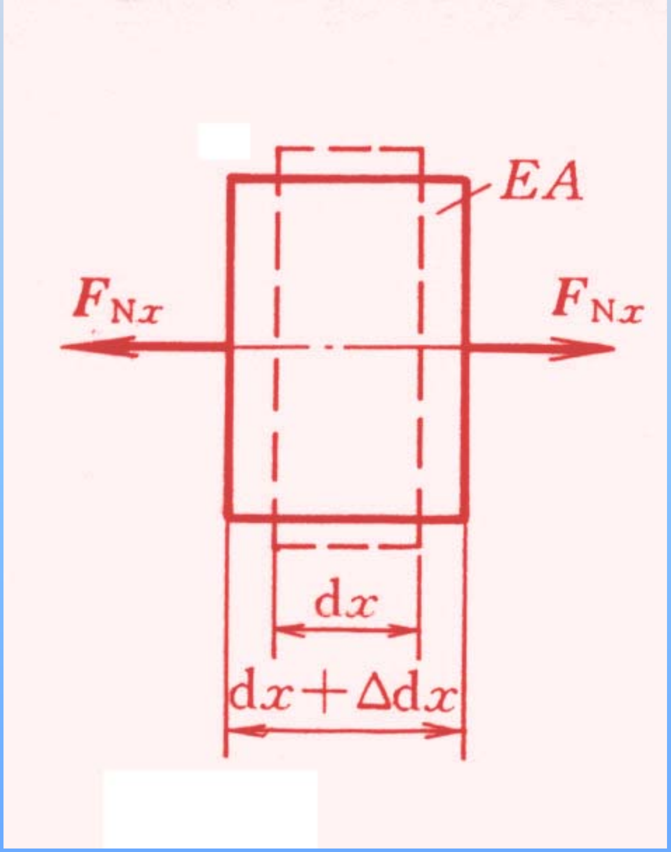
第七章 弯曲变形

一、变形的基本概念

微段变形

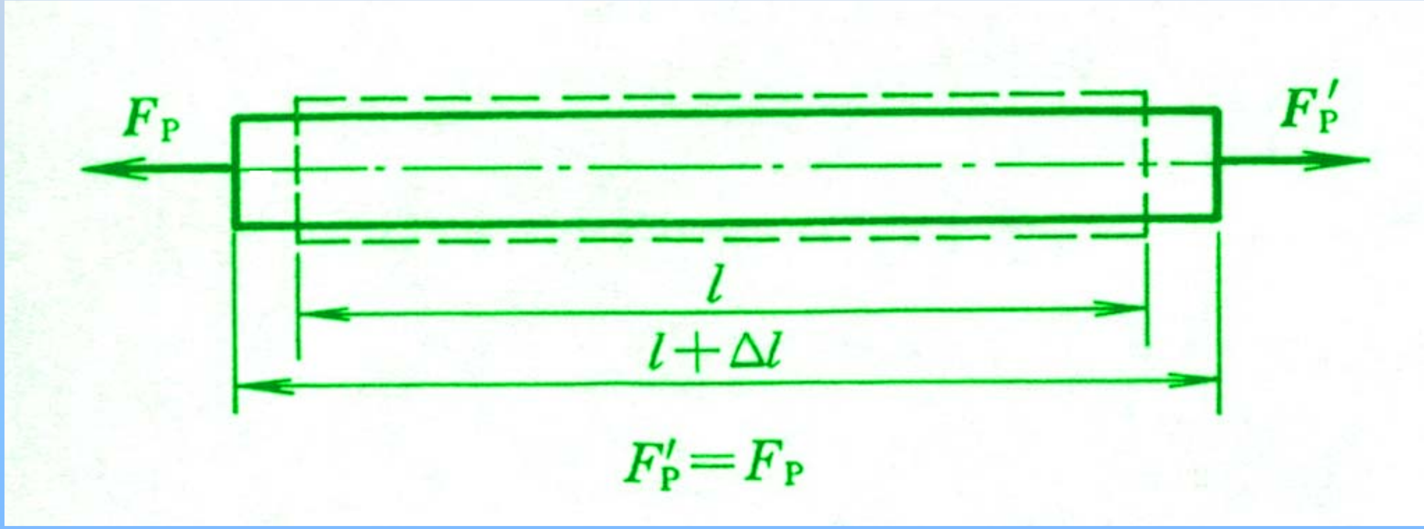
- 轴向变形的微段变形

$$\Delta \mathrm{d}x = \frac{F_{\mathrm{N}}}{EA}\mathrm{d}x$$



整体变形

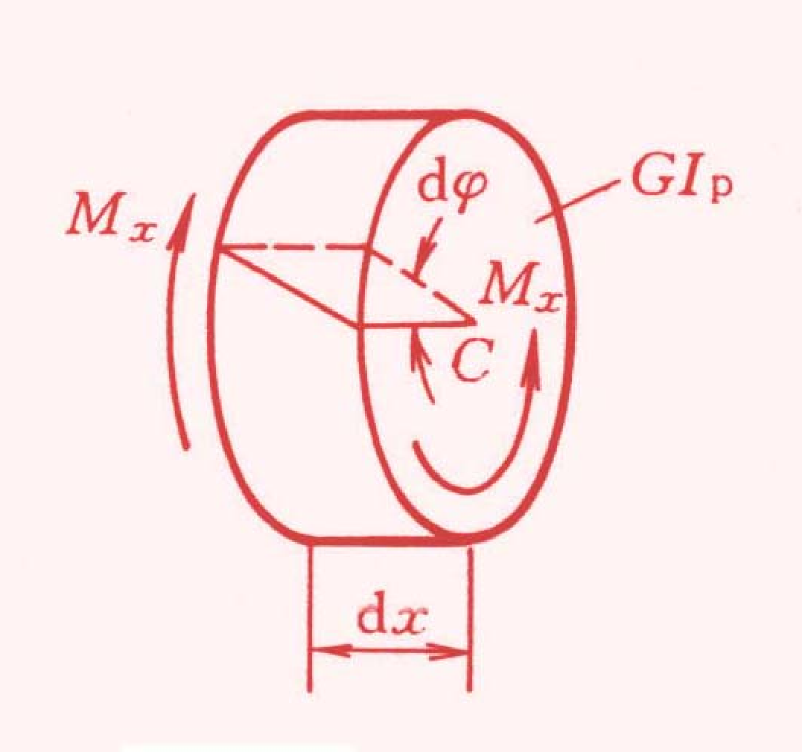
♉ 轴向变形的整体变形



$$\Delta l = \int_l \frac{F_N}{EA} dx$$

微段变形累加的结果

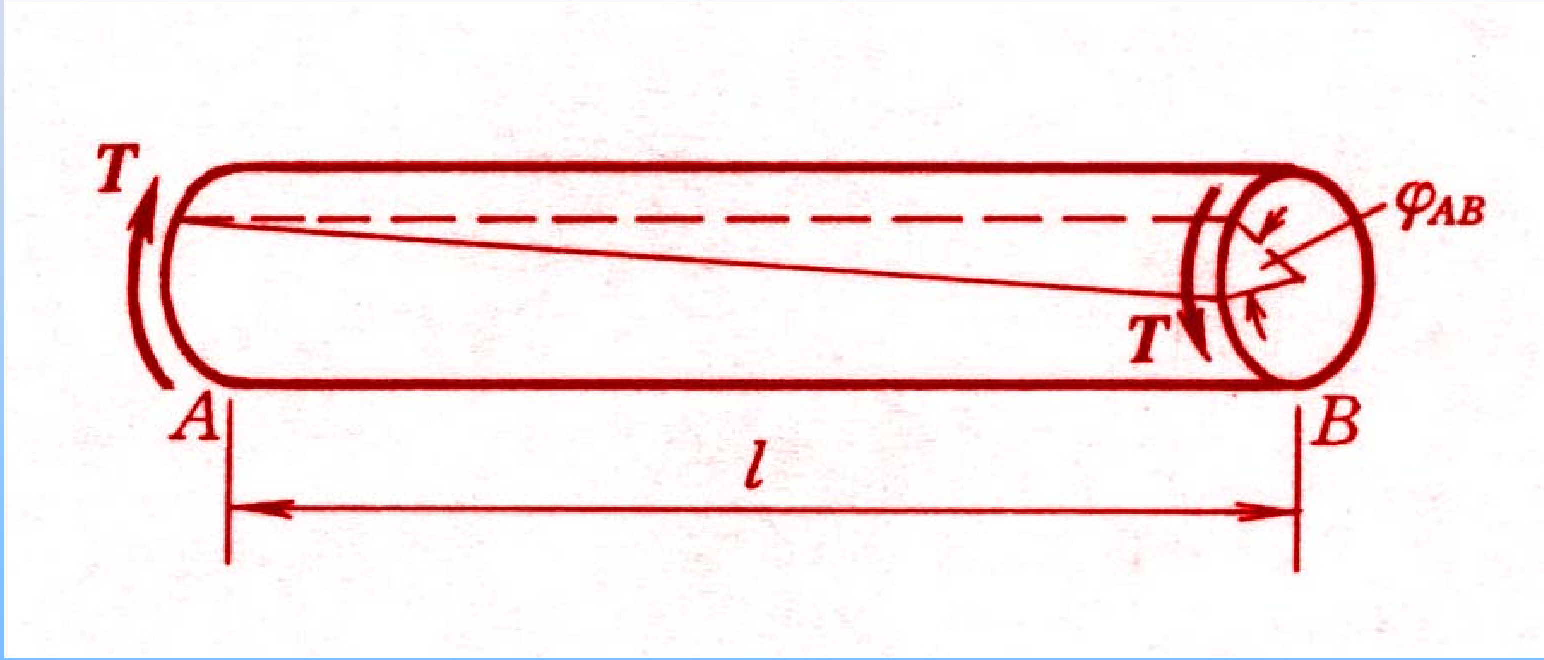
♉ 扭转的微段变形



$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}x} = \frac{M_x}{GI_p}$$

$$\boxed{\mathrm{d}\varphi = \frac{M_x}{GI_p}\mathrm{d}x}$$

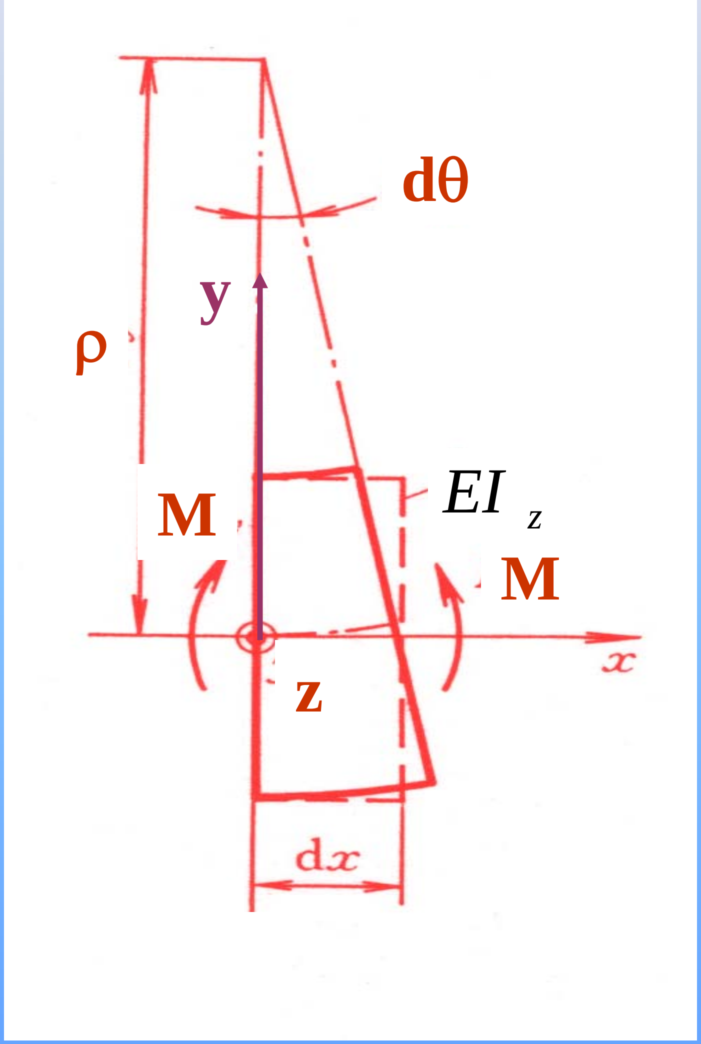
♉ 扭转的整体变形



$$\varphi_{AB} = \frac{M_x l}{GI_p}$$

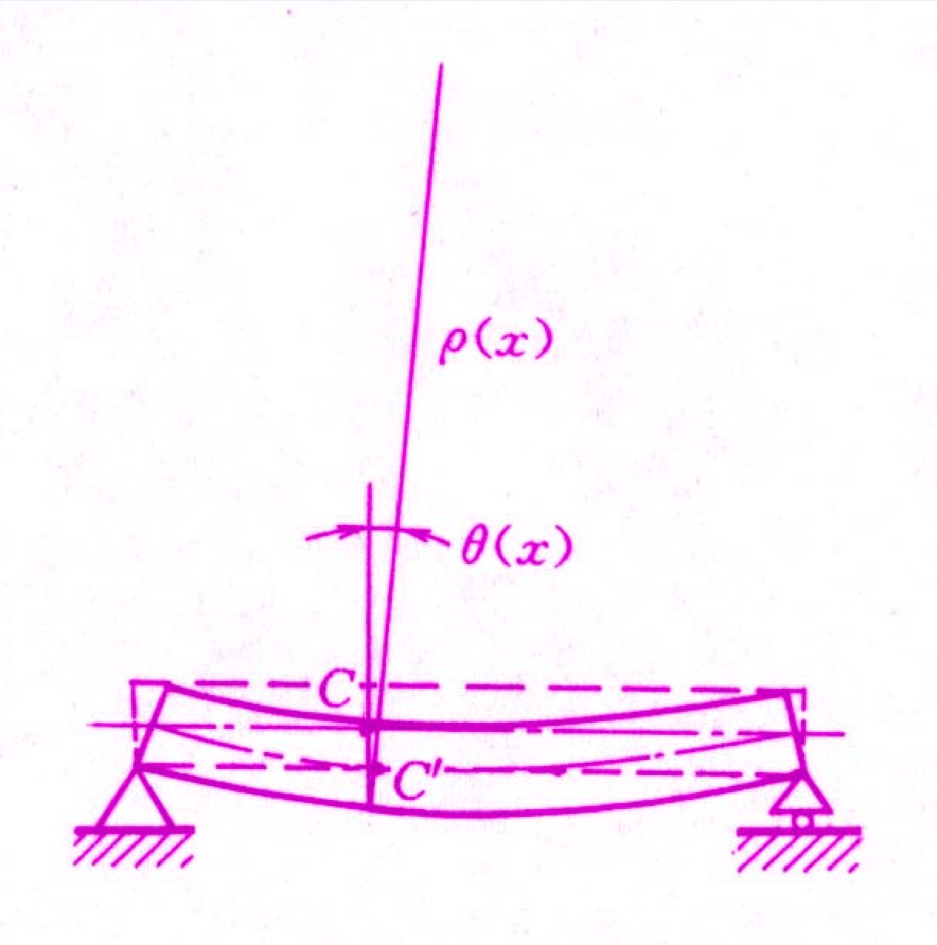
微段变形累加的结果

♉ 弯曲变形的微段变形



$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{M(x)}{EI_z}$$

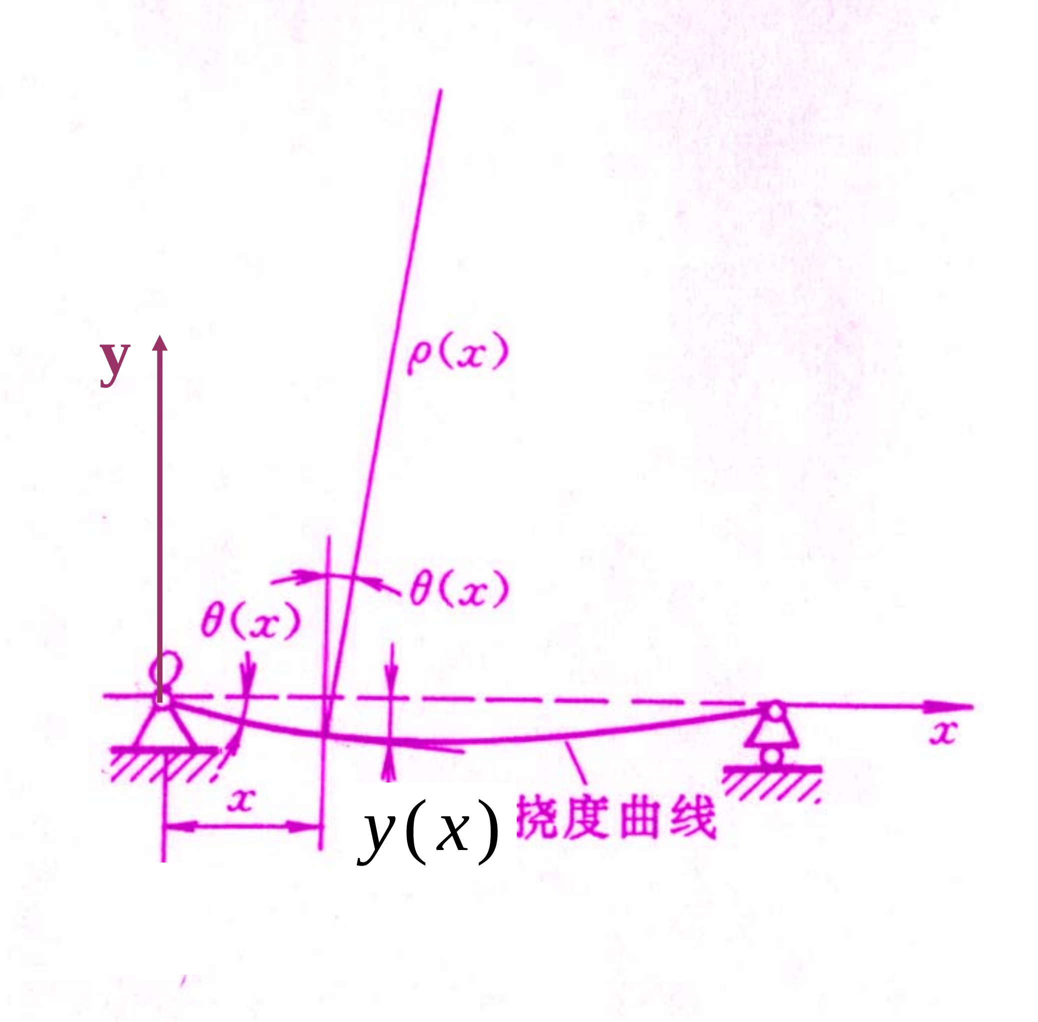
♉ 弯曲变形的整体变形



微段变形累加的结果

梁的轴线变成光滑连续曲线——挠曲线。

（三） 梁的位移

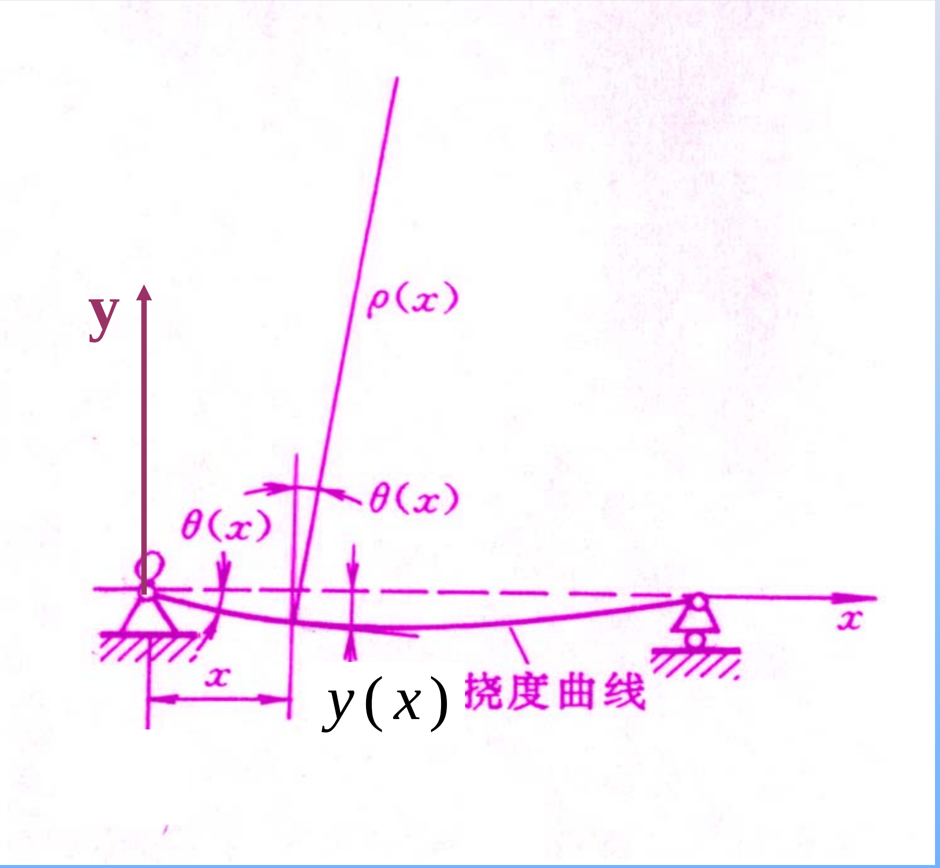


挠度：截面形心在垂直于轴线方向的线位移，以y表示。y与坐标轴同向为正。

挠度方程或挠曲线方程：

$$y = f(x)$$

水平方向位移：高阶微量，忽略不计。



角位移：横截面相对于原来位置转过的角度，以θ表示。亦可以用该截面处的切线与x轴的夹角描述。

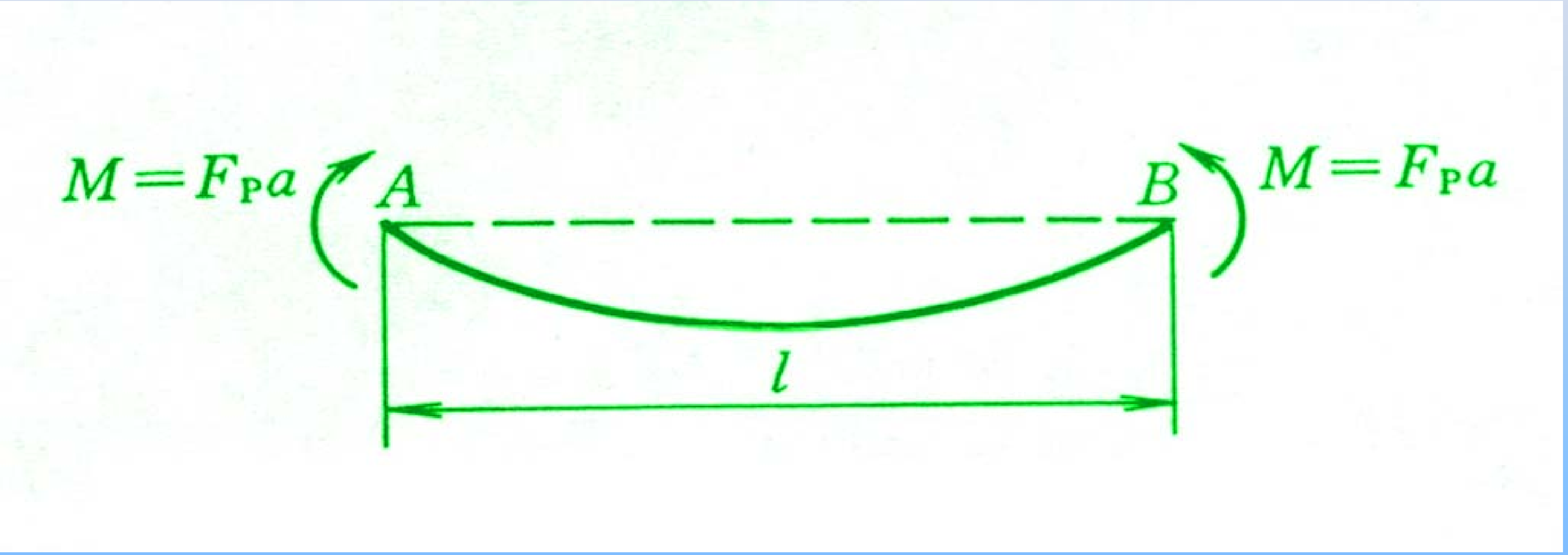
符号规定：

以梁轴线为基线，逆时针转向为正，反之则为负。

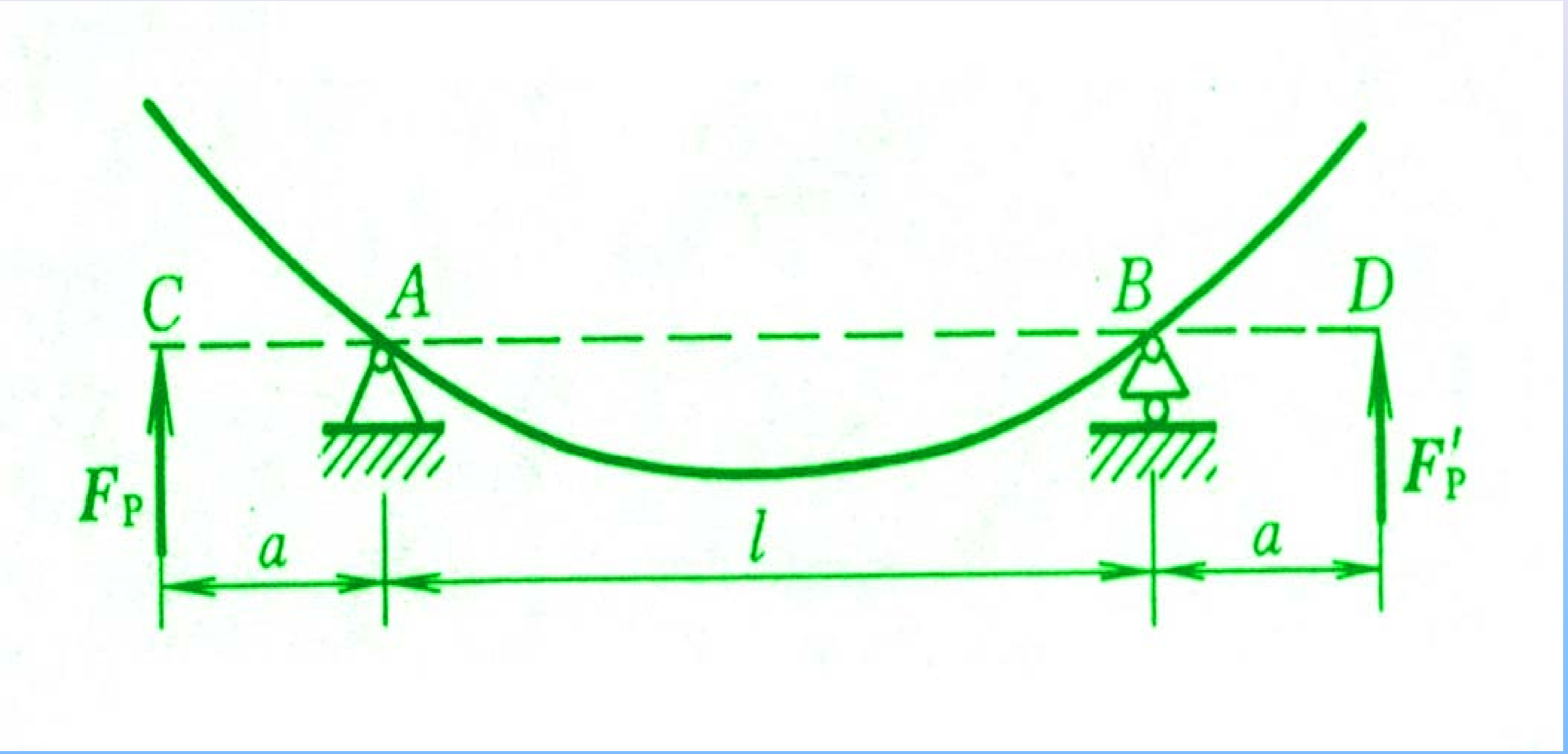
$$\left.\begin{array}{l}\text{数学上，切线表示弹性曲线的斜率}\\ \text{切线的斜率：}tg\,\theta\approx\theta\end{array}\right\}$$

$$\theta=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$$

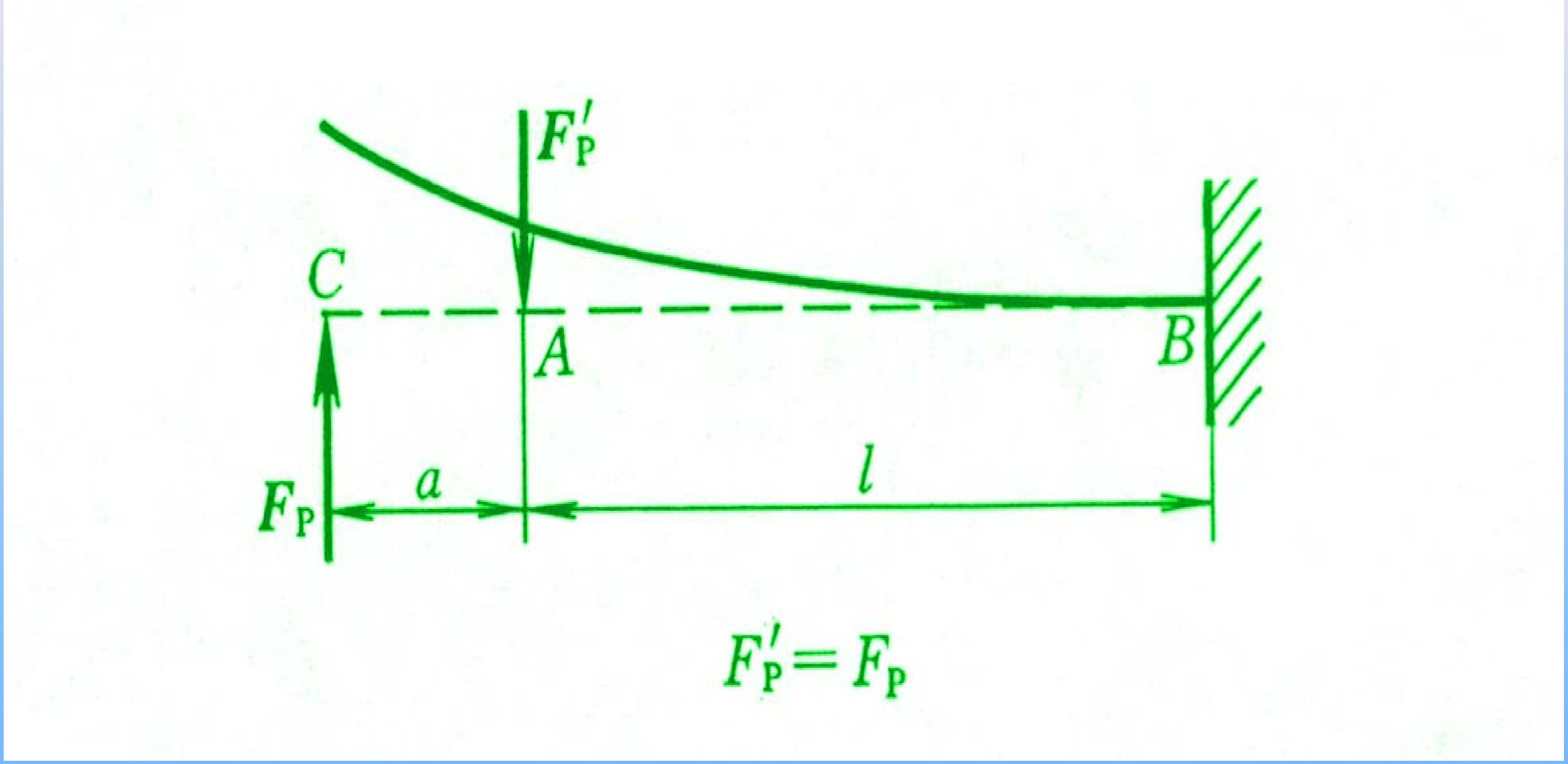
（四）　约束对位移的影响



没有约束无法确定位移



连续光滑曲线；铰支座对位移的限制



连续光滑曲线；固定端对位移的限制

- 对于拉伸（压缩）、扭转变形—定积分
- 对于梁的位移—不定积分
    - 弹性曲线的小挠度微分方程

二、挠曲线的近似微分方程

力学公式 $$\frac{1}{\rho(x)}=\frac{M(x)}{EI_z}$$

数学公式 $$\frac{1}{\rho(x)}=\frac{\pm\frac{d^2y}{dx^2}}{[1+(\frac{dy}{dx})^2]^{\frac{3}{2}}}$$

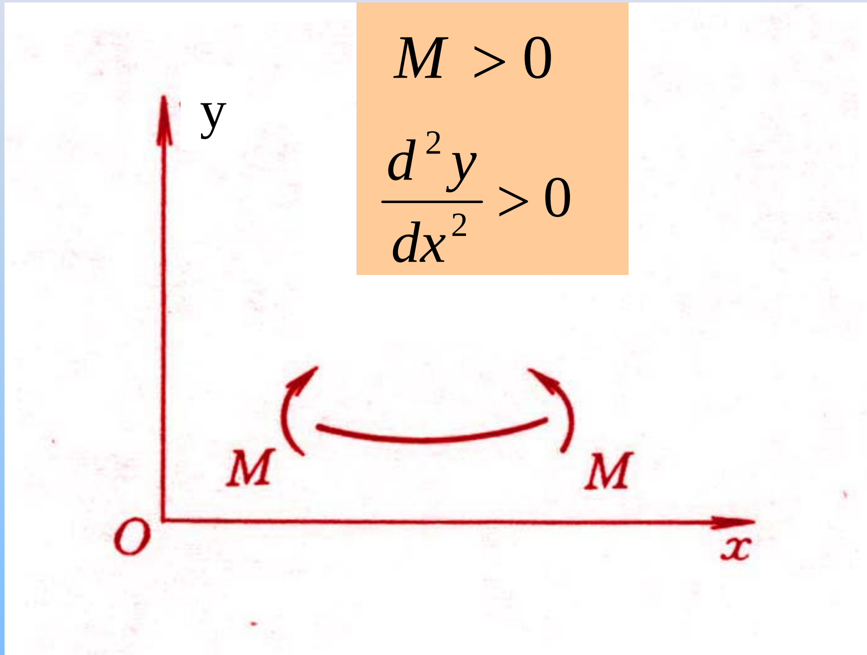
以上两式消去 $\frac{1}{\rho}$，得：

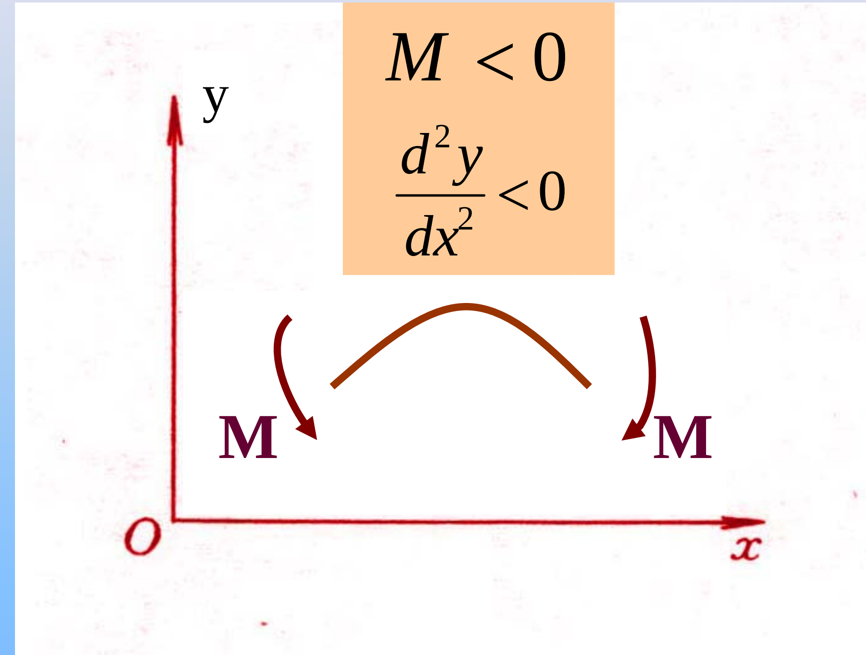
$$\frac{\pm\frac{d^2y}{dx^2}}{[1+(\frac{dy}{dx})^2]^{\frac{3}{2}}}=\frac{M(x)}{EI_z}$$

小挠度情形下： $\theta = \dfrac{dy}{dx} << 1$

$$\frac{\pm \dfrac{d^2 y}{dx^2}}{[1+(\dfrac{dy}{dx})^2]^{\frac{3}{2}}} = \frac{M(x)}{EI_z} \Rightarrow \boxed{\pm \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI_z}}$$

符号规定：





因此

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI_z}$$

（挠曲线的近似微分方程）

三、用积分法求梁的变形

由挠曲线的近似微分方程

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{M(x)}{EI_z}$$

积分一次:

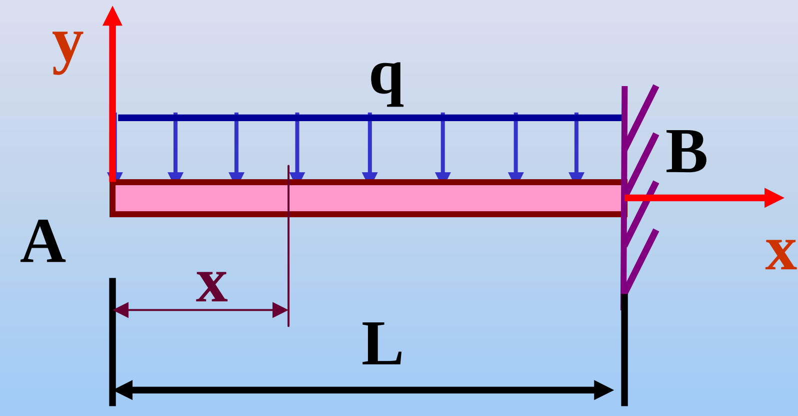
$$\theta=\frac{dy}{dx}=y'=\int\frac{M(x)}{EI_z}dx+C \qquad （转角方程）$$

积分二次:

$$y=\iint\frac{M(x)}{EI_z}dxdx+Cx+D \qquad （挠度方程）$$

式中C、D为积分常数，由梁的约束条件决定。

例7-1悬臂梁受力如图所示。求 y_A 和 θ_A 。



解: 取参考坐标系Axy。

1、列出梁的弯矩方程

$$M(x) = -\frac{1}{2}qx^2 \qquad (0 \le x \le L)$$

2、 $$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI_z} \Longrightarrow EIy'' = -\frac{1}{2}qx^2$$

积分一次:

$$EIy' = EI\theta = -\frac{1}{6}qx^3 + C \qquad （1）$$

积分二次:

$$EIy = -\frac{1}{24}qx^4 + Cx + D \qquad （2）$$

3、确定常数C、D.

由边界条件: $x=L,\theta=0$ 代入（1）得: $C=-\frac{1}{6}qL^3$

$x=L,y=0$ 代入（2）得: $D=-\frac{1}{8}qL^4$

代入（1）（2）得:

$$\begin{cases} \theta=\dfrac{1}{EI}(-\dfrac{1}{6}qx^3+\dfrac{1}{6}qL^3) \\ y=\dfrac{1}{EI}(-\dfrac{1}{24}qx^4+\dfrac{qL^3}{6}x-\dfrac{qL^4}{8}) \end{cases}$$

将 $x=0$ 代入得:

$$\theta_A=\frac{qL^3}{6EI}$$ （与C比较知: $EI\theta_A=C$ ）

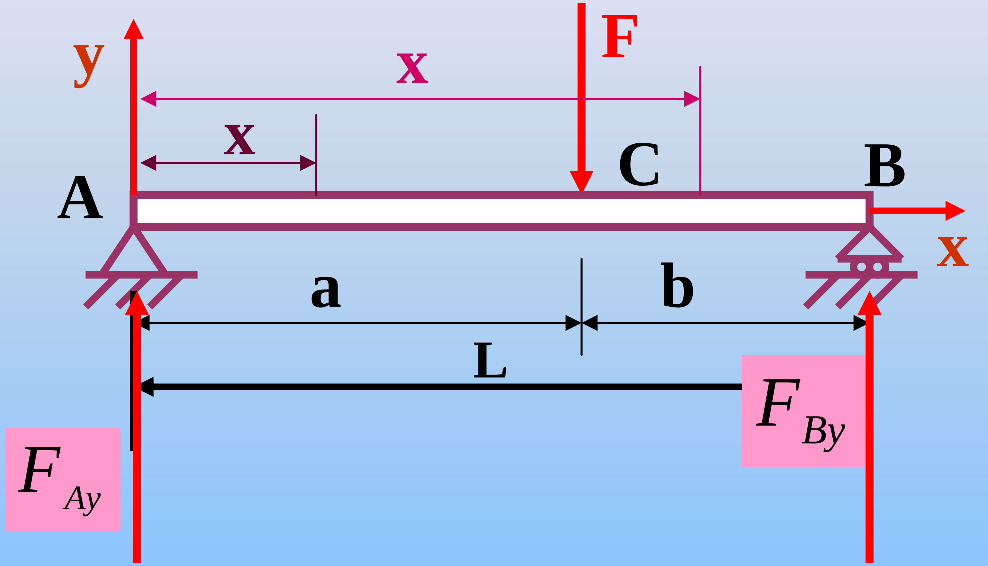
$$y_A=-\frac{qL^4}{8EI}$$ （与D比较知: $EIy_A=D$ ）

因此

常数C表示起始截面的转角×刚度(EI)

常数D表示起始截面的挠度×刚度(EI)

例7-2 一简支梁受力如图所示。试求 $\theta(x), w(x)$ 和 $\theta_A, w_{\max}$。



解:

1、求支座反力

$$F_{Ay}=\frac{Fb}{L},\qquad F_{By}=\frac{Fa}{L}$$

2、分段列出梁的弯矩方程

AC段 $(0\le x\le a)$

$$M_1(x)=F_A x=\frac{Fb}{L}x,$$

$$EI\,y_1''=\frac{Fb}{L}x,$$

BC段 $(a\le x\le L)$

$$M_2(x)=\frac{Fb}{L}x-F(x-a),$$

$$EIy_2''=\frac{Fb}{L}x-F(x-a),$$

AC段 $(0 \le x \le a)$

$$EIy_1' = EI\theta_1 = \frac{Fb}{2L}x^2 + C_1,$$

$$EIy_1 = \frac{Fb}{6L}x^3 + C_1 x + D_1,$$

BC段 $(a \le x \le L)$

$$EIy_2' = EI\theta_2 = \frac{Fb}{2L}x^2 - \frac{F}{2}(x-a)^2 + C_2,$$

$$EIy_2 = \frac{Fb}{6L}x^3 - \frac{F}{6}(x-a)^3 + C_2 x + D_2,$$

3、确定常数

由边界条件: $x=0, w_A=0$ （1） $x=L, y_B=0$ （2）

由光滑连续条件: $x=a$时，$\theta_1=\theta_2$ （3）

$x=a$时，$y_1=y_2$ （4）

可解得:

$$C_1 = -\frac{Fb}{6L}(L^2-b^2) = C_2, \qquad D_1 = D_2 = 0$$

则简支梁的转角方程和挠度方程为

AC段 $(0\le x\le a)$

$$\theta_1(x)=\frac{Fb}{6LEI}[3x^2-(L^2-b^2)],$$

$$y_1(x)=\frac{-Fb}{6LEI}[-x^3+(L^2-b^2)x],$$

BC段 $(a\le x\le L)$

$$\theta_2(x)=\frac{Fb}{6LEI}[3x^2-(L^2-b^2)]-\frac{F(x-a)^2}{2},$$

$$y_2(x)=\frac{-Fb}{6LEI}[-x^3+(L^2-b^2)x+\frac{L}{6}(x-a)^3]$$

4、求转角

$x=0$ 代入得:

$$\theta_A=\theta_1\big|_{x=0}=-\frac{Fb(L^2-b^2)}{6LEI}$$

$x=L$ 代入得:

$$\theta_B=\theta_2\big|_{x=L}=\frac{Fab(L+a)}{6LEI}$$

5、求 $y_{\max}$。

由 $\dfrac{dy}{dx}=\theta=0$ 求得 $y_{\max}$ 的位置值**x**。

$$\theta_A=-\frac{Fb(L^2-b^2)}{6LEI}<0,\qquad \theta_C=\theta_1\Big|_{x=a}=\frac{Fab(a-b)}{3LEI}>0(\because a>b)$$

$$\therefore \theta=0\text{在}AC\text{段。}$$

则由

$$\theta_1(x)=\frac{Fb}{6LEI}[3x^2-(L^2-b^2)]=0$$

解得:

$$x=\sqrt{\frac{L^2-b^2}{3}}$$

代入 $y_1(x)$ 得:

$$y_{\max} = -\frac{Fb(L^2 - b^2)^{\frac{3}{2}}}{9\sqrt{3}EI}$$

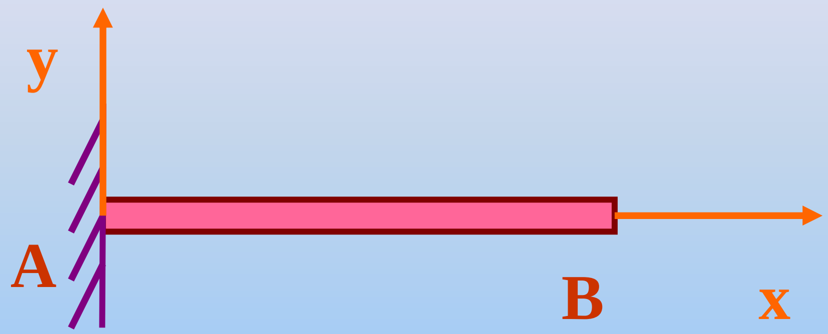
若 $a = b = \dfrac{L}{2}$ 则:

$$y_{\max} = y\Big|_{x=\frac{L}{2}} = -\frac{FL^3}{48EI}$$

♉在简支梁情况下，不管F作用在何处（支承除外），

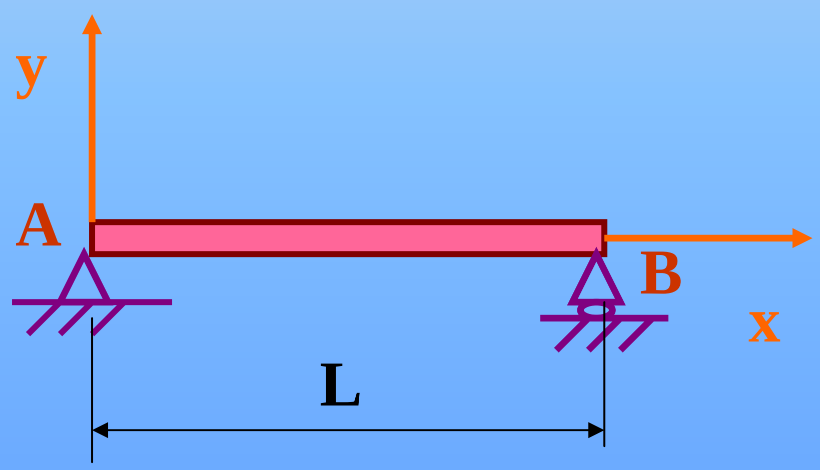
$y_{\max}$ 可用中间挠度代替，其误差不大，不超过3%。

梁的约束条件



悬臂梁:

$$x = 0\text{时}，\quad \theta_A = 0, y_A = 0.$$



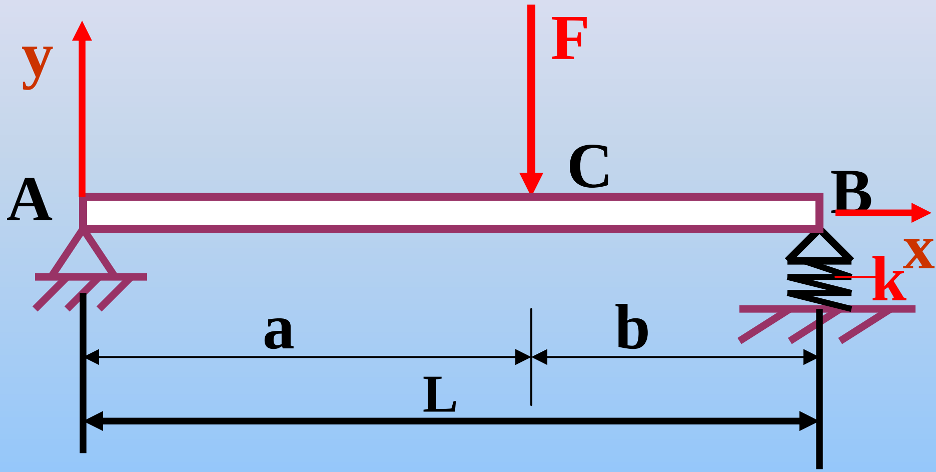
简支梁:

$$x = 0\text{时}，\quad y_A = 0,$$

$$x = L\text{时}，\quad y_B = 0.$$

弯曲变形/用积分法求梁的变形

若B支座改为弹簧支撑，则:



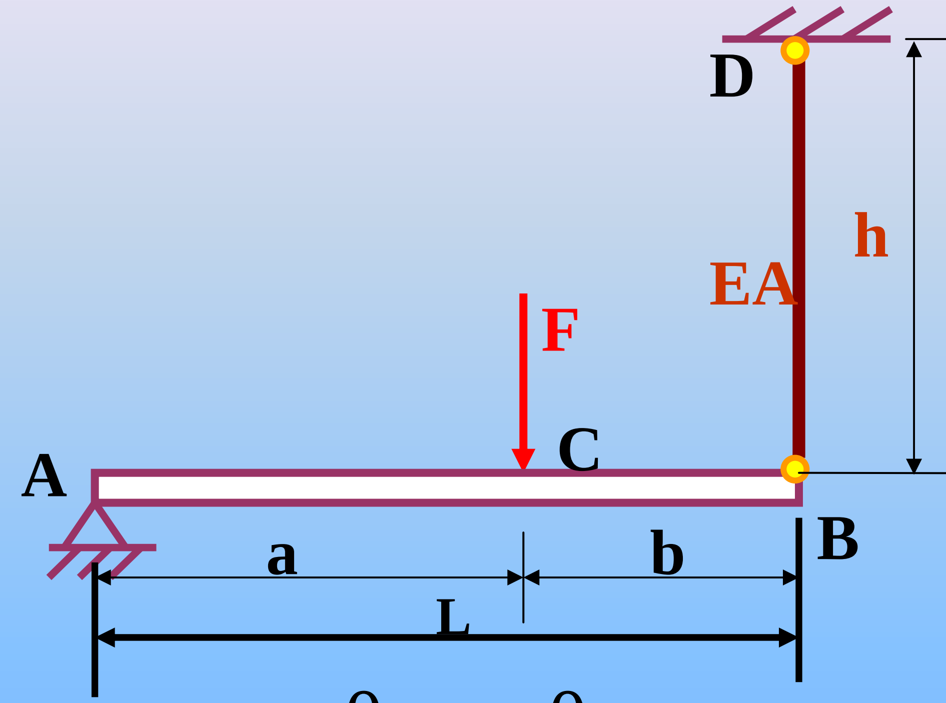
$$x=0, y_A=0$$

$$x=a\text{时}，\ \theta_{C\text{左}}=\theta_{C\text{右}}$$

$$x=a\text{时}，\ y_{C\text{左}}=y_{C\text{右}}$$

$$x=L, y_B=-\frac{F_{By}}{k}$$

若B支座改为拉杆支撑，则:



$$x=0, y_A=0$$

$$x=a\text{时}，\ \theta_{C\text{左}}=\theta_{C\text{右}}$$

$$x=a\text{时}，\ y_{C\text{左}}=y_{C\text{右}}$$

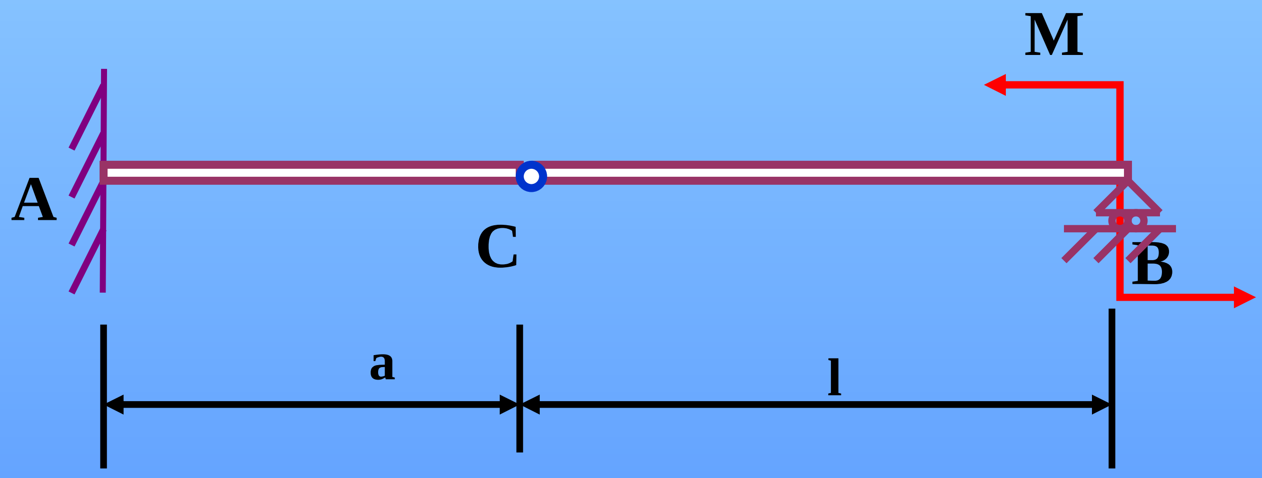
$$x=L, y_B=-\Delta l_{BD}=-\frac{F_{By}h}{EA}$$

♉讨论：

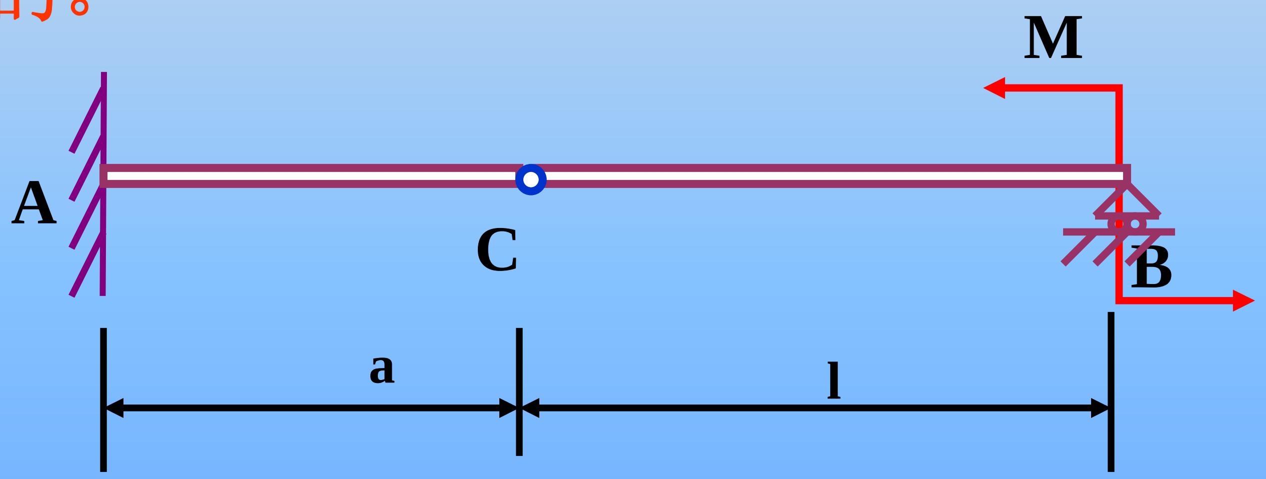
（1）凡载荷有突变处（包括中间支座），应作为分段点；

（2）凡截面有变化处，或材料有变化处，应作为分段点；

（3）中间铰视为两个梁段间的联系，此种联系体现为两部分之间的相互作用力，故应作为分段点；



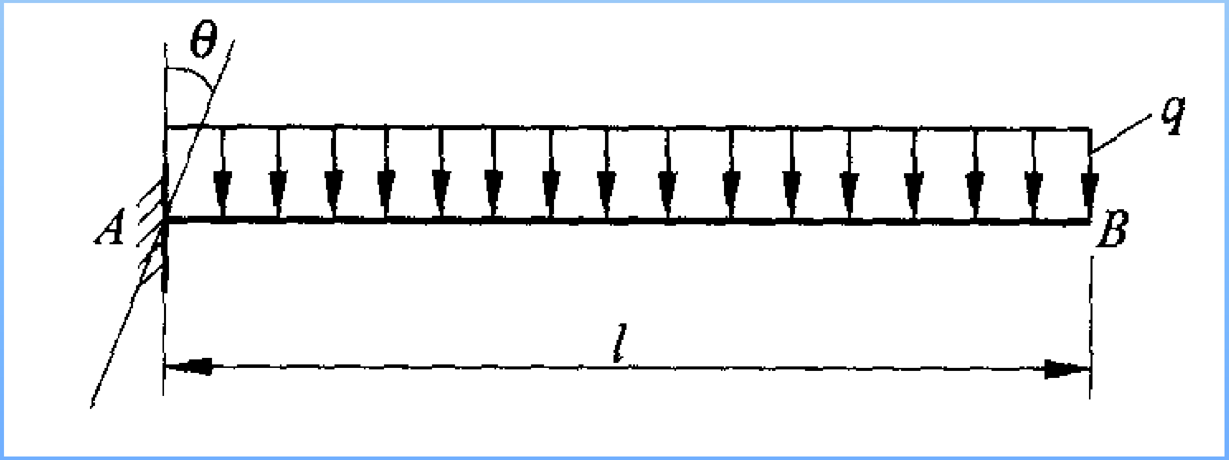
（4）凡分段点处应列出连续条件，根据梁的变形的连续性，对同一截面只可能有唯一确定的挠度和转角；在中间铰两侧虽然转角不同，但挠度却是唯一的。



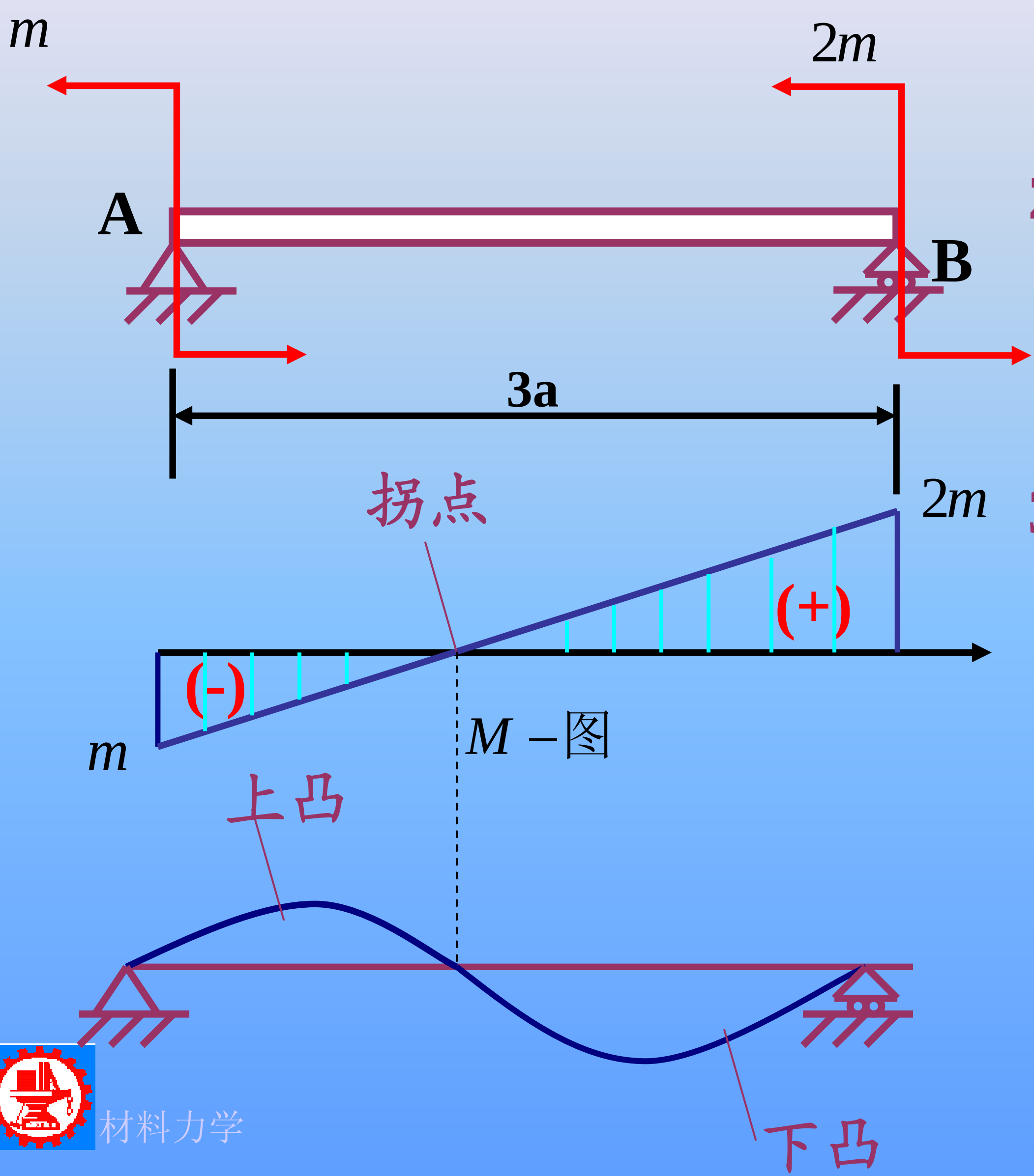
$$x=0, y_A=0, \quad x=0, \theta_A=0,$$

$$x=a+l, y_B=0, \quad x=a\text{时}，y_{C左}=y_{C右}$$

4、(16分) 图示悬臂梁AB的A端为弹性转动约束，该处截面转角θ与弯曲力矩m的关系为θ=km其中k为常数。若EI已知，试用积分法求梁AB的挠度曲线和B处的转角与挠度。



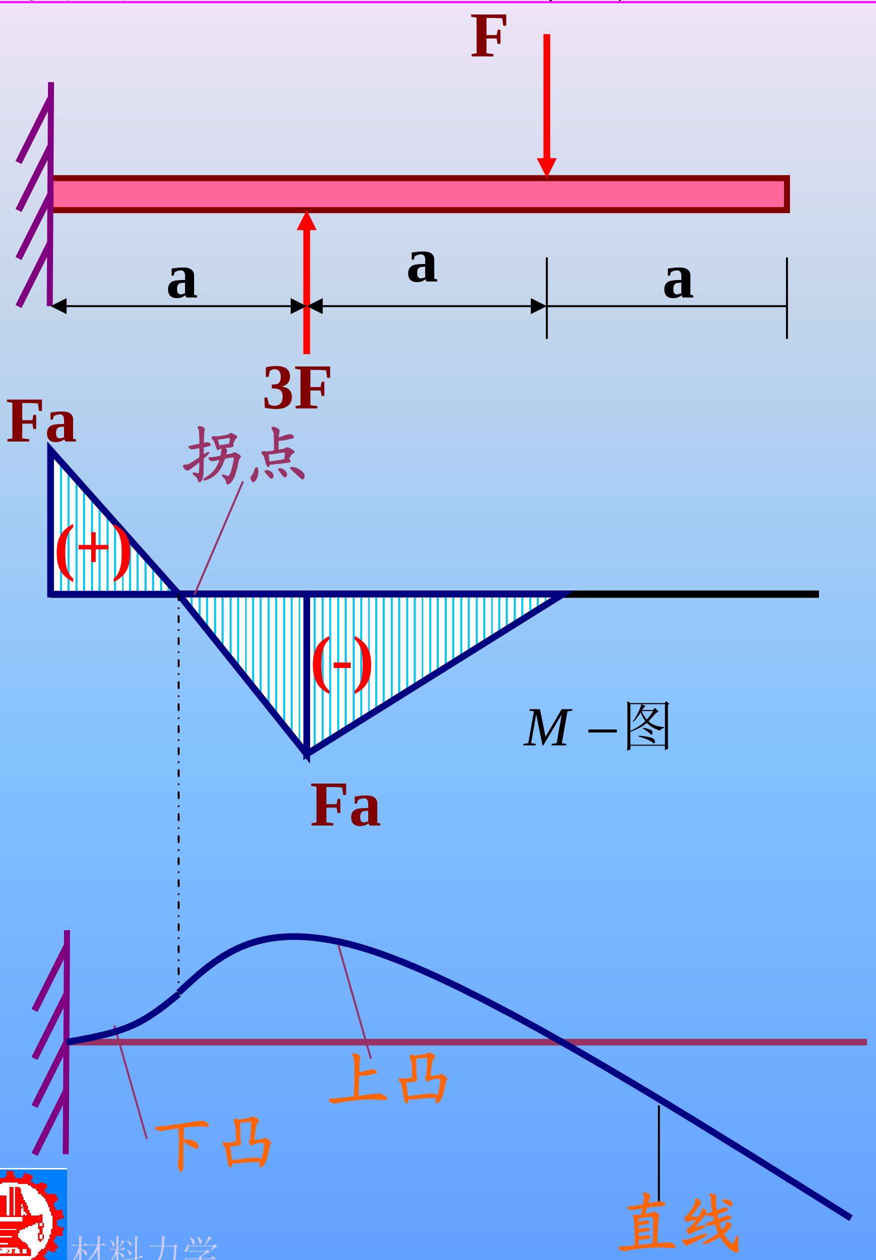
例7-3 试绘出各梁挠曲轴的大致形状。



解： 1、作梁的弯矩图

2、根据弯矩图的变化规律，确定挠曲轴曲率的变化规律

3、根据梁的约束（支座情况）、变形相容条件，绘制挠曲轴的大致形状。



♉注意:

（1）正弯矩使梁下凸，负弯矩使梁上凸;

（2）在转角为零处，挠度出现极值，在挠度最大处，截面的转角不一定为零，在弯矩最大处，挠度不一定最大。

三、用叠加法求梁的变形

- 叠加法前提
- 第一类叠加法
- 第二类叠加法

叠加法前提

- 力与位移之间的线性关系

挠度、转角与载荷（如P、q、M）均为一次线性关系

- 小变形

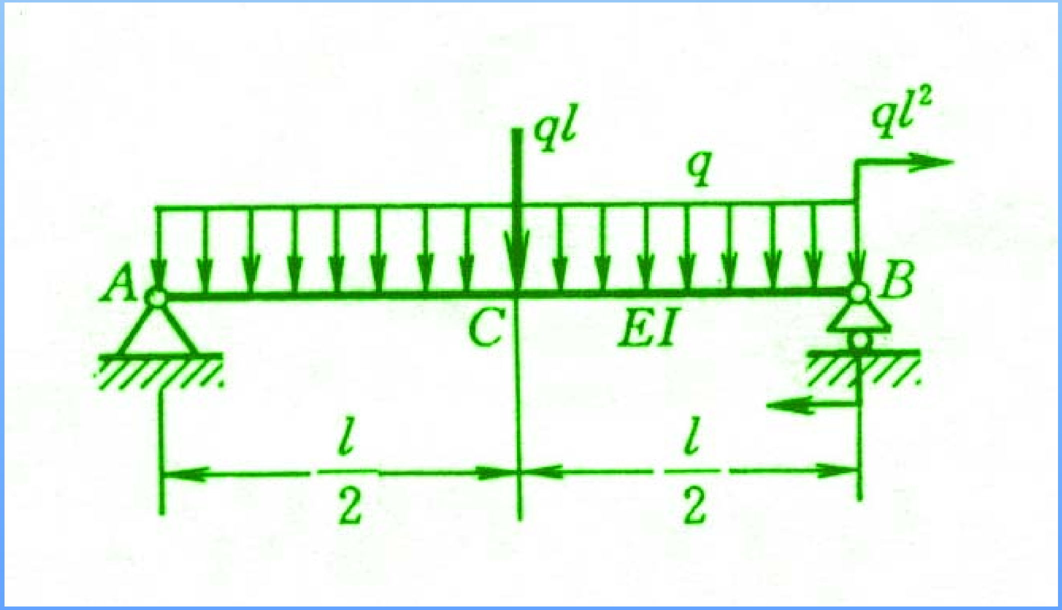
轴向位移忽略不计。

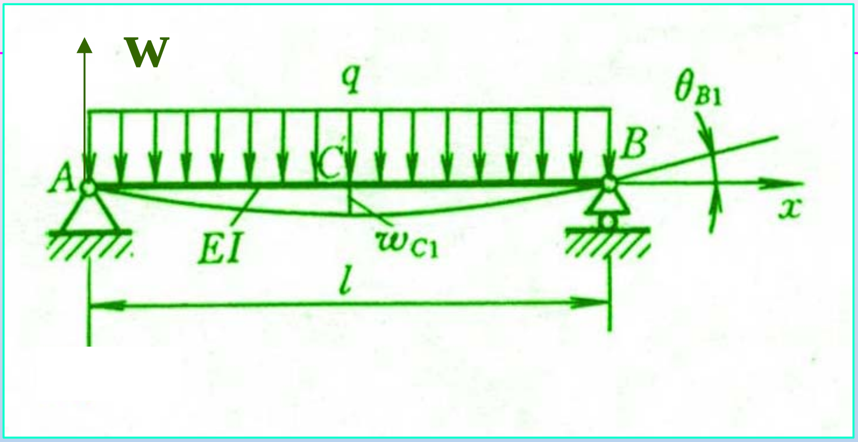
第一类叠加法

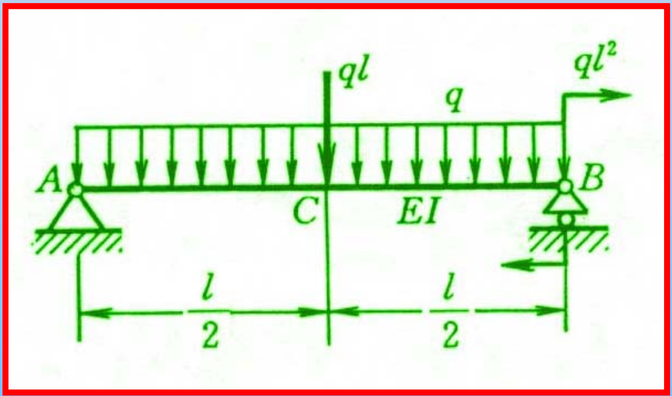
— 应用于多个载荷作用的情形

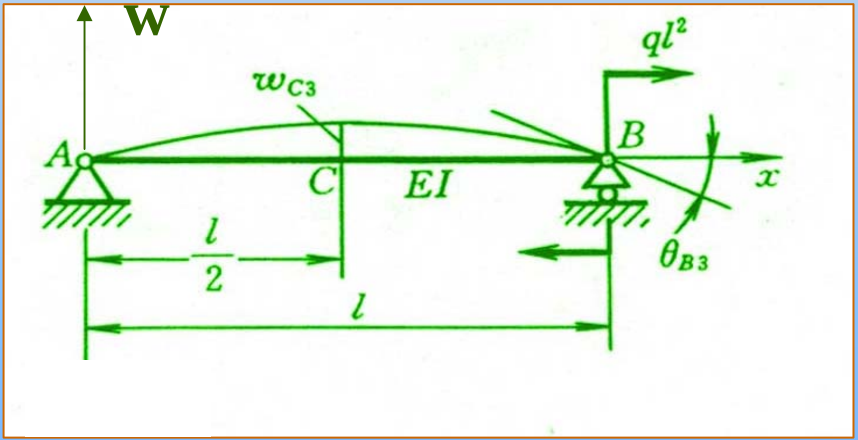
叠加原理：在小变形和线弹性范围内，由几个载荷共同作用下梁的任一截面的挠度和转角，应等于每个载荷单独作用下同一截面产生的挠度和转角的代数和。

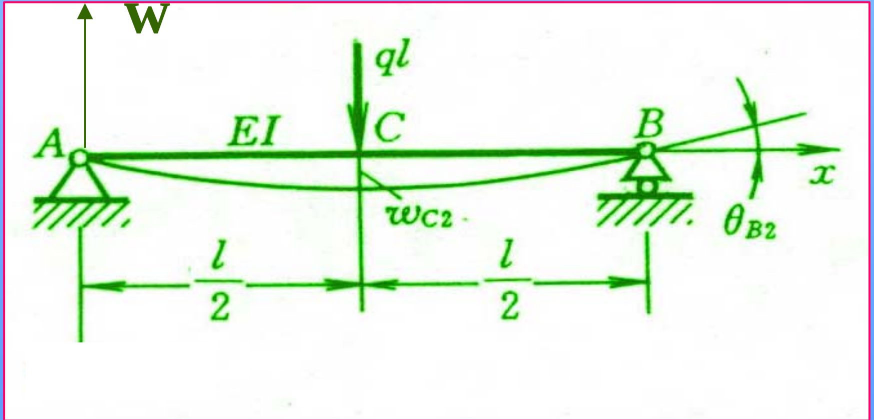
例6-4 已知：q、l、EI，求：y_C ,θ_B

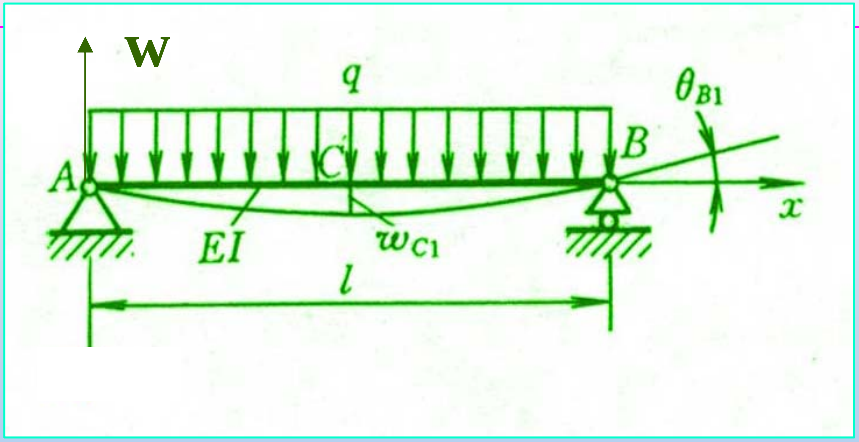



w
q
θ_{B1}
A
C
B
x
EI
w_{C1}
l

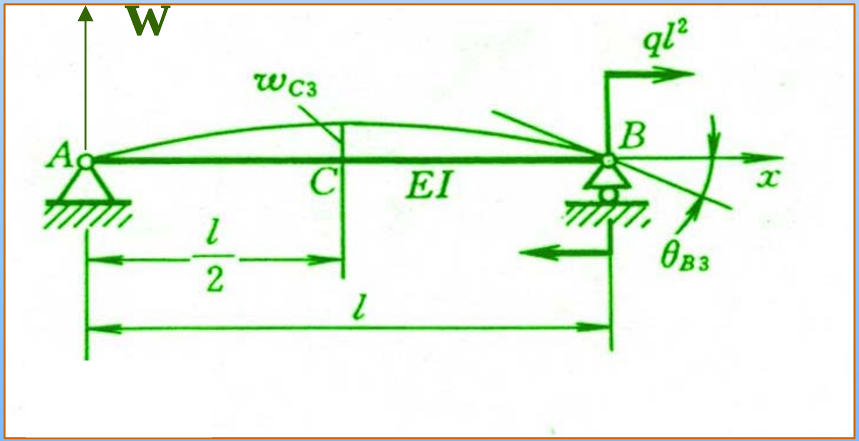

ql
q
ql^2
A
B
C
EI
$\frac{l}{2}$
$\frac{l}{2}$


w
ql^2
w_{C3}
A
B
x
C
EI
θ_{B3}
$\frac{l}{2}$
l


w
ql
EI
C
B
A
x
w_{C2}
θ_{B2}
$\frac{l}{2}$
$\frac{l}{2}$

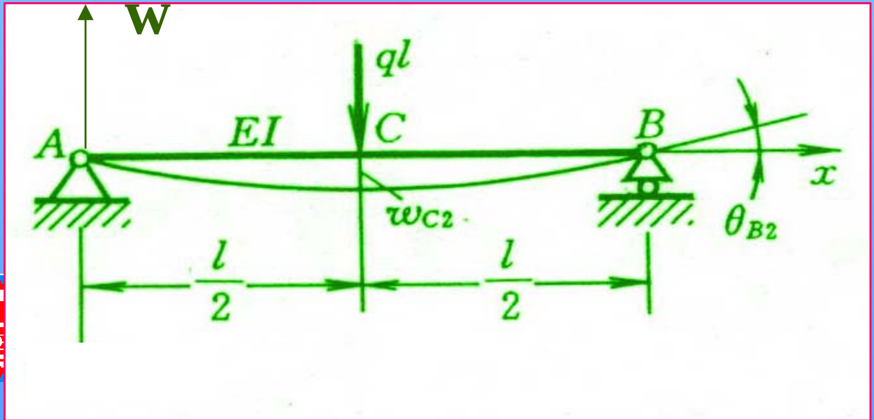


$$\theta_{B1}=\frac{ql^3}{24EI},\quad w_{C1}=-\frac{5ql^4}{384EI}$$



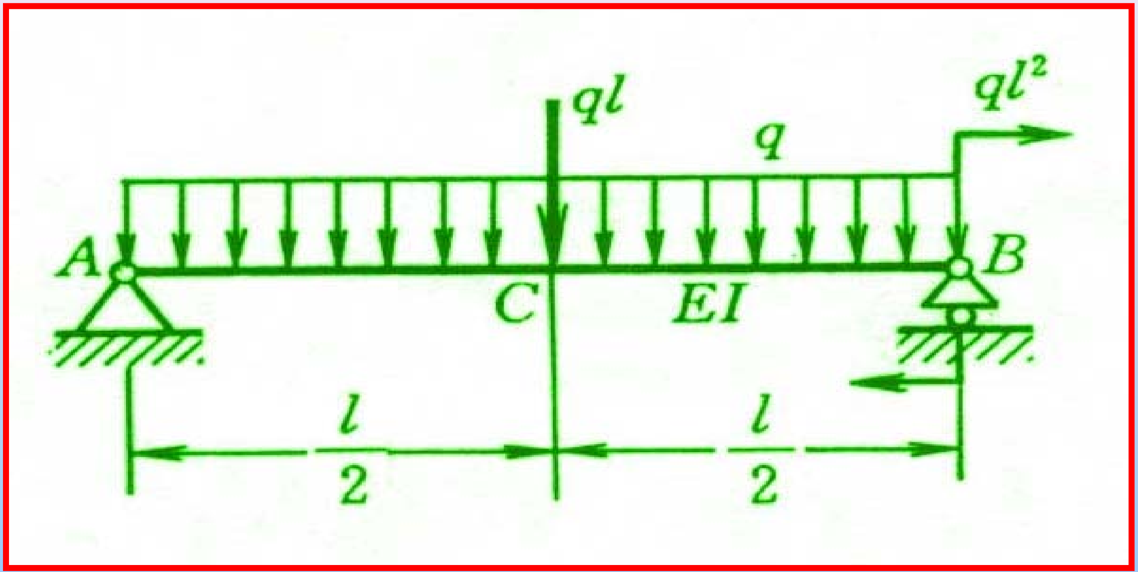
$$\theta_{B3}=-\frac{(ql^2)\cdot l}{3EI}=-\frac{ql^3}{3EI},$$

$$w_{C3}=\frac{3ql^4}{48EI}$$



$$\theta_{B2}=-\frac{(ql)\cdot l^2}{16EI}=-\frac{ql^3}{16EI},$$

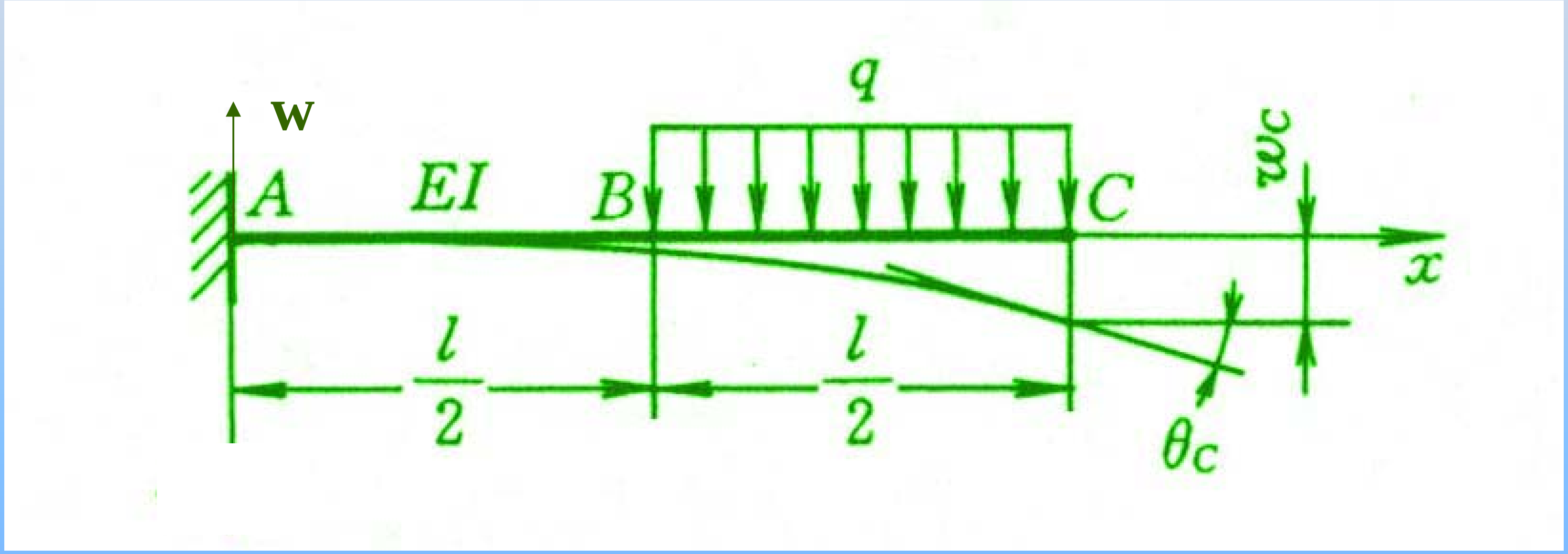
$$w_{C2}=-\frac{(ql)l^3}{48EI}$$



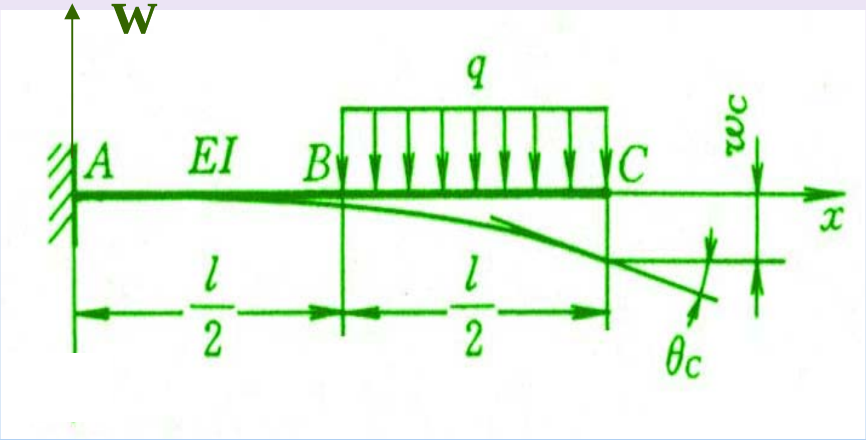
$$\therefore \theta_B = \theta_{B1} + \theta_{B2} + \theta_{B3} = \frac{ql^3}{24EI} - \frac{ql^3}{3EI} + \frac{ql^3}{16EI} = -\frac{11ql^3}{48EI}$$

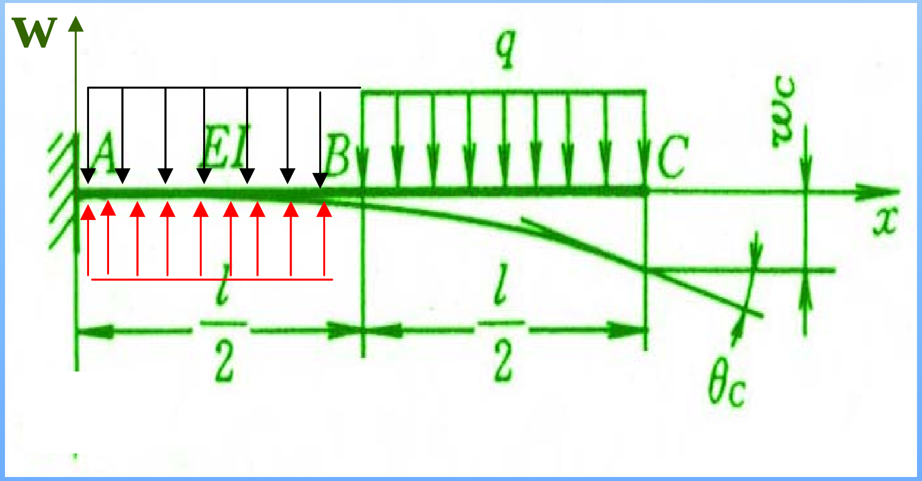
$$w_C = w_{C1} + w_{C2} + w_{C3} = -\frac{5ql^4}{384EI} + \frac{3ql^4}{48EI} - \frac{(ql)l^3}{48EI} = \frac{11ql^4}{384EI}$$

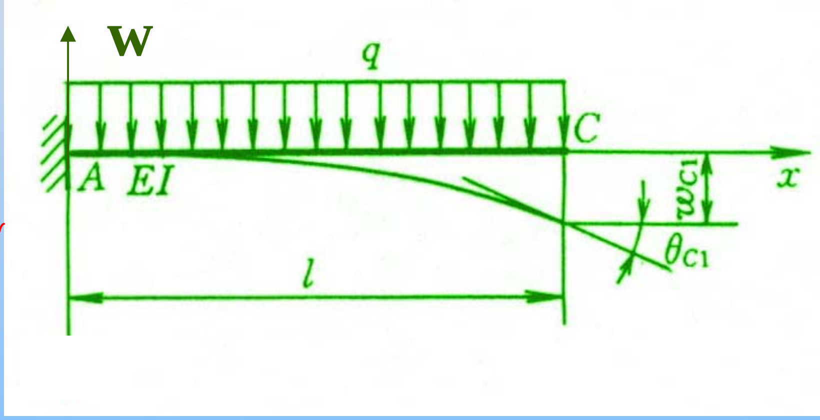
例6-5 怎样用叠加法确定θ_C和y_C？

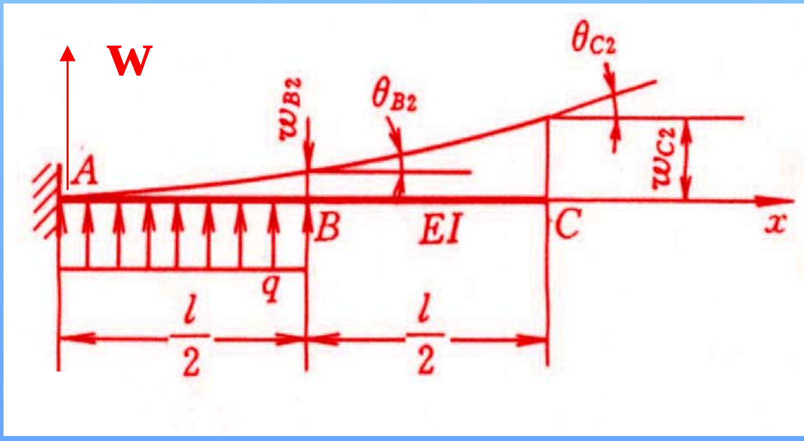


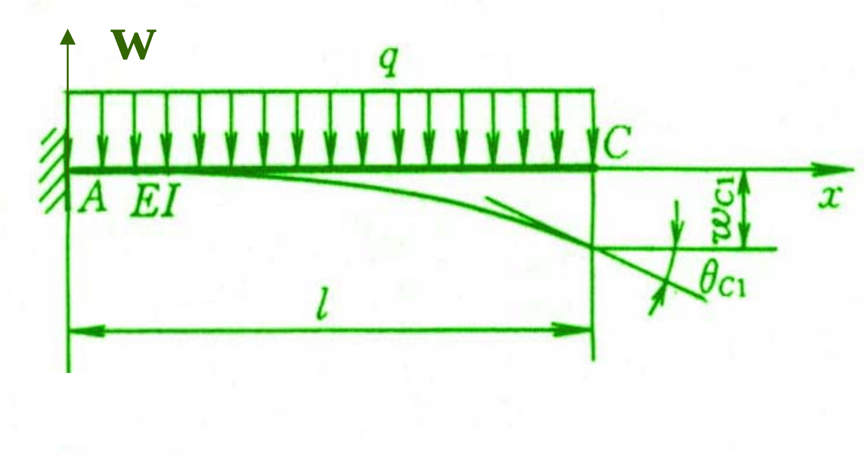
弯曲变形/用叠加法求梁的变形





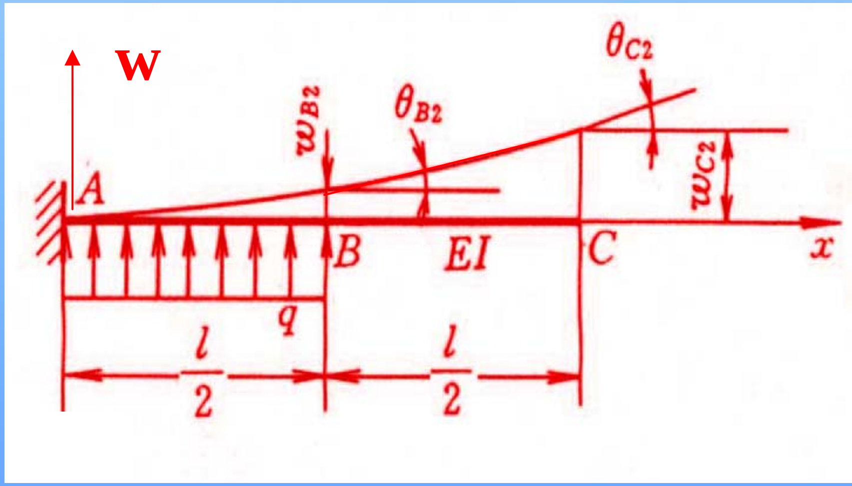






$$\theta_{C1} = -\frac{ql^3}{6EI},$$

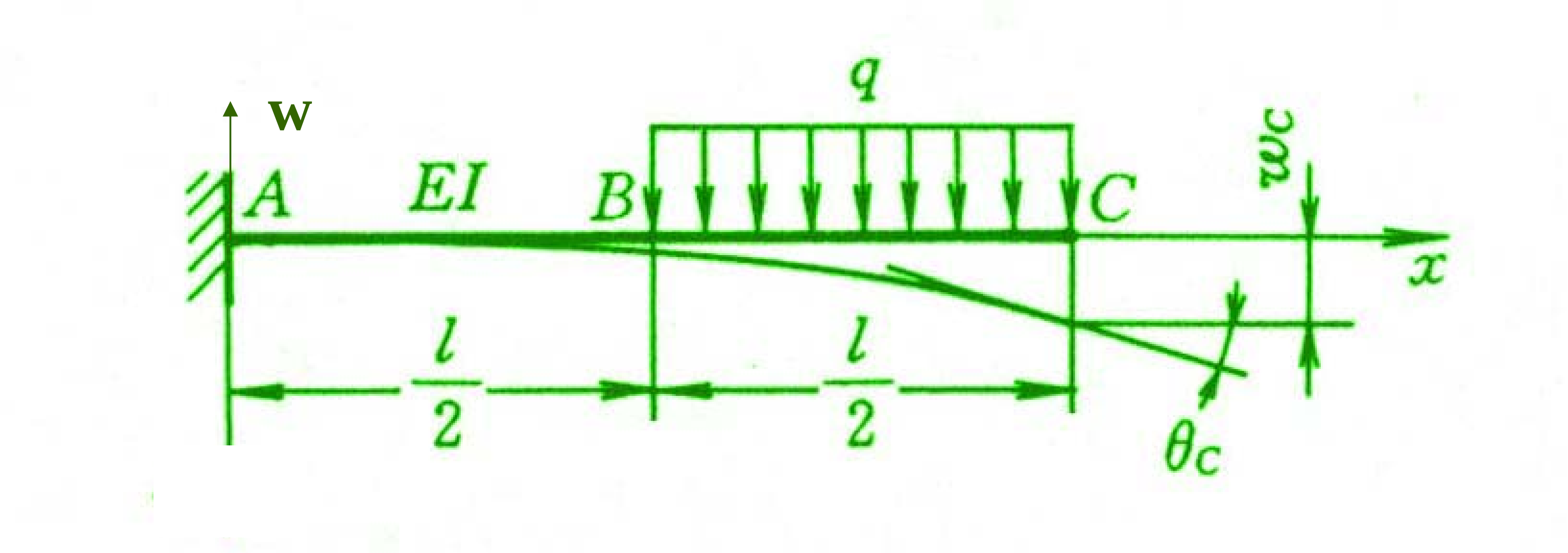
$$w_{C1} = -\frac{ql^4}{8EI}$$



$$\theta_{C2} = \theta_{B2} = \frac{q(\frac{l}{2})^3}{6EI},$$

$$w_{C2} = w_{B2} + \theta_{B2} \cdot \frac{l}{2}$$

$$= \frac{q(\frac{l}{2})^4}{8EI} + \theta_{B2} \cdot \frac{l}{2}$$



$$w_C = w_{C1} + w_{C2} = -\frac{ql^4}{8EI} + \frac{q(\frac{l}{2})^4}{8EI} + \theta_{B2} \cdot \frac{l}{2} = -\frac{41ql^4}{384EI}$$

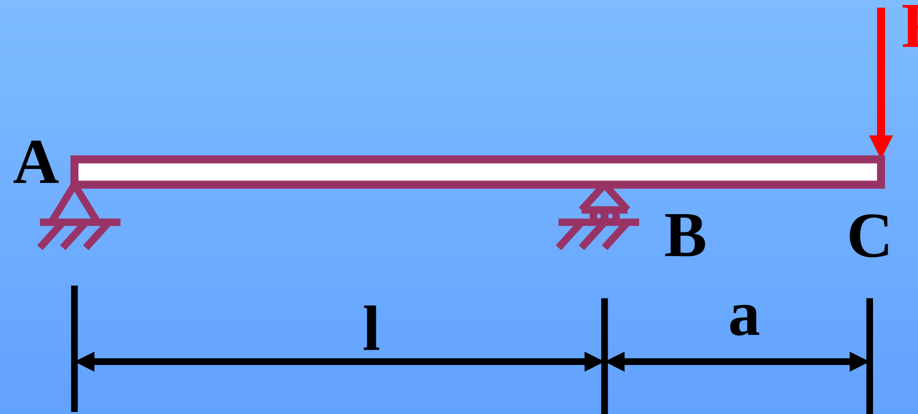
$$\theta_C = \theta_{C1} + \theta_{C2} = -\frac{ql^3}{6EI} + \frac{q(\frac{l}{2})^3}{6EI} = -\frac{7ql^4}{48EI}$$

♉ 第二类叠加法—逐段分析法

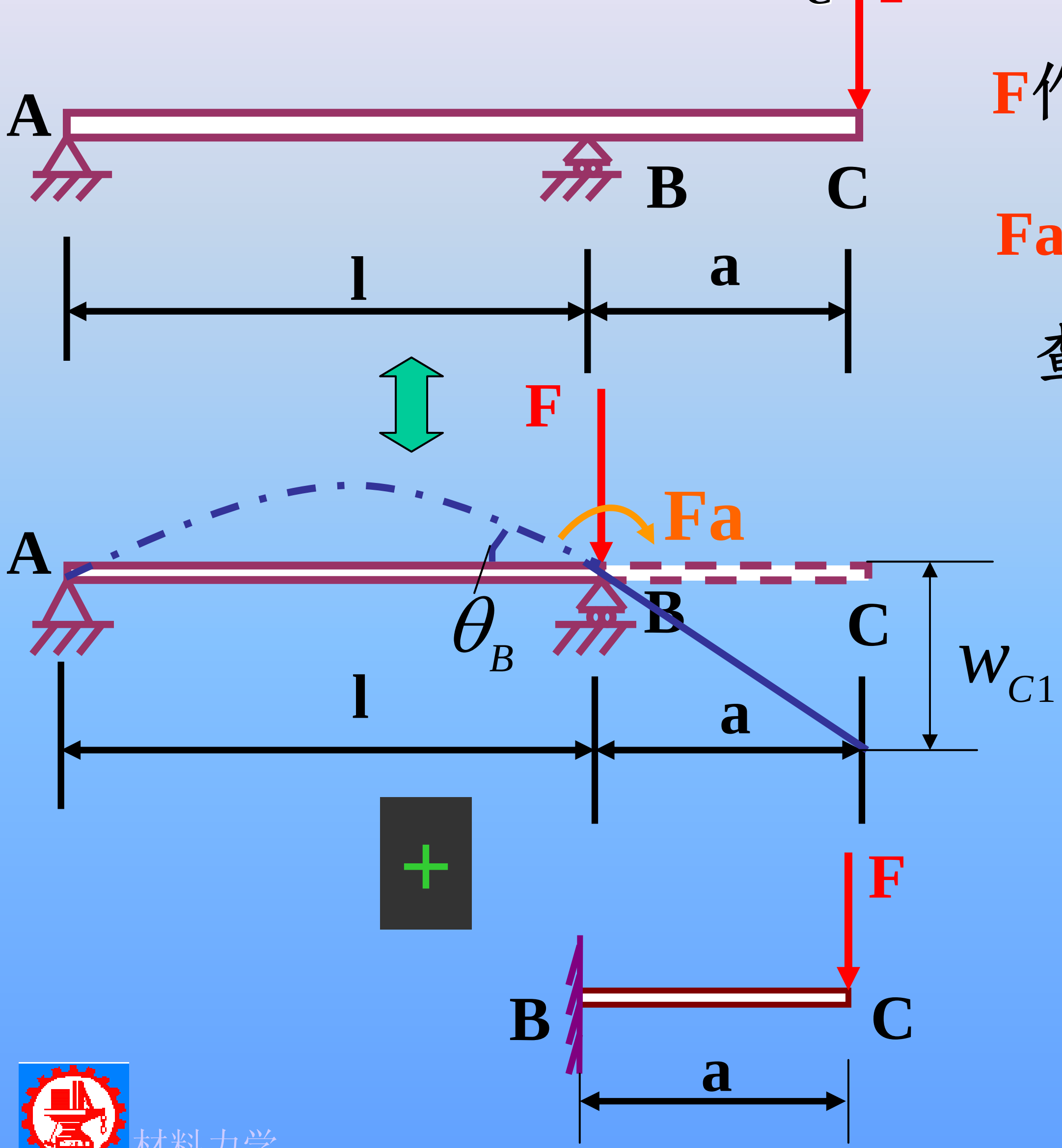
将梁的挠曲线分成几段，首先分别计算各段梁的变形在需求位移处引起的位移（挠度和转角），然后计算其总和（代数和或矢量和），即得需求的位移。在分析各段梁的变形在需求位移处引起的位移时，除所研究的梁段发生变形外，其余各段梁均视为刚体。

例6-6：

怎样用叠加法确定y_C？



例6-6：怎样用叠加法确定w_C？



1）考虑AB段(BC段看作刚体)

F作用在支座上，不产生变形。

Fa使AB梁产生向上凸的变形。

查表得:

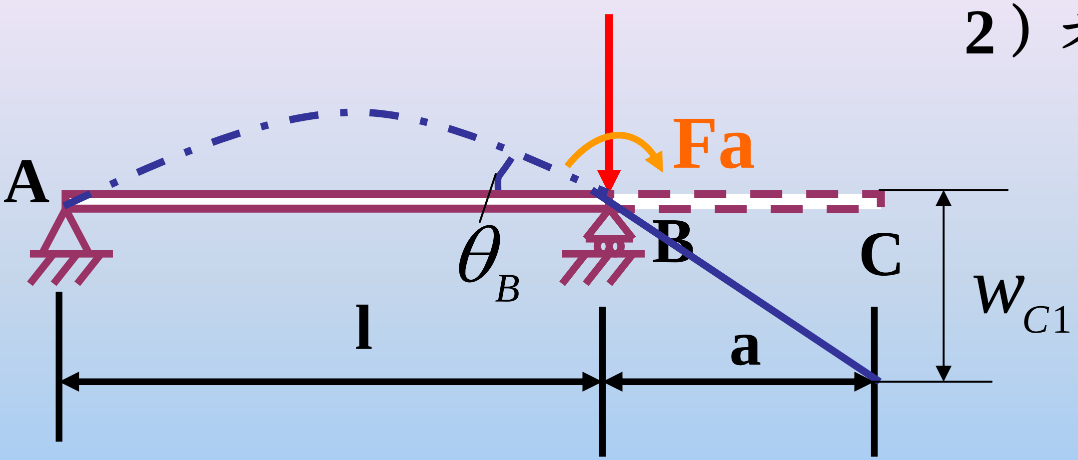
$$\theta_B = \frac{(Fa)\cdot l}{3EI}$$

则

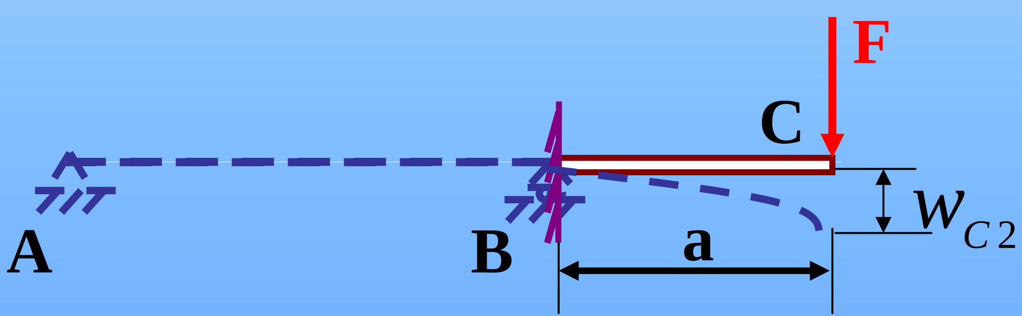
$$w_{C1} = \theta_B \cdot a$$

$$= \frac{(Fa)\cdot l}{3EI}\cdot a = \frac{Fa^2 l}{3EI}(\downarrow)$$

2）考虑BC段(AB段看作刚体)



$$w_{c1}=\frac{Fa^2l}{3EI}(\downarrow)$$



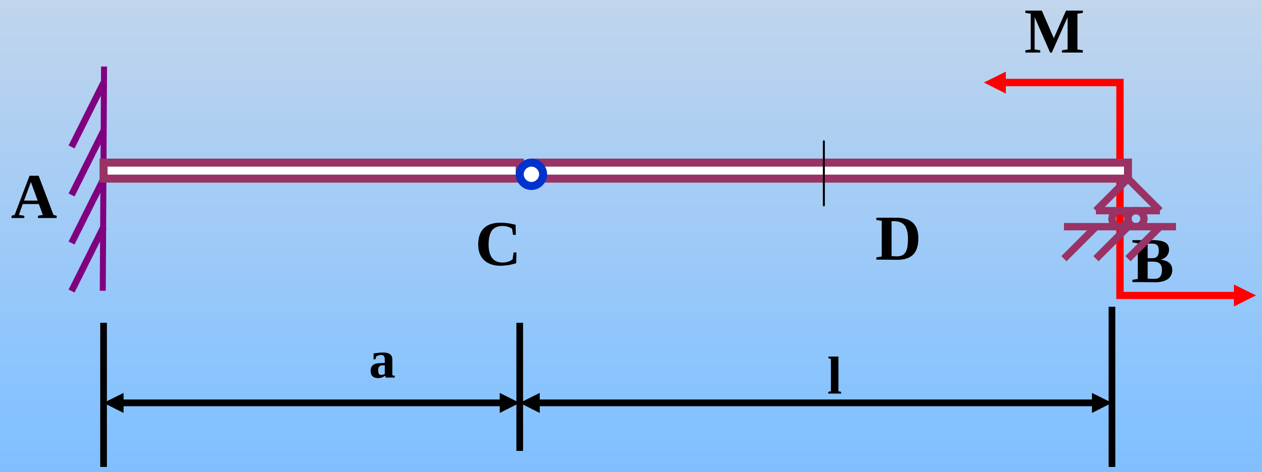
$$w_{C2}=\frac{Fa^3}{3EI}(\downarrow)$$

所以

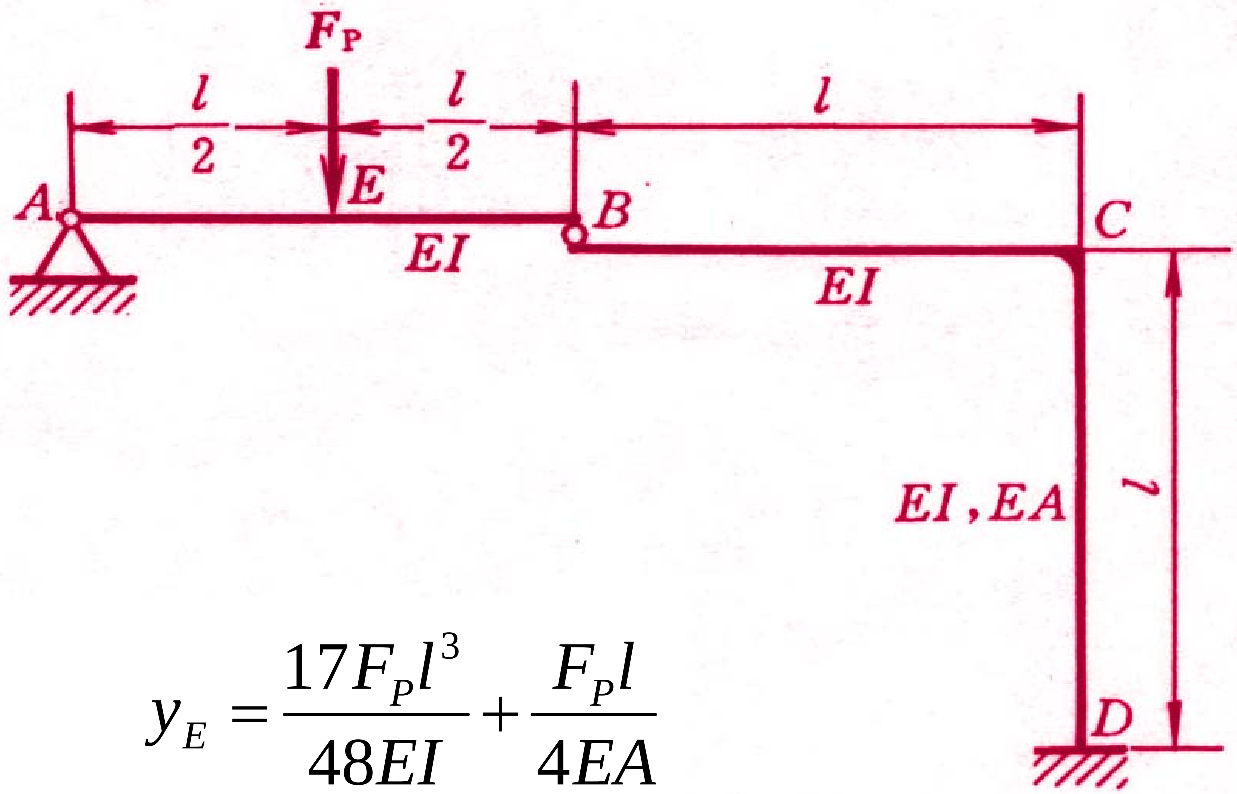
$$w_C=w_{C1}+w_{C2}$$

$$=\frac{Fa^2l}{3EI}+\frac{Fa^3}{3EI}(\downarrow)$$

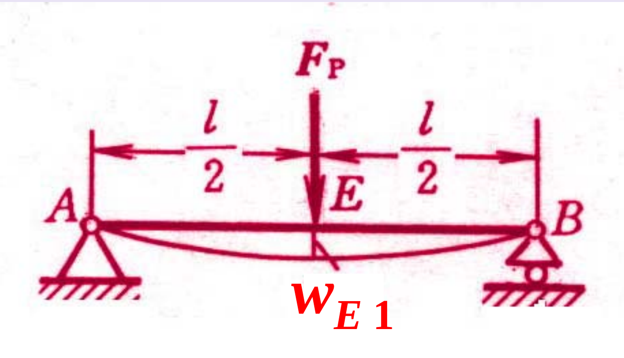
例6-7 求图示梁上CB段中点 D 处的挠度。



例：用叠加法求AB梁上E处的挠度.



$$y_E=\frac{17F_Pl^3}{48EI}+\frac{F_Pl}{4EA}$$

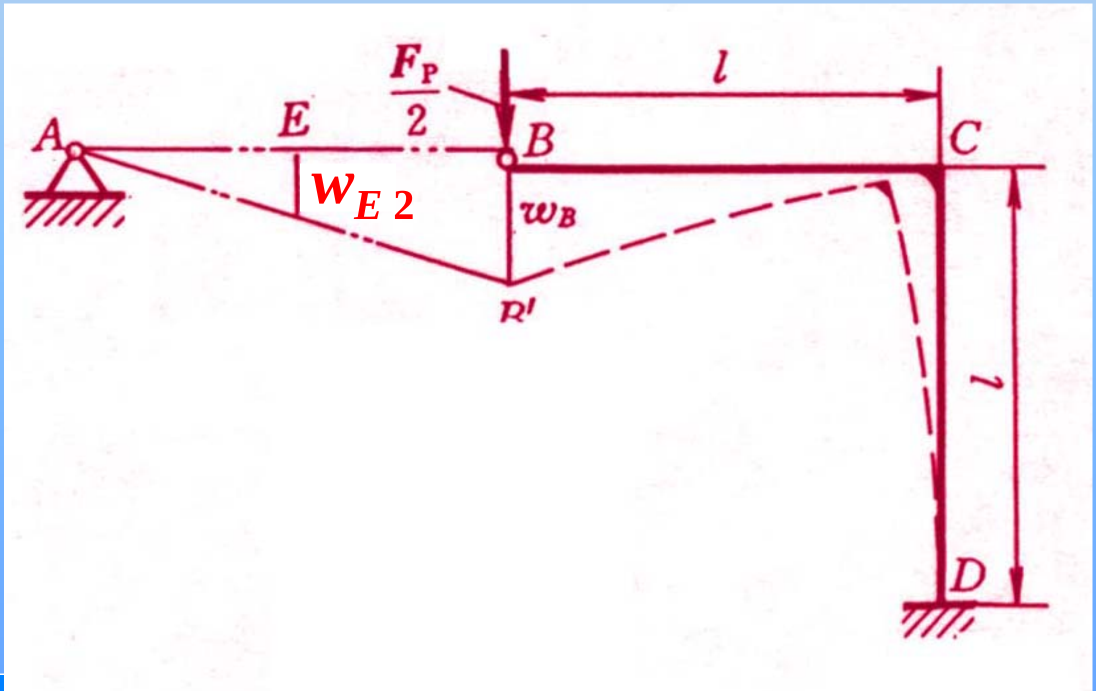


1、考虑AB段（BCD视作刚体）

$$w_{E1}=\frac{F_P l^3}{48EI}(\downarrow)$$

2、考虑BCD段（AB视作刚体）

$$w_{E2}=\frac{1}{2}w_B$$



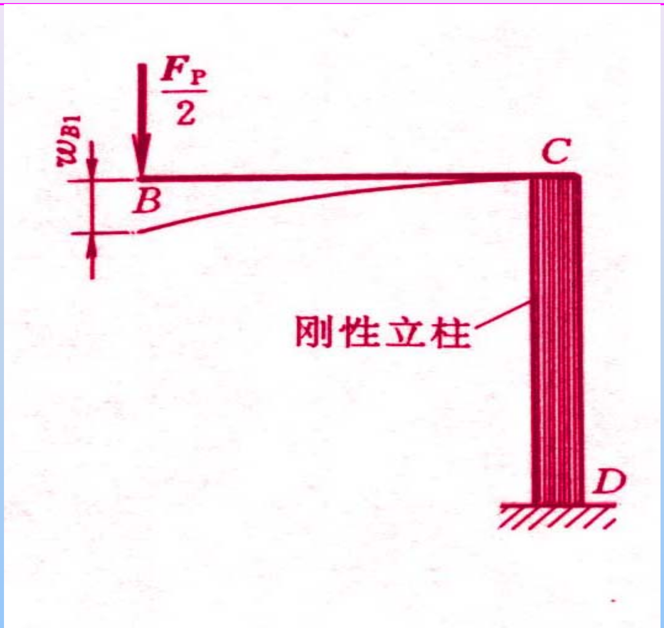
而

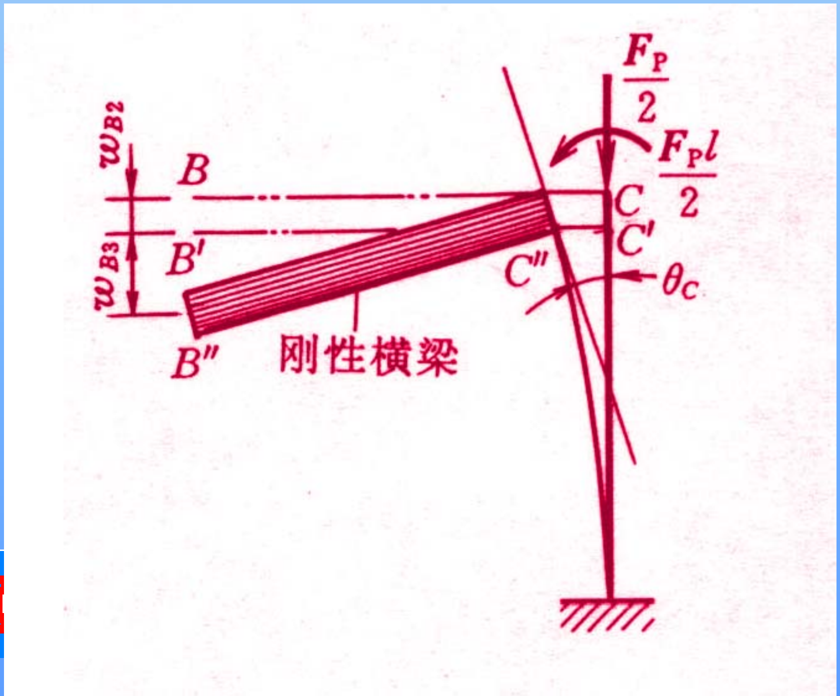
$$\boxed{w_E=w_{E1}+w_{E2}}$$

再以叠加法求w_B 。

BC段看作悬臂梁（DC视作刚体）

$$w_{B1}=\frac{(\frac{F_P}{2})l^3}{3EI}$$





DC段看作悬臂梁（BC视作刚体）

$$w_{B2}=\frac{(\frac{F_P}{2})l}{EA}$$

$$w_{B3}=\theta_c\cdot l=\frac{(\frac{F_P}{2}l)l}{EI}\cdot l$$

$$\therefore w_B=w_{B1}+w_{B2}+w_{B3}$$

因此

$$w_E = w_{E1} + w_{E2} = w_{E1} + \frac{1}{2} w_B = w_{E1} + \frac{1}{2}(w_{B1} + w_{B2} + w_{B3})$$

$$= \frac{F_P l^3}{48EI} + \frac{1}{2}\left[\frac{(\frac{F_P}{2})l^3}{3EI} + \frac{(\frac{F_P}{2})l}{EA} + \frac{(\frac{F_P}{2}l)l}{EI} \cdot l\right]$$

$$= \frac{17F_P l^3}{48EI} + \frac{F_P l}{4EA}$$

四、梁的刚度校核 提高梁弯曲刚度的措施

刚度条件：

$$\left|y\right|_{\max} \le [y], \quad \left|\theta\right|_{\max} \le [\theta]$$

[y]——许用挠度，**[θ]**——许用转角

工程中， [y] 常用梁的计算跨度 ***l*** 的若干分之一表示，例如：

对于桥式起重机梁： $[y]=\dfrac{l}{500}\sim\dfrac{l}{750}$

对于一般用途的轴： $[y]=\dfrac{3l}{10000}\sim\dfrac{5l}{10000}$

在安装齿轮或滑动轴承处，许用转角为：

$$[\theta]=0.001\,rad$$

提高梁弯曲刚度的措施

梁的变形除了与载荷与梁的约束有关外，还取决于以下因素：

材料——梁的变形与弹性模量E成反比；

截面——梁的变形与截面的惯性矩 I_z 成反比；

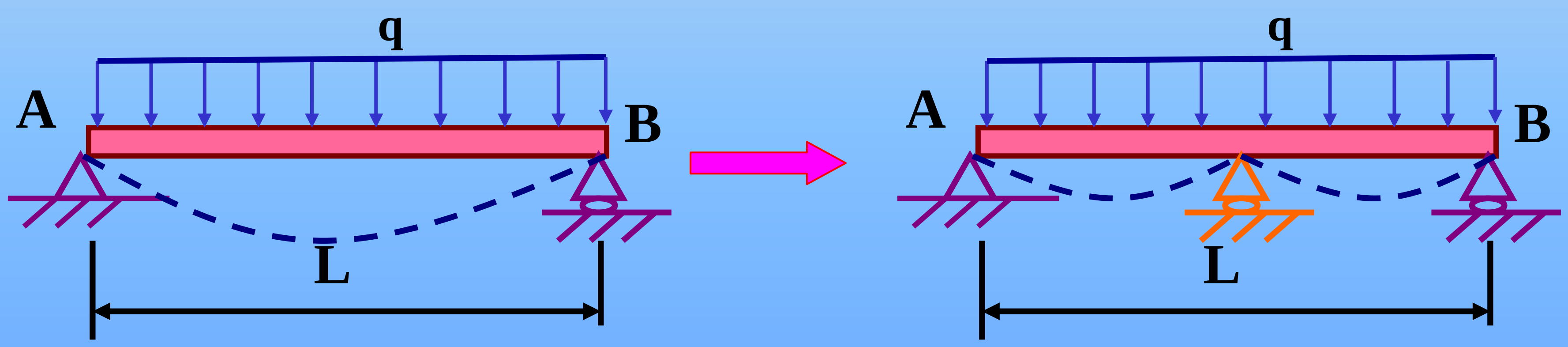
跨长——梁的变形与跨长l的n次幂成正比

(1) 减小跨度，增加支座，或加固支座。

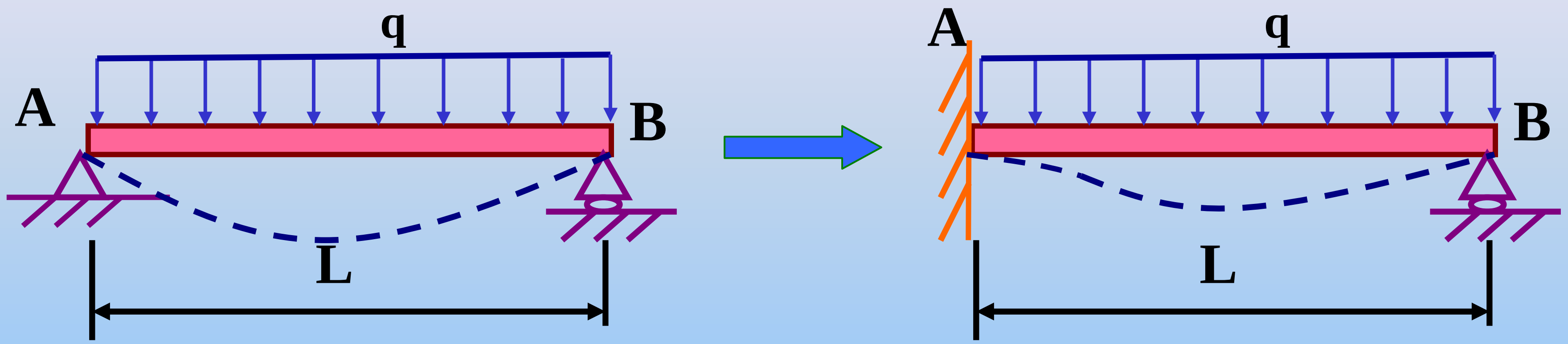
例如受q作用的简支梁: $y_{\max} = -\dfrac{5ql^4}{384EI}$ $(\downarrow)l, y_{\max}$明显$(\downarrow)$

方法:

增加支座:



加固支座:



$y_{\max}$可降低60%。

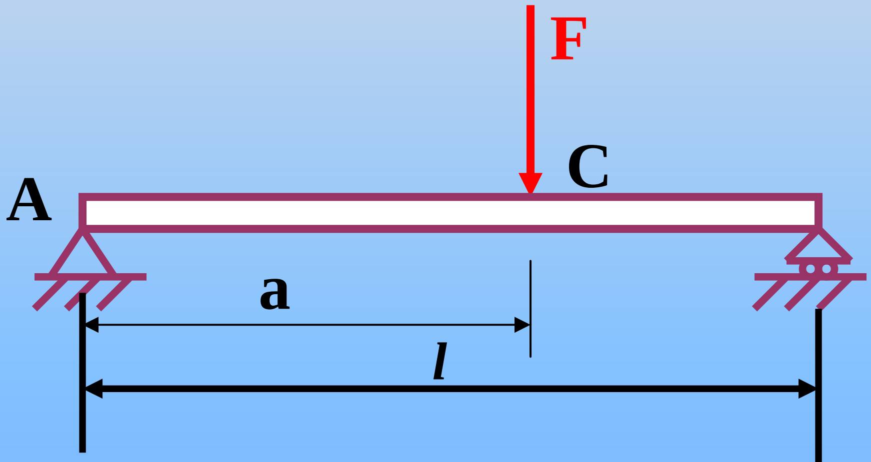
(2) 选用合理截面，(↑)I_z 。

常采用工字形、箱形截面，以提高惯性矩。与强度不同的是要提高全梁或大部分梁的惯性矩，才能使梁的变形有明显改善。

(3) 合理安排载荷作用点，以降低 M_{max} 。

方法:

使载荷尽量靠近支座，载荷大多数由支座承担。例如:



$$\frac{a}{l}=0.5\text{时}, w_{max}=\frac{Fl^3}{48EI}$$

$$\frac{a}{l}=0.8\text{时}, w_{max}=0.572\frac{Fl^3}{48EI}$$

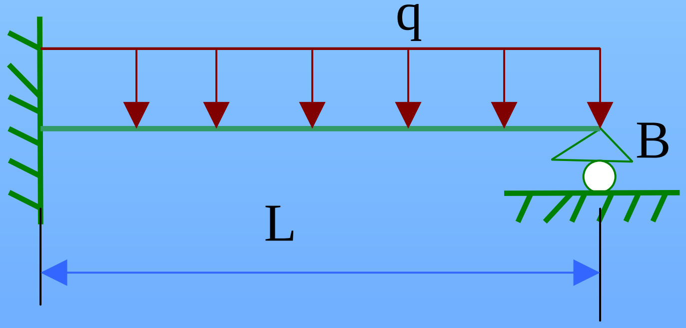
w_{max} 可降低42.8%。

(4) 其它：因钢的E基本相同，所以材料的杨氏模量对变形影响不大。

五、用变形比较法解静不定梁

♣静不定梁——未知力的数目多于能列出的独立平衡方程的数目，仅利用平衡方程不能解出全部未知力，则称为超静定问题（或静不定问题）。

♣静不定次数=未知力的数目-独立平衡方程数



4个约束反力，

3个平衡方程，

静不定次数=1

用力法求解静不定问题的步骤:

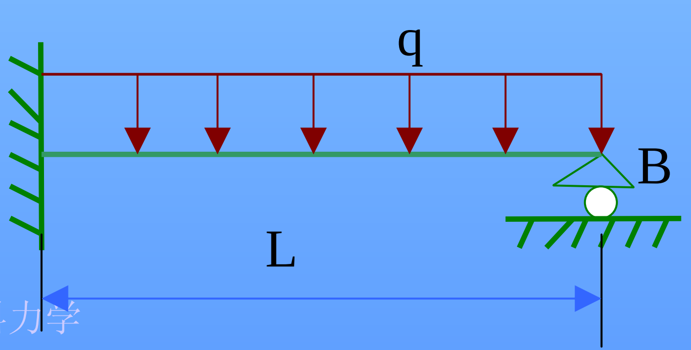
1、确定静不定次数。

2、选择基本静定梁。

♋静定梁(基本静定基) — 将静不定梁的多余约束解除，得到相应的静定系统，该系统仅用静力平衡方程就可解出所有反力以及内力。

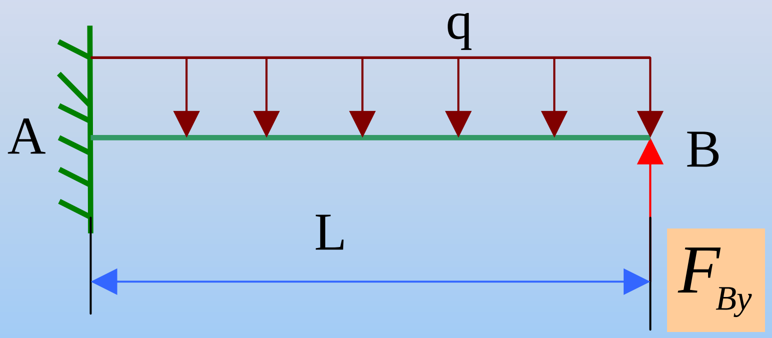
多余约束 — 杆系在维持平衡的必要约束外所存在的多余约束或多余杆件。

多余约束的数目=超静定次数

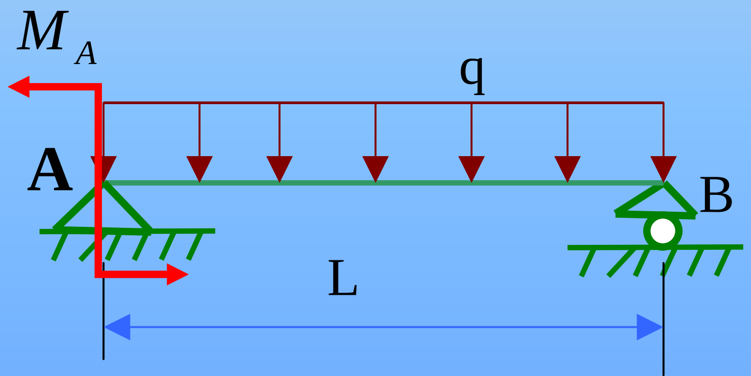


多余约束的数目=1

♋静定梁(基本静定基)选取



(1) 解除B支座的约束, 以 F_{By}代替，即选择A端固定B端自由的悬臂梁作为基本静定梁。

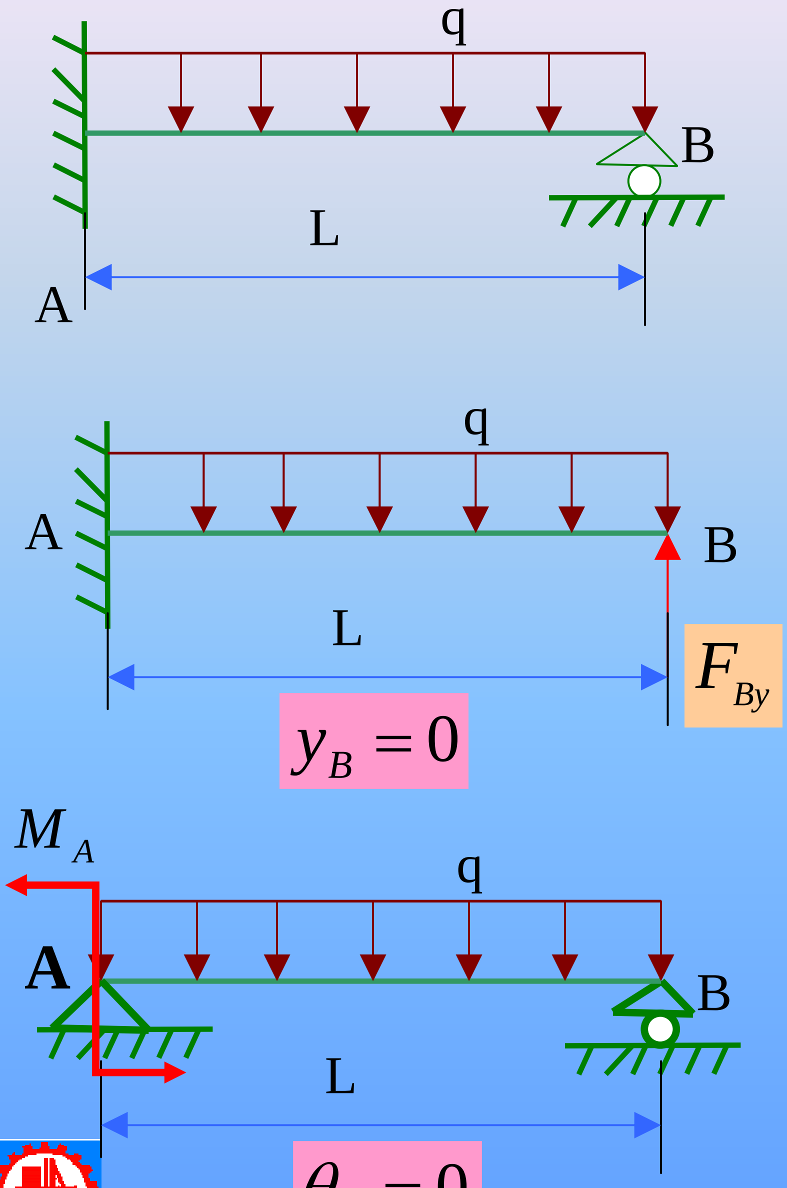


(2) 解除A端阻止转动的支座反力矩 M_A作为多余约束, 即选择两端简支的梁作为基本静定梁。

♋基本静定基选取可遵循的原则:

(1) 基本静定基必须能维持静力平衡，且为几何不变系统;

(2) 基本静定基要便于计算，即要有利于建立变形协调条件。一般来说，求解变形时，悬臂梁最为简单，其次是简支梁，最后为外伸梁。



3、列出变形协调条件。

比较原静不定梁和静定基在解除约束处的变形，根据基本静定梁的一切情况要与原超静定梁完全相同的要求，得到变形协调条件。

4、用积分法或叠加法求变形，并求出多余未知力。

本例：（1）仅有q作用，B点挠度为：

$$y_{Bq}=-\frac{ql^4}{8EI}$$

仅有 F_{By} 作用，B点挠度为：

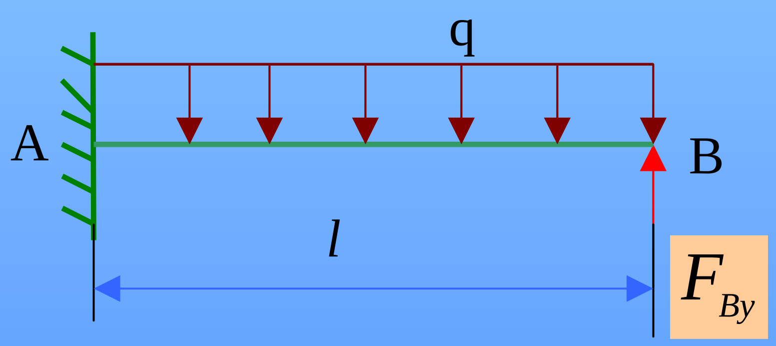
$$y_{BF}=\frac{F_{By}l^3}{3EI}$$

因此

$$y_B=y_{BF}+y_{Bq}=-\frac{ql^4}{8EI}+\frac{F_{By}l^3}{3EI}=0$$

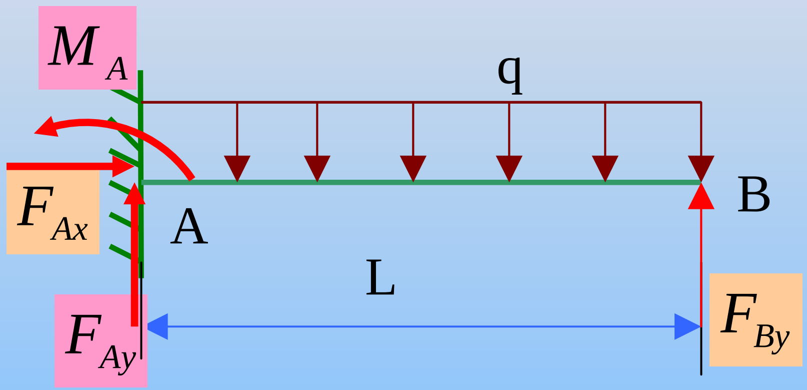
解得：

$$F_{By}=\frac{3}{8}ql(\uparrow)$$



5、根据静力平衡条件在基本静定梁上求出其余的约束反力。

本例： (1)

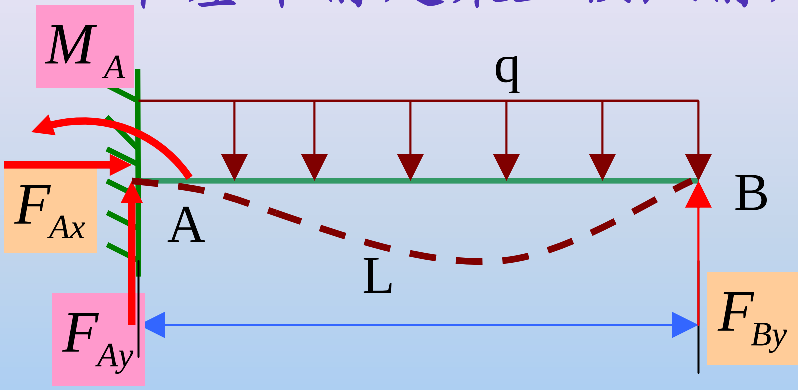


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{Ax} = 0,$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{Ay} = \frac{5}{8} ql (\uparrow),$$

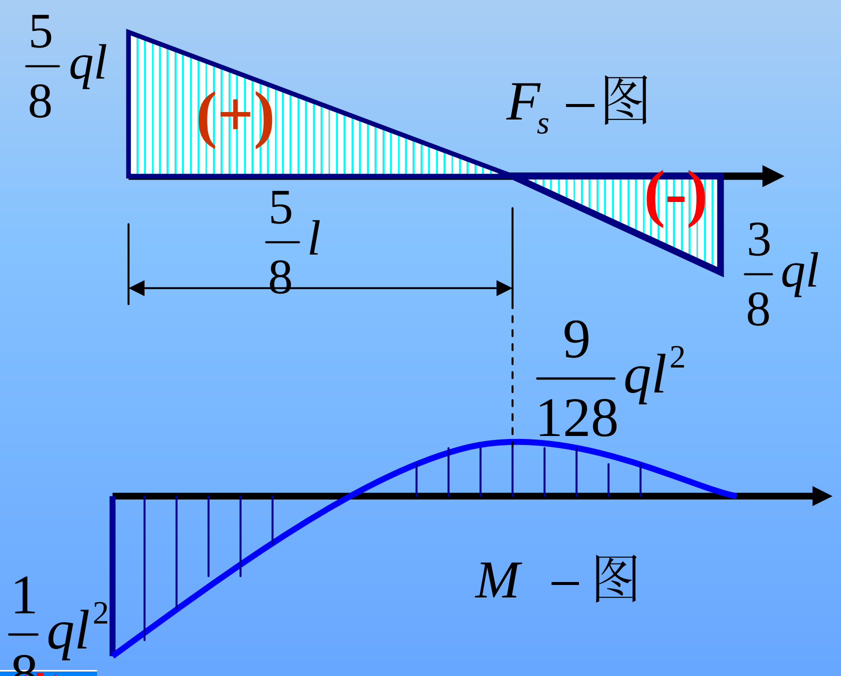
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A = \frac{1}{8} ql^2 \ (\curvearrowleft)$$

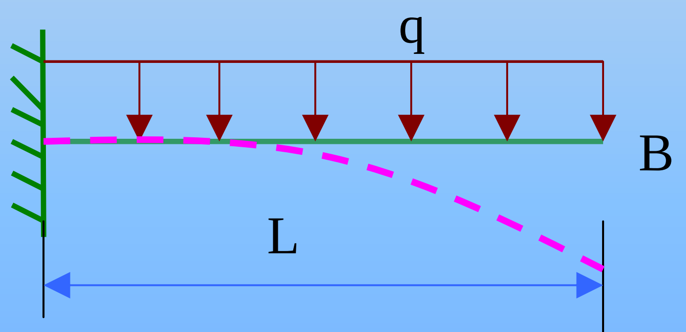
6、在基本静定梁上按照静定梁的方法求解内力、应力和变形。



因此 $F_{Q\max} = \frac{5}{8}ql$

$M_{\max} = \frac{1}{8}ql^2$

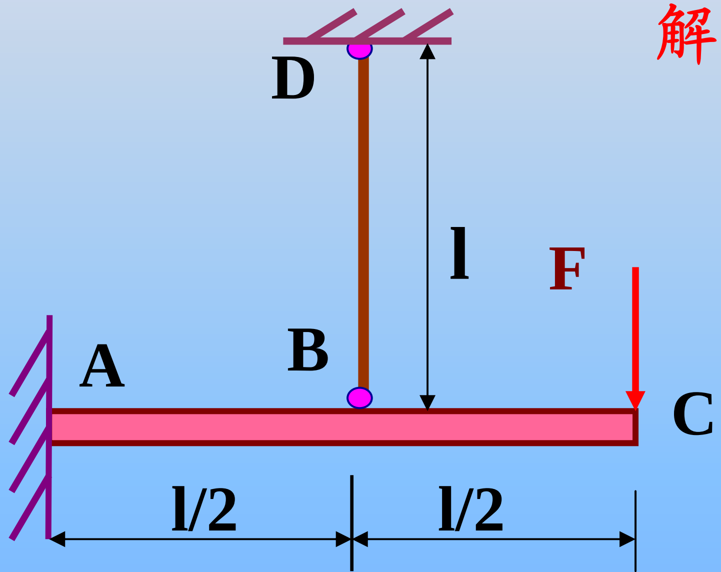


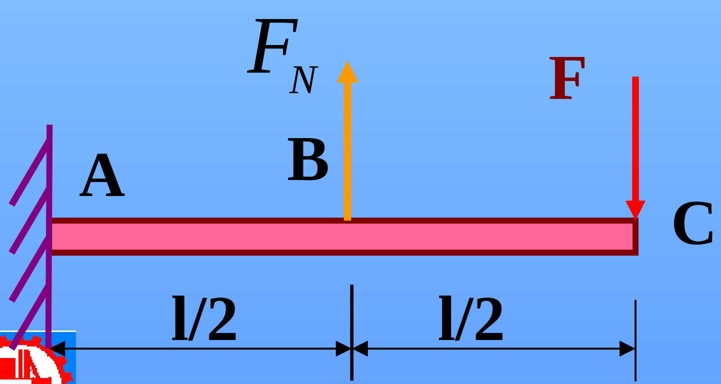


$F_{Q\max} = ql$

$M_{\max} = \frac{1}{2}ql^2$

例6-8 图示静不定梁，等截面梁AC的抗弯刚度EI，拉杆BD的抗拉刚度EA，在F力作用下，试求BD杆的拉力和截面C的挠度。





解:

1、选择基本静定梁。

2、列出变形协调条件。

$$w_B = \Delta l_{BD} \qquad (1)$$

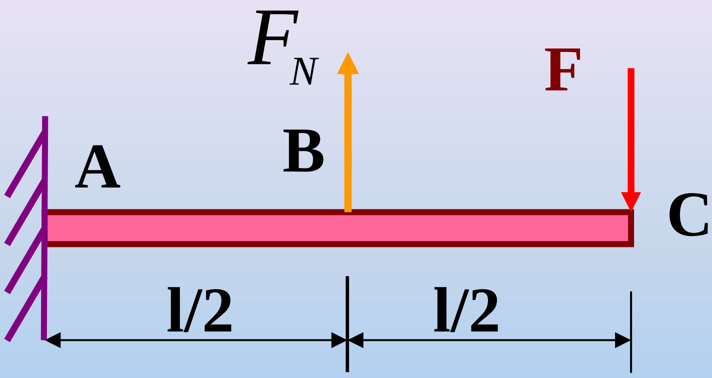
而

$$w_B = w_{BF} - w_{BF_N}$$

$$w_{BF} = \frac{Fx^2}{6EI}(3l - x)\Big|_{x=\frac{l}{2}} = \frac{5Fl^3}{48EI}(\downarrow)$$

$$w_{BF_N} = \frac{F_N(\frac{l}{2})^3}{3EI}(\uparrow)$$

代入（1）：$$\frac{5Fl^3}{48EI}-\frac{F_Nl^3}{24EI}=\frac{F_Nl}{EA}$$



解得:

$$F_N=\frac{5F}{2}\cdot\frac{1}{(1+24\dfrac{I}{Al^2})}$$

3、在基本静定梁上由叠加法求 w_C 。

在F力单独作用下: $$w_{CF}=\frac{Fl^3}{3EI}(\downarrow)$$

在F_N力单独作用下:

$$w_{CF_N}=\frac{F_Nx^2}{6EI}(3l-x)\bigg|_{x=\frac{l}{2}}=\frac{25Fl^3}{96EI}\left(\frac{1}{1+24\dfrac{I}{Al^2}}\right)(\uparrow)$$

解得:

$$w_C = w_{CF} - w_{CF_N}$$

$$= \frac{Fl^3}{3EI}[1 - \frac{25}{32(1+24\frac{I}{Al^2})}]$$

在本例中，在F力作用下，拉杆BD伸长，因而B处下移，B处下移的大小应该等于拉杆的伸长量，即

$$w_B = w_{BF} - w_{BF_N} = \Delta l_{BD}$$

例6-9 图示结构，悬臂梁AB与简支梁DG均用No.18工字钢制成,BC为圆截面钢杆,直径d=20cm, 梁与杆的弹性模量均为E=200GPa，若载荷F=30KN，试计算梁内的最大弯曲正应力与杆内的最大正应力以及横截面C的铅垂位移 。