

基于开放式结构有限元系统 SiPESC. FEMS 平板壳单元研发

张盛, 尹进, 杨东生, 陈飙松*

(大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室 运载工程与力学学部 工程力学系, 大连 116024)

摘要:基于开放式结构有限元系统 SiPESC. FEMS 的单元计算模块的设计模式, 研发设计一种通用的平板壳单元计算框架。考虑板壳单元的组合关系和程序编制过程中的重用性及灵活性等特点, 采用了软件设计中的构造器(Builder)模式实现不同的组合单元。本框架具有很好的通用性和可扩展性, 为有限元程序研发提供了一个新的方式; 同时, 系统能够处理复杂荷载和边界条件, 并可灵活实现不同类型单元的组合分析。本文利用此方法构造五种平板壳单元, 通过数值算例分析对比讨论其性能, 为选取合适的平板壳单元类型进行结构数值分析提供参考。

关键词:开放式; 有限元; SiPESC; 平板壳单元

中图分类号: TB115 **文献标志码:** A

1 引言

平板壳单元是提出最早和应用最广的一种壳单元。早期的平板壳单元每个节点只有 5 个自由度, 而为了避免组合结构模型计算中整体刚度阵的奇异性, 这种平面内转角方向的零刚度问题需要进行特殊处理。最简单和最常用的手段是在每个结点增加虚拟扭弹簧刚度, 但这将导致数值方法的不协调, 可能会降低其收敛性^[1]。由于一些优质的板单元^[2]和优质的膜单元^[3]相继问世, 特别是含有平面内转动自由度的膜单元, 克服了编程和建模方的困难, 使得平板壳单元再度受到重视^[4]。

SiPESC. FEMS^[5]是基于工程数据库和插件技术。采用面向对象方法开发的开放式结构有限元分析系统, 具有有限元分析系统各层次的开放接口和管理机制, 可通过插件技术来实现可扩展功能, 通过工程数据库来实现大规模有限元模型管理和分析求解。此软件的特色是提供一个规范化和可扩展的设计方案, 开发者可以根据自己的需求方便添加自己的计算模块。

本文基于开放式结构有限元系统 SiPESC. FEMS 构造通用的平板壳单元计算模块, 通过指定板单元

与膜单元组合来实现平板壳单元结构分析。这种设计方法充分利用平板壳组合单元和 SiPESC. FEMS 的优点, 方法简单, 可扩展性强, 易于与其他类型单元进行组合分析。本文综合不同板及膜单元构造多种平板壳单元, 通过算例对比讨论这些单元的性能, 为工程实际问题中合适的选取单元提供参考。

2 开放式结构有限元系统平板壳单元的设计方法

2.1 组合方法的程序实现

根据 SiPESC. FEMS 的单元计算模块的设计模式^[6]。首先需定义平板壳单元的数据类, 为重面板和膜单元的程序代码, 通过使用软件设计中构造器(Builder)模式如图 1 所示, 设计两种扩展, 即组合单元单刚构造器 MAssEleStiffBuilder 和计算器 MAssEleStiffCalculator, 其中组合单元单刚构造器 MAssEleStiffBuilder 对象的任务是将指定类型的板和膜单元所需的对象生成, 并把相应的单元节点控制自由度信息一起传递给组合单元单刚计算器 MAssEleStiffCalculator 对象, 此对象完成指定板单元和膜单元的单元刚度阵计算, 并按一定方式组装起来, 从而形成平板壳单元的刚度阵, 其中板和膜单元刚度阵计算的具体流程见文献^[7]。通过此组合单元构造方式可充分利用板和膜单元计算过程, 使得构造平板壳单元更加灵活和简单, 可扩展性及通用性更强。

收稿日期: 2011-12-02; **修改稿收到日期:** 2012-02-05.

基金项目: 国家自然科学基金(10872041, 10872042, 11072050, 51021140004); 国家基础性发展规划(2010CB832704)资助项目.

作者简介: 陈飙松* (1973-), 男, 博士, 研究员
(E-mail: chenbs@dlut.edu.cn).

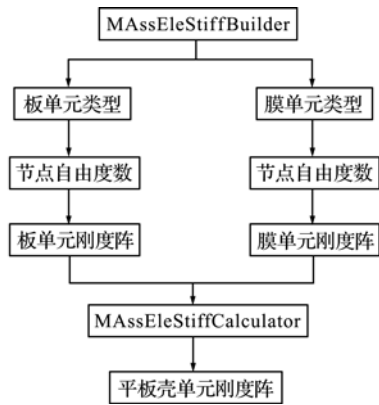


图1 组合单元的计算流程

Fig. 1 Calculation process of combined element

为了解决组合单元刚度阵计算的关键问题,如处理多类型单元组合、多材料本构及不同积分格式等,实现组合方法的程序充分考虑设计的开放性、实用性以及动态扩展性。SiPESC. FEMS 在单元刚度阵计算过程中,抽取通用的部分以及模式,如本构矩阵、应变矩阵、积分点、标准单刚计算过程以及组合单刚计算过程等,以面向对象的编程思想,将其封装成固定的模块,以实现程序的方便灵活等特点。

组合单元刚度阵构造器 MAssEleStiffBuilder 是负责创建组合单元刚度阵的标准计算过程,其接口方法定义如下。

分别设置两种组合单元的类型,如离散克希霍夫三角形板单元(DKT)和三角形旋转膜单元(GT9),程序通过 MEleStiffBuilder 计算指定两种单元的刚度阵并进行组装,其中的两个参数表示需要组合的单元类型(字符型),该方法根据类型可在 SiPESC. FEMS 插件管理系统中查询到相应的单刚计算模块。

```
void setAssembType(const QString&, const QString&).
```

通过数据库初始化组合单元刚度阵构造器,其中第一个参数是计算数据库对象,该方法设定单元刚度计算的数据库,具体的数据由数据库对象提供。

```
bool initialize(MDataModel&, bool).
```

创建组合单元刚度阵计算器,该计算器将由上一级的主控流程用,针对制定的单元完成单元刚度计算任务,对同一类的单元,利用该计算器统一完成计算;利用面向对象设计方法,各类单元的刚度阵计算器有统一的基类,主控流程只负责对基类对象管理和调用,因此可以针对多单元情况完成统一管理,主控流程可方便实现功能的动态扩展。

MEExtension build()。

该构造器是专门针对组合单元而设计,具体操作中可以通过查询当前系统中可利用的两种单元,通过调用该构造器并设置好响应参数即可实现;该构造器可实现膜与板组合、多场单元组合,具有很好的灵活性和扩展性。

通过这样模块封装的过程,使程序更加灵活并具有动态扩展性,以及组合单元的构造更加简单方便,例如,本文构造的五种平板壳。不仅如此,还可以构造不同单元应变阵的含剪切变形平板壳单元,不同材料的各向同性、各向异性本构矩阵单元以及不同插值方式不同积分格式的单元等。

2.2 五种平板壳单元的构造方法

近 30 年中大量优质的板和膜单元相继问世。本文采用组合的方法,将离散克希霍夫三角形板单元^[7](DKT),非协调三角形板单元^[8],陈万吉等^[9]提出的精化离散克希霍夫三角形板单元(RDKT),Soh 等^[10]提出的改进离散克希霍夫三角形板单元(IMDKT)和须寅等^[11]提出的三角形旋转膜单元(GT9),常应变三角形膜单元(CST)组装起来,形成五种平板壳单元,分别是 DKT-CST、DKT-GT9、RDKT-GT9、IMDKT-GT9 和非协调板-GT9。其中 DKT-CST 单元每个节点有 5 个自由度,对总刚度阵主对角元进行添加小量处理来避免奇异。DKT、RDKT、IMDKT、GT9 和非协调板单元刚度阵采用三点高斯积分,而 CST 采用一点高斯积分就可做到精确积分。

以含有平面内转动自由度的膜单元与板单元组合为例,其平板壳单元刚度阵的组装过程如下。

膜单元刚度阵:

$$P_m = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_6 \end{bmatrix} = K_m a_m = \begin{bmatrix} K_{m11} & K_{m12} & K_{m13} \\ K_{m21} & K_{m22} & K_{m23} \\ K_{m31} & K_{m32} & K_{m33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ \theta_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

板单元刚度阵:

$$P_b = \begin{bmatrix} P_3 \\ P_4 \\ P_5 \end{bmatrix} = K_b a_b = \begin{bmatrix} K_{b11} & K_{b12} & K_{b13} \\ K_{b21} & K_{b22} & K_{b23} \\ K_{b31} & K_{b32} & K_{b33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau\omega \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} \quad (2)$$

平板壳单元刚度阵:

$$P = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} = K_a = \begin{bmatrix} K_{m11} & K_{m12} & 0 & 0 & 0 & K_{m13} \\ K_{m21} & K_{m22} & 0 & 0 & 0 & K_{m23} \\ 0 & 0 & K_{b11} & K_{b12} & K_{b13} & 0 \\ 0 & 0 & K_{b21} & K_{b22} & K_{b23} & 0 \\ 0 & 0 & K_{b31} & K_{b32} & K_{b33} & 0 \\ K_{m31} & K_{m32} & 0 & 0 & 0 & K_{m33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ \tau\omega \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{bmatrix} \quad (3)$$

表 1 横向受压圆柱壳加载点最大位移(mm)

Tab. 1 Maximum displacement of load point for lateral compression cylindrical shell(mm)

单元数	ANSYS	Nastran	DKT-CST	DKT-GT9	RDKT-GT9	IMDKT-GT9	非协调板-GT9	Nastran 细网格
48	1.6031	1.52253	1.61185	1.57126	1.55000	1.54194	1.55129	
120	1.6372	1.61070	1.63826	1.61648	1.61180	1.60869	1.60959	
704	1.6419	1.63751	1.64194	1.64180	1.64073	1.64009	1.68972	1.64777
1260	1.6427	1.63990	1.64268	1.64484	1.64415	1.64374	1.68632	
4960	1.6446	1.64318	1.64462	1.64686	1.64651	1.64629	1.69401	

注:参考解 Nastran 细网格模型参数:点数为 28140,单元数为 55440,自由度数为 168840。

表 2 单元数为 4960 模型最大 Mises 应力比较

Tab. 2 Maximum Mises stress comparison of the model which has 4960 elements

	ANSYS	Nastran	DKT-GT9	RDKT-GT9	IMDKT-GT9
最大 Mises 应力 /MPa	2.8861	2.09588	2.92132	2.82089	2.86303
偏差 /%		27.38	1.22	2.26	0.80

注:偏差是以 ANSYS 结果作为参考解进行比较。

表 3 梁壳组合结构前 10 阶频率比较(Hz)

Tab. 3 The ten order frequency comparison of beam-shell combined structure(Hz)

阶数	ANSYS	Nastran	DKT-CST	DKT-GT9	RDKT-GT9	IMDKT-GT9	非协调板-GT9
1	6.7213	6.7208	6.9166	6.9175	6.9177	6.9178	6.9173
2	7.0082	7.0079	7.1779	7.1811	7.1812	7.1812	7.1807
3	9.7003	9.6993	9.9967	10.004	10.005	10.005	10.004
4	20.091	20.087	20.453	20.577	20.579	20.579	20.576
5	22.463	22.460	22.973	23.032	23.033	23.034	23.031
6	23.229	23.200	23.792	23.836	23.856	23.859	23.833
7	27.484	27.378	27.921	28.036	28.097	28.107	28.017
8	28.527	28.397	28.976	29.082	29.147	29.159	29.048
9	29.561	29.321	30.043	30.055	30.211	30.236	30.033
10	30.191	30.016	30.609	30.779	30.865	30.881	30.721

该壳单元刚度阵列式表明,膜与板单元刚度阵的组合中只需处理自由度对号,为软件实现上提供了方便。具体在 SIPESC.FEM 平台上实现的基本思路是利用开放式的管理机制来实现单元组装及动态扩展。首先分别开发膜单元、板单元的刚度计算模块,然后在壳单元计算模块中调用已有的膜和板刚度计算模块,完成刚度阵计算;进一步,若膜或板单元刚度模块进行更新/升级,可通过组合更新/升级壳单元刚度计算模块,或者重新构建新的壳单元。

3 数值算例

3.1 圆柱壳横向受压分析

如图 2 所示,半径 R 为 2 m,轴向长度 L 为 2 m 的圆柱壳,中间环向约束 z 方向刚体位移,径向约束相应 x, y 方向刚体位移,圆柱壳上下表面施加相对于 y 方向集中压力载荷各 100 N,弹性模量为 200 GPa,板厚为 0.01 m,泊松比为 0.3。考查不同网格密度下几种单元的计算结果,位移计算结果见表 1,应力计算结果见表 2。

由表 1 可知,ANSYS 与 DKT-CST 的位移计算结果相似,而与 DKT-GT9 相比,后者收敛速度更快和更稳定。但前者在单元数不多的情况下,精度相对较高;DKT-GT9、RDKT-GT9 与 IMDKT-GT9 的位移计算结果类似,RDKT-GT9 与 IMDKT-GT9 性能稍偏刚,Nastran 的位移计算结果没有上述单元好,结果偏刚;非协调板-GT9 的位移计算结果并不收敛于参考解,结果很不稳定。

由表 2 可知,与 GT9 膜单元组合得到的三种壳单元与 ANSYS 的 Mises 应力结果比较接近,而与 Nastran 结果差别较大。

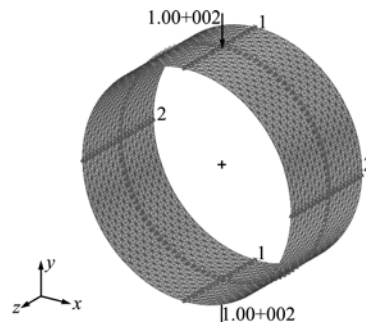


图 2 横向受压圆柱壳模型

Fig. 2 Lateral compression cylindrical shell model

表4 环向加筋圆柱壳结果数据对比

Tab. 4 Results comparison of lateral compression cylindrical shell with circumferential reinforcement

	Nastran	DKT-CST	DKT-GT9	RDKT-GT9	IMDKT-GT9	非协调板-GT9
x 方向位移/mm	2.3714	2.3716	2.3758	2.3757	2.3757	2.3757
偏差/%		0.01	0.19	0.18	0.18	0.18

注:偏差是以 Nastran 模型结果作为参考解进行比较。

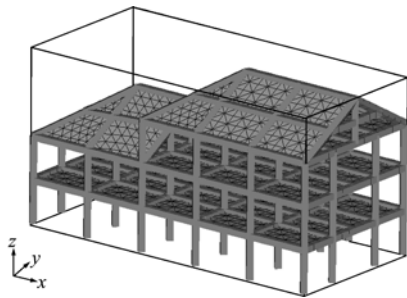


图3 梁壳组合结构模型
Fig. 3 Beam-shell combined structure model

3.2 梁壳组合结构自振分析

考察梁壳组合建筑结构,如图3所示,底部端点固支,梁材料参数:弹性模量为 200 GPa,泊松比为 0.3,密度为 7800 kg/m³;壳材料参数:弹性模量为 2 GPa,泊松比为 0.3,密度为 3900 kg/m³,厚度为 0.2,梁截面矩形为 0.3 m × 0.3 m,模型共有 2041 个节点,1250 个梁单元,3530 个壳单元,12246 个自由度。全部采用集中质量阵,前 10 阶频率计算结果见表 3。

由表 3 可知,ANSYS 与 Nastran 的结果相似,由于各种单元采用的质量阵形式相同,各阶频率主要受刚度阵的影响,可以说明 ANSYS 与 Nastran 的刚度阵偏柔,DKT-CST,非协调板-GT9,DKT-GT9 次之,RDKT-GT9,IMDKT-GT9 则偏刚。

3.3 环向加筋圆柱壳横向受压分析

如图 4 所示,半径 R 为 3 m,轴向长度 L 为 12 m 的环向加筋圆柱壳,圆柱底边固支,圆柱顶端的节点施加多点约束方程,各个节点的所有位移都与圆柱轴线顶点的位移相同。在圆柱轴线顶点施加横向为 1 N 的集中力,环向加 7 条筋,考虑到筋条的偏心,设置偏移量将梁单元移到壳单元外表面上,壳单元与梁单元材料参数相同,弹性模量为 210 GPa,壳厚为 0.01 m,梁截面为矩形 0.05 m × 0.05 m,泊松比为 0.3,模型共有 951 个节点,2090 个单元,5706 个自由度,位移计算结果见表 4。

由表 4 可知,6 自由度的非协调板-GT9,DKT-GT9,RDKT-GT9 和 IMDKT-GT9 平板壳单元容易与其他单元进行组合分析,例如,梁单元。DKT-CST

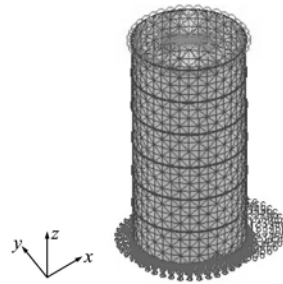


图4 环向加筋圆柱壳横向受压模型
Fig. 4 Lateral compression cylindrical shell with circumferential reinforcement model

和 Nastran 的结果相似,结果偏刚,非协调板-GT9,DKT-GT9,RDKT-GT9 和 IMDKT-GT9 性能偏柔。

4 结 论

目前,开放式结构有限元系统 SiPESC. FEMS 实现杆、梁、膜、板、壳及实体等二十几种单元及其组合单元的静动力分析功能,可以处理多种复杂约束关系,并具有大规模问题计算能力。本文基于此系统的单元计算模块的设计方法,使用软件设计构造器(Builder)模式和组合方法,实现通用性好,集成性高及可扩展性强的统一平板壳单元计算框架。此框架充分利用可重用代码来完成平板壳单元分析任务,构造简单,实用性强,并可利用不同的优质板、膜单元精度高及收敛速度快等优点,构造新的不同类型平板壳单元。

利用几种性能好的板和膜单元,构造五种平板壳单元,分别为 DKT-CST,DKT-GT9,RDKT-GT9,IMDKT-GT9 和非协调板-GT9。其中,后四种单元均为含有平面内转动自由度的 6 自由度平板壳单元,可有效避免总刚度阵奇异,并较容易与其他单元进行组合分析。

从数值算例结果可以看出,不同类型单元性能的差别。总体来说,含有旋转膜的 6 自由度的单元要好于 5 自由度单元,Nastran 的计算结果一般偏刚,ANSYS 的计算结果一般偏柔,DKT-GT9,RDKT-GT9 和 IMDKT-GT9 单元计算结果最为稳定,DKT-GT9 与 RDKT-GT9 和 IMDKT-GT9 相比,性能偏柔。

参考文献(References):

- [1] Yang H T Y, Saigal S, Masud A, et al. A survey of recent shell finite elements[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2000, **47**(1-3):101-127.
- [2] 唐立民,刘迎曦,刘燕景.九参数拟协调离散 Kirchhoff 薄板单元[J].大连理工大学学报,1990,**30**(3):263-268. (TANG Li-min, LIU Ying-xi, LIU Yan-jing, 9-parameter quasi-conforming discrete kirchhoff thin plate bending element[J]. *Journal of Dalian University of Technology*, 1990, **30**(3):263-268. (in Chinese))
- [3] 张洪武,吴敬凯,刘 辉,等.广义平面矩形与空间矩形块体单元[J].计算力学学报,2010,**27**(3):391-396. (ZHANG Hong-wu, WU Jing-kai, LIU Hui, et al. Generalized plane and space rectangular elements [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2010, **27**(3):391-396. (in Chinese))
- [4] Cook R D. Four-node "flat" shell element: drilling degrees of freedom, membrane-bending coupling, warped geometry, and behavior[J]. *Computers and Structures*, 1994, **50**(4):549-555.
- [5] 张洪武,陈飙松,李云鹏,等.面向集成化 CAE 软件开发的 SiPESC 研发工作进展[J].计算机辅助工程,2011,**20**(2):39-49. (ZHANG Hong-wu, CHEN Biao-song, LI Yun-peng, et al. Advancement of design and implementation of SiPESC for development of integrated CAE software systems[J]. *Computer Aided Engineering*, 2011, **20**(2):39-49. (in Chinese))
- [6] 张 盛,杨东生,尹 进,等. SiPESC. FEMS 的单元计算模块设计模式[J].计算机辅助工程,2011,**20**(3):46-52. (ZHANG Sheng, YANG Dong-sheng, YIN Jin, et al. Design pattern of element computation module of SiPESC. FEMS[J]. *Computer Aided Engineering*, 2011, **20**(3):46-52. (in Chinese))
- [7] Batoz J L, Bathe K J, Ho L W. A study of three node triangular plate bending elements[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1980, **15**(12):1771-1812.
- [8] 王勖成.有限单元法[M].北京:清华大学出版社,2003,343-347. (WANG Xu-cheng. *Finite Element Method* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003, 343-347. (in Chinese))
- [9] Chen W J, Cheung Y K. Refined triangular discrete Kirchhoff plate element for thin plate bending, vibration and buckling analysis[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1998, **41**(8):1507-1525.
- [10] Soh A K, Ling C. An improved discrete Kirchhoff triangular element for bending, vibration and buckling analyses[J]. *European Journal of Mechanics A-Solids*, 2000, **19**(5):891-910.
- [11] 须 寅,龙馥球.采用广义协调条件构造具有旋转自由度的三角形膜元[J].工程力学,1993,**10**(2):31-39. (XU Yin, LONG Yu-qiu. Conforming triangular membrane element with vertex rotational freedom from generalized compatible condition[J]. *Engineering Mechanics*, 1993, **10**(2):31-39. (in Chinese))

Study of flat shell element based on open finite element system

ZHANG Sheng, YIN Jin, YANG Dong-sheng, CHEN Biao-song*

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Department of Engineering Mechanics, Faculty of Vehicle Engineering and Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: Based on the design pattern of element computational module for open finite element system SiPESC. FEMS, a general computational framework of flat shell element is constructed in this paper. Considering a combination relationship of plate and shell element, as well as reusability and flexibility of programming, a pattern of builder in the software design is used to achieve different combinations for various elements. This framework which has good versatility and scalability provides a new way for developing finite element program. The finite element system can handle complex loads, boundary conditions, and implement structural analysis including different kinds of elements flexibly. The results of numerical examples are discussed and compared to the performance for the five kinds of flat shell elements constructed by using the method in this paper. It is aimed to provide reference for the structural analysis to select appropriate flat shell elements.

Key words: open; finite element; SiPESC; flat shell element