckling of laminated plates by integer programming[J]. *AIAA Journal*, 1992, **30**(3):814-819.
- [17] 中国航空研究院. 复合材料结构稳定性分析指南[M]. 北京: 航空工业出版社, 2002. (Chinese Aeronautical Establishment. *Stability Analysis of Composite Structures Guide*[M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2002. (in Chinese))

## Equivalent bending stiffness method for stacking sequence optimization of composite stiffened panel

QIAO Wei, YAO Wei-xing\*

(Key Laboratory of Fundamental Science for National Defense-Advanced Design Technology of Flight Vehicle, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** A stacking sequence optimization design approach of composite stiffened panel was built up based on equivalent bending stiffness method and Genetic Algorithms (GA). Very well known the fact that one laminate bending stiffness is corresponding to one buckling load, an arbitrary stacking sequence laminate to be equivalent auxiliary laminate only eight plies in the presented method. Firstly, optimal bending lamination parameters are obtained by optimizing auxiliary laminate. Then the stacking sequence solution is obtained with genetic algorithms for the optimal bending lamination parameters. One composite stiffened panel was optimized with the proposed method as example, and the optimization result demonstrated that the stacking sequence optimization of composite stiffened panel can be accomplished effectively based on equivalent bending stiffness.

**Key words:** composite; stiffened panel; buckling; equivalent bending stiffness; stacking sequence optimization; genetic algorithms