

基于3星子集的GPS快速选星算法

霍国平^{1,2}, 缪玲娟¹, 高志峰¹

(1. 北京理工大学自动化学院, 北京 100081; 2. 清华大学信息技术研究院, 北京 100081)

摘要: 针对高精度GPS导航系统中,空间星座数量变化时由星座选择带来的运算量较大的问题,利用Sherman-Morrison矩阵求逆引理,推导得到GDOP(Geometric Dilution of Precision)值的增量递推计算公式。在此基础上提出一种基于由3颗GPS卫星组成“3星子集”的快速选星算法,并利用LLRB树(Left Leaning Red-Black Tree)的存储搜索策略辅助快速产生最佳4星组合。相对于传统GDOP选星法,在可视星卫星数增加时,浮点数运算量(FLOPs)可减少将近一半;当可视卫星数减少时,FLOPs可降低到接近为0。实际试验结果表明,3星子集选星方法可以有效降低星座突变时由星座选择带来的时间消耗,提高星座更新的实时性。

关键词: 星座选择; 几何精度因子; LLRB树; 浮点数运算量

中图分类号: TN967.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1328(2014)05-0574-07

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2014.05.011

GPS Fast Constellation Selection Based on 3-SAT Subset

HUO Guo-ping^{1,2}, MIAO Ling-juan¹, GAO Zhi-feng¹

(1. School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

2. Research Institute of Information Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: A fast constellation selection method named ‘3-SAT subset’ is presented for reducing the large amount of computation when a sudden change occurs in the sky view in high-accuracy GPS navigation system. The GDOP (Geometric Dilution of Precision) recursive formula is deduced by use of the Sherman-Morrison formula to reduce matrix inversion operation. Moreover, efficient storage and search strategy of LLRB-Tree (Left Leaning Red-Black Tree) algorithm is used to assist rapid creation of optimal 4-SAT combinations and get the minimal GDOP. With respect to the traditional GDOP constellation selection, the amount of floating-point operations per second (FLOPs) can be reduced by more than half when the number of visualization satellites increases, and almost equals 0 when the number decreases. The experimental results show that, 3-SAT subset method can effectively reduce the time consumption at the mutation of constellations and improve the real-time performance accordingly.

Key words: Constellation selection; GDOP; LLRB-Tree; FLOPs

0 引言

伴随着全球卫星定位系统(GPS)在各个领域的广泛应用,对于定位输出精度的要求也越来越高。影响GPS定位精度的因素可以整体划分为两类:一是卫星观测量的测距误差;另一类则是参与解算GPS星座的几何精度因子(GDOP)^[1]。GPS现代化进程的不断加快,使得GPS系统当前的工作卫星已

达32颗^[2],同时GPS接收机的性能也在不断提高,多数接收机已可同时提供12通道或以上的卫星捕获能力,所以在导航解算过程中以降低测距误差为目的的研究获得了较多的关注^[2-3],如对于星历、星钟误差的研究,对于抑制多路径效应、建立精确大气层模型以及抗电磁干扰的研究等。然而,对于高精度导航系统来说,作为测距误差放大因子存在的GDOP的影响也不容忽视(图1)。不恰当的选星策

略常常会给系统带来较大的运算负担,从而造成星座选择的结果无法及时更新,最终将导致解算精度下降。

早期的星座选择方法是根据伪距定位原理导出的最佳几何精度因子法^[1],也称为传统最佳星座选择方法,该方法也是后续各种方法的理论依据。为了避免最佳几何精度因子法中运算量过大的问题,国内外学者^[4-6]先后提出了诸如最大四面体体积法、准最佳选星法、最大正交投影法,以及底座星锥体半顶角法、模糊选星法、可变加权的综合几何精度因子法等诸多优化的计算方法。上述方法在减小选星运算量方面均取得了较好的效果,但对空间星座增减时的情况未做进一步研究。在高速率的姿态测量或组合导航系统中,当空间星座数量突然增加或者减小时,若重新执行完整的选星算法,对于需要处理数据量较大,以及后处理任务繁重的导航处理器来说仍是不小的负担。

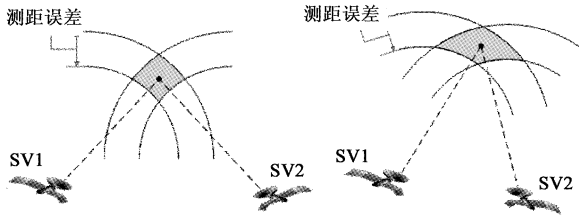


图 1 不同星座分布对定位结果的影响

Fig. 1 Influence of different constellations distribution on the positioning results

另外,虽然空中的卫星数量在不断增加,但是考虑到定位解算过程仅需 4 颗卫星即可完成,而且当遮挡严重时可视卫星数有可能较少,而且,因为选星过程中包含的矩阵乘、加运算与星数直接相关,引入过多的卫星参与解算可能会降低实时性;此外,当与惯性导航系统构成伪距、伪距率紧耦合组合导航工作方式时,由于伪距观测方程直接作为滤波器观测方程使用,卫星数量将直接决定观测方程以及观测矩阵的维数。为此,仅选择 4 颗卫星参与导航解算仍然不失为一种有效的方法。

本文依据 Sherman-Morrison 矩阵求逆引理^[7],按照最佳几何精度因子方法的思路,提出一种通过 3 星子集得到最佳星座的选星方法。当位于天顶边缘(取最小仰角 $\alpha > 5^\circ$) 的 GPS 卫星消失或有新的卫星进入时,在 3 星子集的基础上,借助 LLRB 树的

存储搜索策略,实现快速的 4 星星座构建以及相应的 GDOP 最小值查找。

1 基于 3 星子集的最佳星座选星方法

1.1 GDOP 计算与选星

GDOP 是衡量 GPS 定位质量的重要依据。对于第 j 颗 GPS 卫星,设用户和卫星在 ECEF 坐标系(Earth Centered Earth Fixed)中的三维位置分别为 $u(x, y, z)$ 和 $s(x^j, y^j, z^j)$,则 GPS 的标准伪距观测方程^[2]在 $u_0(x_0, y_0, z_0)$ 点线性化后可表示为:

$$\delta\rho = \rho - r_0 = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{V} \quad (1)$$

式中: ρ 为伪距观测值; r_0 为 GPS 卫星与展开点之间的几何距离; \mathbf{A} 称为几何矩阵,由星站间的方向余弦构成,形如 $\mathbf{A} = [\text{LOS } 1]$ (LOS 表示 Line of Sight,指星站间连线); $\mathbf{X} \triangleq [\delta x \ \delta y \ \delta z \ c\delta t]^T$ (各元素分别表示用户位置与展开点之间的位置误差以及站钟差的等效距离, c 为真空中的光速); \mathbf{V} 为用户与各 GPS 卫星之间的测距误差。

通过迭代运算或最小二乘法得出 \mathbf{X} 的估计值 $\hat{\mathbf{X}} = (\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T\delta\rho$ 。为了评价定位结果估值的质量,设测距误差方差为 σ_{URE}^2 ,根据方差传播定律进一步可以得到解算精度指标:

$$\sigma^2(\mathbf{X}) = (\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}\sigma^2(\delta\rho) \Rightarrow \sigma^2(\mathbf{X}) = \mathbf{G}\sigma_{\text{URE}}^2$$

式中协因数阵 \mathbf{G} 定义如下:

$$\mathbf{G} \triangleq (\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1} = [g_{ij}], \quad (i, j = 1, 2, 3, 4)$$

由此,可直接写出使用协因数阵主对角线元素 g_{ii} 表示的解的均方差 m_i :

$$m_i = \sigma_{\text{URE}}\sqrt{g_{ii}}, \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (2)$$

除了可以使用上式计算每一个未知参数解的精度以外,在导航学中还引入了采用 GDOP 值表示解的精度的方法: $\text{GDOP} \triangleq \sqrt{g_{11} + g_{22} + g_{33} + g_{44}}$ 。显然 GDOP 的定义来自于各解精度的 RSS(Root Sum Square),并且存在以下关系:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^4 m_i^2} = \text{GDOP} \cdot \sigma_{\text{URE}} \quad (3)$$

显然 GDOP 可以用于表示 GPS 的解算精度,它可以直接用作星座组合的选择依据。由于作为系数出现的 GDOP 通常都大于 1,或者说 GDOP 的存在放大了测距误差从而导致定位解算精度的降低。所谓最佳星座的选星方法是指:从全部可见 GPS 卫星

中依次选取4颗进行组合,并从全部组合中选出几何精度因子最小的一组星座参与导航解算。一般地,认为GDOP < 6时的定位结果是可以接受的^[1],反之则说明该星座组合不适用于定位,毕竟仅空间部分的 σ_{UREE} 就约为5.9 m^[2,5],当考虑用户设备的个体(UEE)时,该值还会成倍增加。最佳几何精度因子方法中,对于每一组4星组合都包含了协因数阵 \mathbf{G} 的求取,而在 \mathbf{G} 的求取过程中又包含了矩阵乘、加和求逆运算,若以浮点数运算次数FLOPs作为衡量标准,则由于 n 选4的组合数 C_n^4 比较大,最终产生的运算量将非常可观。即使使用LU分解方法^[8]求逆矩阵,且设备选的GPS卫星数为9,则仅求逆运算包含的FLOPs就约为:

$$\left(\frac{4}{3}m^3 + \frac{3}{2}m^2 - \frac{5}{6}m\right)\Big|_{m=4} C_n^4 = 13356(\text{FLOPs})$$

1.2 基于3星子集的GDOP增量递推算法

通过上节的分析可以看出,GDOP值的求取最终可以归结为计算协因数阵 $\mathbf{G} = (\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}$ 。为了方便后续的推导,设选择 k 颗GPS卫星构成星座时有 $\mathbf{Q}_k = \mathbf{G}_k^{-1}$,即:

$$\mathbf{Q}_k = \mathbf{A}_k^T \mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^k x_i^2 & \sum_{i=1}^k x_i y_i & \sum_{i=1}^k x_i z_i & \sum_{i=1}^k x_i \\ \sum_{i=1}^k y_i x_i & \sum_{i=1}^k y_i^2 & \sum_{i=1}^k y_i z_i & \sum_{i=1}^k y_i \\ \sum_{i=1}^k z_i x_i & \sum_{i=1}^k z_i y_i & \sum_{i=1}^k z_i^2 & \sum_{i=1}^k z_i \\ \sum_{i=1}^k x_i & \sum_{i=1}^k y_i & \sum_{i=1}^k z_i & k \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

式中: x_i, y_i, z_i 表示第 i 颗GPS卫星坐标在ECEF坐标系中的方向余弦。由于矩阵 \mathbf{Q}_k 具有如下递推性质^[9-11]:即对于 n 选 $k(k \geq 2)$,假设已经通过计算得到 \mathbf{Q}_k ,如果新加入或减少1颗卫星,并设该卫星星号为 i ,则 $\mathbf{Q}_{k \pm 1, i}$ 可以通过下式获得:

$$\mathbf{Q}_{k \pm 1, i} = \mathbf{Q}_k \pm \begin{bmatrix} x_i^2 & x_i y_i & x_i z_i & x_i \\ y_i x_i & y_i^2 & y_i z_i & y_i \\ z_i x_i & z_i y_i & z_i^2 & z_i \\ x_i & y_i & z_i & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{Q}_k \pm \mathbf{k}_i^T \mathbf{k}_i$$

式中: $\mathbf{k}_i = [\text{LOS}_i, 1]$,若将 $\mathbf{k}_i^T \mathbf{k}_i$ 视为增量矩阵,则对于 n 选4的组合方式,显然可以在 n 选3的基础上得到以下递推关系:

$$\mathbf{Q}_{4, i} = \mathbf{Q}_3 + \mathbf{k}_i^T \mathbf{k}_i \quad (4)$$

进一步,考察GDOP在以上递推过程中的变化,由Sherman-Morrison公式可得:

$$\mathbf{G}_{4, i} = \mathbf{Q}_3^{-1} - \mathbf{Q}_3^{-1} \mathbf{k}_i^T (\mathbf{I} + \mathbf{k}_i \mathbf{Q}_3^{-1} \mathbf{k}_i^T)^{-1} \mathbf{k}_i \mathbf{Q}_3^{-1} = \mathbf{G}_3 - \mathbf{G}_3 \mathbf{k}_i^T (\mathbf{I} + \mathbf{k}_i \mathbf{G}_3 \mathbf{k}_i^T)^{-1} \mathbf{k}_i \mathbf{G}_3 \quad (5)$$

注意到其中 $(\mathbf{k}_i \mathbf{G}_3 \mathbf{k}_i^T)$ 为标量,则上述关系可以简化为:

$$\mathbf{G}_{4, i} = \mathbf{G}_3 - \frac{\mathbf{G}_3 \mathbf{k}_i^T \mathbf{k}_i \mathbf{G}_3}{1 + \mathbf{k}_i \mathbf{G}_3 \mathbf{k}_i^T} \quad (6)$$

然而,由于通常情况下 \mathbf{G}_3 矩阵是秩亏的,所以式(6)并不成立。为此,提取3星时几何矩阵 \mathbf{A}_3 和相应的4星几何矩阵 \mathbf{A}_4 中的前3列构成子阵并分别设为:

$$\mathbf{A}_{3\text{sub}} \triangleq \mathbf{A}_3(:, 1:3); \mathbf{A}_{4\text{sub}} \triangleq \mathbf{A}_4(:, 1:3)$$

式中: $(:, 1:3)$ 表示各矩阵的前3列元素。同时仍设新加入或减少的卫星星号为 i ,并定义 $\mathbf{k}_{\text{sub}, i} \triangleq [\text{LOS}_i]$ 。类似地,还可定义相应的 $\mathbf{G}_{3\text{sub}}$ 和 $\mathbf{G}_{4\text{sub}}$ 如下:

$$\mathbf{G}_{3\text{sub}} = (\mathbf{Q}_{3\text{sub}})^{-1} = (\mathbf{A}_{3\text{sub}}^T \mathbf{A}_{3\text{sub}})^{-1}$$

$$\mathbf{G}_{4\text{sub}, i} = (\mathbf{Q}_{4\text{sub}, i})^{-1} = (\mathbf{A}_{4\text{sub}}^T \mathbf{A}_{4\text{sub}})^{-1}$$

此时,由 $\mathbf{A}_{3\text{sub}}, \mathbf{A}_{4\text{sub}}$ 符合列满秩条件,显然有:

$$\mathbf{Q}_{4\text{sub}, i} = \mathbf{Q}_{3\text{sub}} + \begin{bmatrix} x_i^2 & x_i y_i & x_i z_i \\ y_i x_i & y_i^2 & y_i z_i \\ z_i x_i & z_i y_i & z_i^2 \end{bmatrix} = \mathbf{Q}_{3\text{sub}} + \mathbf{k}_{\text{sub}, i}^T \mathbf{k}_{\text{sub}, i}$$

考虑式(5)的形式,可以由Sherman-Morrison公式直接写出以下关系:

$$\mathbf{G}_{4\text{sub}, i} = \mathbf{G}_{3\text{sub}} - \frac{\mathbf{G}_{3\text{sub}} \mathbf{k}_{4\text{sub}, i}^T \mathbf{k}_{4\text{sub}, i} \mathbf{G}_{3\text{sub}}}{1 + \mathbf{k}_{4\text{sub}, i} \mathbf{G}_{3\text{sub}} \mathbf{k}_{4\text{sub}, i}^T} \quad (7)$$

为了得到 $\mathbf{G}_{4, i}$,可以通过基于Sherman-Morrison公式的另一极为有用的结论^[12]。令 $\mathbf{v} = \mathbf{1}_{4 \times 1}$ 为全1列向量,即为 \mathbf{A}_4 中的最后一列;并设 $\mathbf{u} = \mathbf{A}_{4\text{sub}}^T \mathbf{v}$,则所求 $\mathbf{G}_{4, i}$ 可表示为:

$$\mathbf{G}_{4, i} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{c} \\ \mathbf{c}^T & d \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中: $d = 1/(\mathbf{v}^T \mathbf{v} - \mathbf{u}^T \mathbf{G}_{4\text{sub}, i} \mathbf{u})$ 为标量, $\mathbf{c} = -\mathbf{G}_{4\text{sub}, i} \mathbf{u} d$, $\mathbf{B} = \mathbf{G}_{4\text{sub}, i} + \mathbf{c} \mathbf{c}^T / d$ 。

至此,完成了由3星子集构成的 $\mathbf{G}_{3\text{sub}}$ 通过 $\mathbf{G}_{4\text{sub}}$,最终得到 $\mathbf{G}_{4, i}$ 的推导过程。并且从式(7)~(8)可以看出,转换后的方法将4阶矩阵求逆运算成功地降维至3阶,并且后一步的推导过程中也没有出现较大的运算量。

为了便于叙述,以下忽略式(7)~(8)中的计算过程,仍以式(6)中定义的符号为依据。可以看出,当 3 星组合的协因数阵 G_3 已知时,以此 3 颗 GPS 卫星构成的子集为基准,与其它 $(n-3)$ 颗星分别构成 4 星组合时的协因数阵 $G_{4,i}$ 无需再次求逆。为此,可以设想系统初始化时首先求取所有 3 星组合的协因数阵 $G_3(N)$, $(N = 1 \sim C_n^3)$;之后,通过式(5)求取所有可能的 4 星组合对应的协因数阵 $G_{4,i}(M)$ $(M = 1 \sim C_n^4, i = 1 \sim (n-3))$;最后比较由 $G_{4,i}(M)$ 计算得出的 GDOP 完成最佳星座选择。又由 $C_n^4 = C_n^{n-4}$ 可知,当可见星数 $n > 7$ 时将在一定程度上降低最佳星座选择的计算量,又可以保持最优的星座选择结果。从图 2 在后续测试点对可见星数的全天跟踪图可以看出, $n > 7$ 的条件在 GPS 逐步现代化的今天不难得到满足。

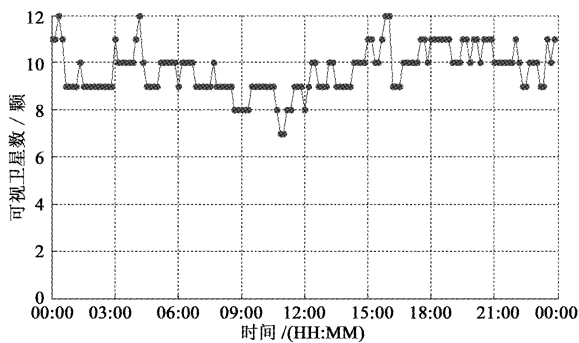


图 2 可视卫星数的全天跟踪图

Fig. 2 The number of visible satellites in a full daytime

在此过程中,如果构建一个可查找结构存放 $G_3(N)$ 和 $G_{4,i}(M)$ 以及各个组合相关的卫星 SV 号,则在空间星座数量发生增减变化时,采取相应的措施如下:

(1) 星 j 飞出视线时:

a) 若星 j 属于最佳星座,初始已选出的最佳星座将被破坏,直接从查找结构中找到次优的 $G_{4,i}(M)$, 求取新的 GDOP 并选择相关卫星组合为新的最佳星座。同时删除该星号相关的信息;

b) 若星 j 不属于最佳星座,只需删除该星号相关的信息,最佳星座不受影响。

(2) 星 j 进入视线时,由该星与已有的各 $G_3(N)$ 产生出新的 $G_{4,j}(N)$, 并将每次产生的 GDOP 值与原最佳星座的 GDOP 值比较,最终找到新的最小值以及相应的星座组合。由于初始时保留了 $G_3(N)$ 及

其相关的信息,所以该步骤的实施只需 C_n^3 次,而新构建的 4 星组合也只有 C_n^3 个。

需要注意的是,当有 GPS 卫星进入视线时,若考虑卫星可能会在短时间内连续变换时,则需要在星座选择完成后立即更新 G_3 结点子集,此时,考虑到新入卫星必然要做为一颗备选卫星,所以新增加的 G_3 矩阵个数为 C_n^2 (n 为原可视卫星数),此后,对于 G_4 以及 GDOP 的求取只需按上述方法,并以 $n+1$ 为基数计算。

基于 3 星子集的 GDOP 值递推求取算法能够有效降低运算量,但是对于最小 GDOP 值的搜索仍然需要大量的查找运算。为了完成 GDOP 最小值的快速搜索以及相关的结构更新,本文借助 LLRB 树在插入、删除和查找方面的优势,实现了 3 星子集算法中的最小值快速查找以及高效的结点更新。

2 基于 3 星子集的 LLRB 树定义

红黑树 (Red-Black Tree) 是由 Guibas 和 Sedgwick 提出的一种只要求部分达到平衡的二叉树。红黑树降低了对旋转的要求,但因其算法实现比较困难,因此除了在系统级调度算法或内存监控算法中被广泛使用外,在工程应用领域并没有获得应有的重视。为此,Sedgwick^[13]提出了一种改进的红黑树:LLRB 树,旨在保持已有的算法性能的情况下尽可能减少结点配置、简化算法。改进后的算法中关于插入/删除操作的实现复杂度降低到了原来的 1/4 左右。

本文利用 LLRB 树结点存储 3 星子集的计算信息,为了有效进行递推计算,同时保存 3 星子集中相关的卫星属性信息,定义树结点以及抽象数据类型如下。

2.1 基于 3 星子集的树结点存储定义

为了完成 GDOP 最小值的快速搜索以及相关的结构更新,依据式(4)和式(5)的要求,保存两类主要数据:所有 3 星组合的协因数阵 $G_3(N)$ 和最终计算得到的 4 星组合 GDOP 值。因此首先如图 3 定义 4 星组合的存储结构。

其中 GDOP4 表示在 3 星子集基础上增加一颗 GPS 卫星构成 4 星组合时对应的 GDOP 值;结构体 $G3_Combination$ 用以定义 3 星子集的相关信息,主要保存了 G_3 矩阵的各对应元素(除去最后的全 1 列)和子集中包含的 GPS 卫星星号;SVNo 与结构体

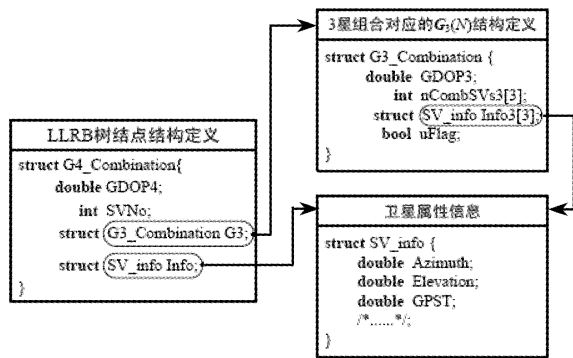


图 3 “3 星子集”存储结构定义

Fig. 3 Storage structure of 3-SAT subset

SV_info 存储了当前增加的 GPS 卫星对应的星号和其它属性,主要保存了方位角、仰角,以及观测历元等属性信息。

2.2 最佳 GDOP 值计算的算法流程图

基于 LLRB 树的数据结构,在最佳几何精度因子 GDOP 求取过程中,当卫星数目增加时插入新的结点;卫星数目减少时删除结点;在完成重建后的 LLRB 树中查找 GDOP 的最小值。算法中以 G4_Combination 结构为树结点,将 GDOP 值作为树查找的关键值。算法主要流程如图 4 所示。

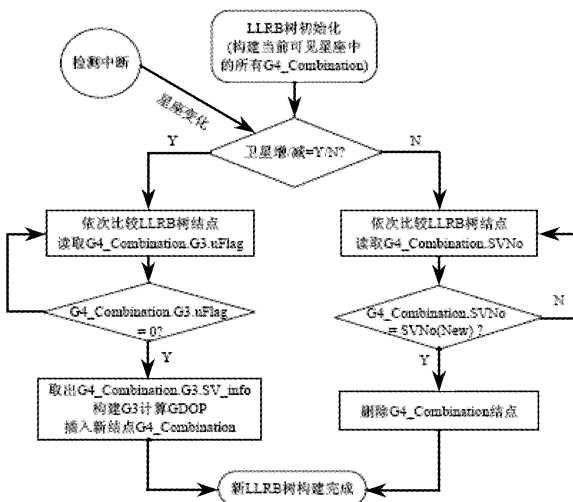


图 4 LLRB 树的算法流程框图

Fig. 4 Flow diagram of the LLRB-Tree

算法中的比较规则设定如下:如果出现新的卫星,则依次比较 LLRB 树的结点数据,读取 G4_Combination. G3 中标志位 uFlag,若 uFlag 为 0 表明该 G3 组合未被使用,则对该 G3 组合创建新的结点,获取相应的 SV_info Info3 属性信息生成 G3 矩阵,利用式(5)计算出新增卫星的 GDOP 并在树

中插入新的 G4_Combination 结点,同时将 uFlag 置位为 1;如果 uFlag 为 1,则说明该组 G3 信息已经使用,转而读取下一个结点,因此 FLOPs 为 3 星子集基础上的增量加法运算。当卫星丢失时,则依次比较 LLRB 树的结点数据,读取 G4_Combination. SVNo 以判断是否为丢失星号,如果是则删除该结点,否则继续比较下一结点,由于该过程只需要比较树结点中的星号信息和 GDOP 值,因此 FLOPs 运算次数接近为 0。

3 计算量测试分析及试验验证

3.1 选星算法计算量测试

假设在可见星数为 n 时选择 4 颗卫星用于导航解算,则需要求解 C_n^4 次浮点数运算得到全部可能的星座组合和 GDOP 值,并在所有的 GDOP 值域中查找最小的 GDOP 组合,所以还需要进行 C_n^4 次比较查找。假设在 12 颗可见卫星中选择 4 星座组合,则需要进行的运算次数为 495 次浮点数运算和 495 次遍历查找;如果采用本文提出的 3 星子集方法,运算量可以降低为 220 次浮点数运算和至多 24 次查找,因为含有 C_n^4 个内部结点的红黑树的深度至多为 $2\lg(C_n^4 + 1)$ 次,而查找的次数从根到叶子的最长可能路径不长于最短可能路径的 2 倍。

考虑扩展性的前提下,对可见星数从 8 ~ 20 进行了计算量测试模拟,测试曲线分别如图 5、6 所示。

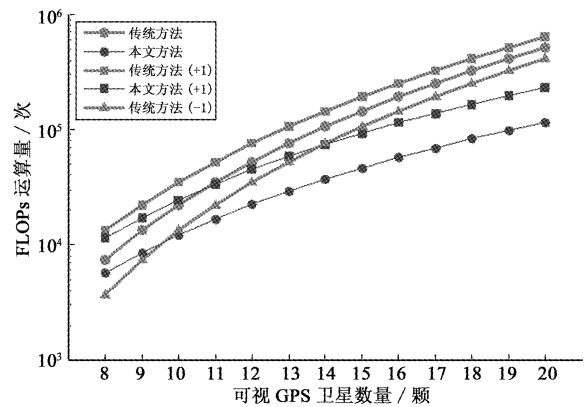


图 5 选星过程中浮点数运算量

Fig. 5 FLOPs in constellation selection

本文算法的计算量曲线使用实线表示,传统最佳几何精度因子法的计算量曲线为虚线,不同卫星情况的变化用不同形状的点示出(如图例),并用 (+1) 和 (-1) 分别表示卫星的进入和飞出,另外,由于纵轴数值变化较大,故采用对数坐标表示(图 5

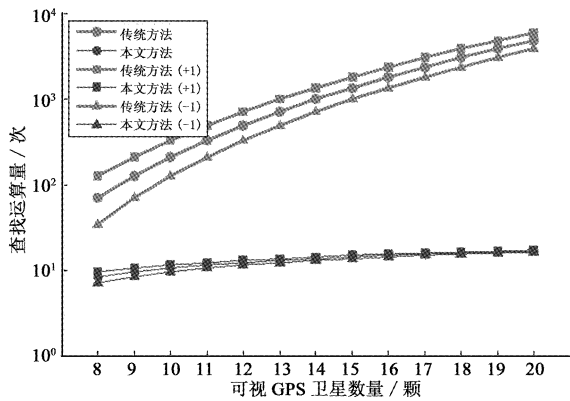


图 6 最佳 GDOP 查找运算量

Fig. 6 Computation in optimal GDOP searching

中由于本文算法在有星飞出时的 FLOPs 约为 0,故未示出)。

从图 5 和图 6 的曲线趋势可以看出,3 星子集 GDOP 求取算法浮点数的运算量明显少于传统最佳几何精度因子法,尤其是当可见卫星数较多的情况下,浮点数运算量减少接近一半。对于最优 GDOP 查找过程,本文提出的算法的查找运算量显著减少,特别是当可见卫星数较多的情况下,查找运算量减少了近一个量级。

3.2 试验结果及分析

为了测试算法的有效性,由 NovAtel SuperStarII OEM GPS L_1 在观测点 N 39. 9631°, E 116. 3047°, H 80 m 持续收星 1700 s。对最佳几何精度因子法和文中提出的 3 星子集选星方法进行了对比试验。在该观测周期内星座变化如图 7 所示(圆心表示天顶)。

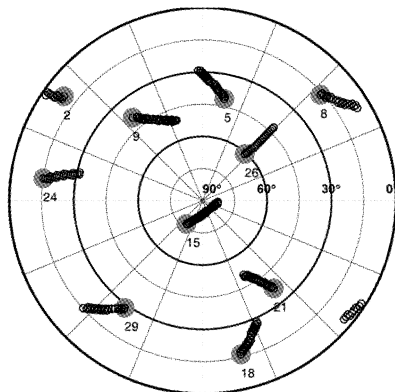


图 7 观测周期内的星座变化图

Fig. 7 Constellation changing diagram in observation period

为了尽量减小测距误差,实验中首先对以下 5 类影响较大的测距误差进行了补偿:

- 1) 使用星历参数补偿星钟误差;
- 2) 补偿接收机站钟误差;
- 3) 使用 Klobuchar 模型补偿电离层误差;
- 4) 使用 Hopfield 模型补偿对流层误差;
- 5) 考虑地球自转对卫星在不同历元 ECEF 坐标系中位置坐标的影响。

在图 7 中,点标记(·)记录了初始观测历元,卫星在以仰角作为极轴,方位角作为辐角的极坐标系中的位置,由圈(○)形成的轨迹指随着时间的变化各 GPS 卫星的位置变化。

空间星座数量的变化可能存在以下 4 种情况:有新星加入且该卫星将构成新的最佳星座组合;有新星加入但该卫星不构成新的最佳星座组合;有星丢失且该卫星为原最佳星座组合中的卫星之一;有星丢失但该卫星不在原最佳组合组合中。在现有实验环境的基础上,选择第 8#和第 29#卫星的进入和飞出对应设计 4 种情况下的试验,结果如表 1 所示。

- 1) 假定空间卫星包含 {2, 5, 9, 15, 18, 21, 24, 26, 29}, 考虑第 8#卫星进入;
- 2) 假定空间卫星包含 {2, 5, 8, 9, 15, 18, 21, 24, 26}, 考虑第 29#卫星进入;
- 3) 假定空间卫星包含 {2, 5, 8, 9, 15, 18, 21, 24, 26, 29}, 考虑第 8#卫星飞出;
- 4) 假定空间卫星包含 {2, 5, 8, 9, 15, 18, 21, 24, 26, 29}, 考虑第 29#卫星飞出。

作为比较,表 1 中还列举了传统的最佳几何因子方法以及常见的最大四面体方法的选星结果与耗时统计。从表 1 可以看出,当有新的 GPS 卫星进入视线时,3 星子集选星方法得到的最优星座组合与重新遍历的传统选星方法获得的运算结果完全一致,但是运算时间降低了一半左右;当有卫星飞出视线时,3 星子集选星方法仍然能够得到与传统最佳几何精度因子法同样的次优星座结果,并且运算时间减少了 95% 以上,并且与最大四体选星方法相比也有明显的优势。

综上,从计算量测试和试验结果可以看出,利用 LLRB 树实现的基于 3 星子集的 GPS 选星算法能够有效降低运算量。尤其当有卫星飞出视线时,该过程中基本上不再需要进行矩阵的浮点数运算,只需在红黑树结构中比较 GDOP 的值的大小,运算时间仅消耗在查找操作上,所以性能的提高非常明显。

表 1 传统方法与 3 星子集选星方法的结果对比

Table 1 Results comparison of traditional methods with the 3-SAT subset

方法 指标	最佳几何精度因子法			最大四面体法			3 星子集法		
	选星结果	GDOP	耗时	选星结果	GDOP	耗时	选星结果	GDOP	耗时
8#入	15-18-24-08	2.2794	144 ms	15-18-24-08	2.2794	92 ms	15-18-24-08	2.2794	87 ms
29#入	15-18-24-08	2.2794	144 ms	15-18-24-08	2.2794	92 ms	15-18-24-08	2.2794	87 ms
8#出	15-18-24-05	2.8217	144 ms	15-18-24-05	2.8217	92 ms	15-18-24-05	2.8217	5 ms
29#出	15-18-24-08	2.2794	144 ms	15-18-24-08	2.2794	92 ms	15-18-24-08	2.2794	5 ms

4 结 论

由于对 GPS 导航精度要求的不断提高,作为测距误差放大因子存在的 GDOP 的影响越来越突出。为了得到高精度的导航解算结果,以获取最小 GDOP 为目的的星座选择过程就显然非常重要,而依据 GPS 导航解算原理得到的最佳几何因子法无疑是最为准确和可靠的,但较大的运算量使得该方法实际上较少采用。

本文提出的基于 3 星子集的 GDOP 值递推求取算法,结合 LLRB 树的存储搜索策略,充分利用了最佳几何因子法的理论优势,并在一定程度上降低了时间消耗,提高了可用性,在工程上具有较强的实用价值。尤其当空间星座发生进、出转换时,实现了快速的 GDOP 最小值查找算法。显然,在测距误差一定时, GDOP 的快速准确计算必然可以提高最终的定位精度。若考虑未来北斗卫星导航系统的完整部署,以及 GLONASS、Galileo 等多星座系统的联合应用,在兼容性允许条件下,则随着备选卫星数量的增加,算法的优势还将更加明显。当然,算法的首次选星时间虽然较最佳几何精度因子法有了一定的改善,但仍然存在较多的矩阵运算,在实际操作中,若能考虑结合预装历书完成首次选星,并在系统空闲时根据星历修正所选星座的参数以及相应的 GDOP 值,那么首次选星的时间复杂度也必然能够获得更大幅度的优化。

参 考 文 献

- [1] Elliott D K, Christopher J H. Understanding GPS: principles and applications[M]. Boston: Artech House, 2006.
- [2] 谢钢. GPS 原理与接收机设计[M]. 北京: 电子工业出版社, 2009: 69-80.
- [3] 李晖, 张乃通, 张钦宇, 等. 深空探测中利用静止轨道卫星编队连续导航精度分析[J]. 宇航学报, 2007, 28(1): 58-63. [Li Hui, Zhang Nai-tong, Zhang Qin-yu, et al. Precision of continuous navigation utilizing GEO satellite formations in deep space exploration[J]. Journal of Astronautics, 2007, 28(1): 58-63.]
- [4] 吕志成, 刘增军, 王飞雪. 卫星导航系统功率增强对区域定

位服务性能的影响分析[J]. 宇航学报, 2012, 33(1): 55-61. [Lv Zhi-cheng, Liu Zeng-jun, Wang Fei-xue. An analysis of effect of enhancement on performance of region positioning service [J]. Journal of Astronautics, 2012, 33(1): 55-61.]

- [5] Misra P, Enge P. Global positioning system: signals, measurements, and performance[M]. Lincoln, MA: Ganga-Jamma Press, 2011.
- [6] 陈新. 各种 GPS 选星方法的综合分析[J]. 测绘科技动态, 1988(3): 7-13. [Chen Xin. Review of the methods of selecting the optimal observable satellites for GPS[J]. Science of Surveying and Mapping, 1988(3): 7-13.]
- [7] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 68-69.
- [8] Chapra S, Canale R. Numerical methods for engineers (6th) [M]. New York: McGraw-Hill, 2009.
- [9] 丛丽, 谈展中. 提高卫星导航定位精度和实时性的选星算法[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(10): 1914-1917. [Cong Li, Tan Zhan-zhong. Satellite selection algorithm to improve precision and real-time performance of GPS positioning [J]. Systems Engineering and Electronics, 2008, 30(10): 1914-1917.]
- [10] Phatak M S. Recursive method for optimum GPS satellite selection[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2001, 37(2): 751-754.
- [11] Li R, Wang Y C, Zhang J, et al. New techniques for multi-mode satellite navigation receiver[J]. Chinese Journal of Electronics, 2010, 19(2): 365-368.
- [12] EMT. Updating inverse of a matrix when a column is added/removed[EB/OL]. 2008[2012]. <http://www.cs.ubc.ca/~emtiyaz/Writings/OneCollInv.pdf>.
- [13] Sedgewick R. Left-leaning red-black tree[EB/OL]. 2008[2013]. <http://cs.princeton.edu/~Ürs/talks/LLRB/LLRB.pdf>.

作者简介:

霍国平(1977-),男,博士生,主要从事 GPS 定位、定向及组合导航系统研究。

通信地址:北京理工大学 6#教学楼 320 室(100081)

电话:(010)68918995

E-mail:kuoping@bit.edu.cn

缪玲娟(1965-),女,博士,教授,主要从事惯性技术, GPS 及组合导航,多传感器信息融合技术研究。本文通信作者。

通信地址:北京理工大学自动化学院(100081)

电话:(010)68913791

E-mail:miaolingjuan@bit.edu.cn

(编辑:曹亚君)