

# TEC 结构的三维非线性瞬态温度场分析

高薪蕙<sup>\*1</sup>, 邓忠民<sup>1</sup>, 王静涛<sup>2</sup>

(1. 北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191; 2. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191)

**摘要:**热电制冷器(TEC)以其体积小、作用速度快及无噪音等机械制冷无法替代的优点在航空航天和电子工业等领域得到了越来越广泛的应用。本文根据 TEC 的导热特点, 推导了 TEC 结构稳态温度场的解析解, 建立了其瞬态非线性温度场分析的微分方程。利用伽辽金法导出 TEC 结构热分析的有限元方程, 对非线性热分析的有限元方程进行了求解, 得到了 TEC 的稳态温度场和瞬态响应温度场。算例结果表明, 本文提出的 TEC 结构热分析有限元模型具有较高的精度, 能够有效地分析 TEC 的非线性瞬态温度场。

**关键词:**热电制冷器; 帕尔贴效应; 非线性温度场; 有限单元法  
**中图分类号:** TB611; O242.21 **文献标志码:** A

## 1 引言

近年来, 热电制冷器 TEC (Thermoelectric Cooler) 在航空航天、电子设备冷却、空间实验技术以及生物工程等领域获得实际应用, 并且迅速发展<sup>[1,2]</sup>。热电制冷是一种以帕尔贴效应为基础, 以电能作动力, 能够实现热能能量转换的制冷方法。热电制冷器是应用热电制冷技术制成的半导体器件, 具有体积小、作用速度快、可靠性高、寿命长、无噪声、无需维护以及可模块化设计等特点, 在航天器结构中热电制冷器有着取代机械制冷、构造轻量化多功能结构的趋势, 适合航天器结构设计中的智能温控和结构一体化设计, 可以大大减小航天器结构的质量和体积<sup>[3-5]</sup>。

目前, 国内外对 TEC 的研究工作主要集中在三个方面: (1) 半导体制冷材料的研究, 主要是研究材料的热电参数随温度的变化并寻找热电性能较好的新型半导体材料以提高热电效应的效率<sup>[6,7]</sup>; (2) 热电制冷器小型化、微型化及轻量化的研究, 可以使其更加适合在航空航天领域应用<sup>[5]</sup>; (3) 结构功能一体化实现智能温控的研究<sup>[3]</sup>。随着 TEC 结构在工业各个领域中得到越来越广泛的应用, 其温度场分析愈发突显出来。TEC 结构的

热分析过程涉及多物理场, 其瞬态温度变化受到电场与温度场的共同作用, 导致产生非线性热源, 这些都对 TEC 结构的热分析和设计带来新的挑战。而涉及到 TEC 的温度响应以及制冷效率分析时, 学者多以实验和稳态分析为主<sup>[8-10]</sup>, 而针对 TEC 瞬态温度场进行分析的文章还比较少。

本文根据 TEC 的传热特点, 将热源中的电场和热场影响解耦, 提出了一种简化模型, 并从 TEC 的三维瞬态热传导微分方程出发, 建立 TEC 稳态温度场以及瞬态温度场的有限元模型。在此基础上, 通过数值方法求解了 TEC 的非线性微分方程, 且分析了 TEC 的稳态温度场和瞬态温度场。数值结果表明, 本文提出的方法能有效地分析 TEC 的温度场。

## 2 TEC 稳态温度场的解析解

图 1 为 TEC 的基本制冷单元, N 型半导体和 P 型半导体通过金属导体串联起来就构成了一个基本热电偶。如图 1 所示, 通入直流电后, 上端电流从 N 极流向金属导体, 再由金属导体流入 P 极, 在下端则相反。由于热电偶的帕尔贴效应, 上端因吸热而成为冷端, 下端因放热而成为热端, 这就是 TEC 的工作原理。把若干对半导体热电偶在电路上串联起来, 就构成了常见的制冷热电堆。根据半导体制冷理论, TEC 冷端吸收的热量  $Q_c$  以及热端

收稿日期: 2009-12-08; 修改稿收到日期: 2010-09-16.  
基金项目: 国家自然科学基金(10972019)资助项目.  
作者简介: 高薪蕙\* (1984-), 女, 硕士  
(E-mail: shuihaier126@126.com);  
邓忠民(1968-), 男, 博士, 教授;  
王静涛(1983-), 男, 硕士.

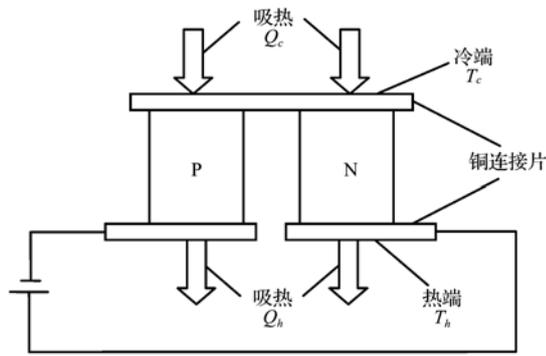


图1 热电制冷器基本单元

Fig.1 Thermoelectric cooling unit

放出的热量  $Q_h$  的计算公式如下<sup>[11]</sup>:

$$Q_c = \alpha I T_c - \frac{1}{2} I^2 R - K \Delta T \quad (1)$$

$$Q_h = \alpha I T_h + \frac{1}{2} I^2 R - K \Delta T \quad (2)$$

式(1,2)中等号右边的第一项为帕尔贴效应产生的帕尔贴热,第二项为焦耳效应的生热量,第三项为傅里叶效应产生的导热量。其中  $\alpha$  为温差电动势,  $I$  为通过 TEC 电偶臂的电流强度,  $T_c$  和  $T_h$  分别为冷端和热端的温度,  $R$  为电偶臂的总电阻,  $K$  为电偶臂的总热导,  $\Delta T$  为电偶臂热端温度与冷端温度之差。

式(1,2)中的温差电动势  $\alpha$ , 电偶臂总电阻  $R$ , 电偶臂总热导  $K$  的表达式如下:

$$\alpha = n(|\alpha_n| + |\alpha_p|) \quad (3)$$

$$R = n\left(\frac{l_n}{\sigma_n S_n} + \frac{l_p}{\sigma_p S_p}\right) \quad (4)$$

$$K = n\left(\frac{k_n S_n}{l_n} + \frac{k_p S_p}{l_p}\right) \quad (5)$$

式(3~5)中  $n$  为 TEC 中热电堆基本电偶的对数,  $\alpha_n$  和  $\alpha_p$  分别为 N 型和 P 型电偶臂的温差电动势,  $l_n$ 、 $l_p$ 、 $\sigma_n$ 、 $\sigma_p$ 、 $S_n$ 、 $S_p$ 、 $k_n$  和  $k_p$  分别为 N 和 P 型半导体的长度、电导率、截面积和热导率。

在对流边界条件下, TEC 冷端吸热量、热端放热量与冷端、热端的对流换热系数与传热面积有关。根据能量守恒原理, TEC 在两端对流边界条件下的导热方程为

$$Q_c = h_c S_c (T_{NC} - T_c) = \alpha I T_c - \frac{1}{2} I^2 R - K \Delta T \quad (6)$$

$$Q_h = h_h S_h (T_h - T_{NH}) = \alpha I T_h + \frac{1}{2} I^2 R - K \Delta T \quad (7)$$

式中  $h_c$  和  $h_h$  分别为冷端、热端的对流换热系数,  $T_{NC}$  和  $T_{NH}$  分别为冷端、热端的环境温度,  $S_c$  和  $S_h$

分别为冷端、热端的对流换热面积。

将式(6,7)写成矩阵的形式,可得

$$\begin{bmatrix} K & -h_c S_c - \alpha I - K \\ h_h S_h - \alpha I + K & -K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_h \\ T_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha_c S_c T_{NC} - \frac{1}{2} I^2 R \\ \alpha_h S_h T_{NH} + \frac{1}{2} I^2 R \end{bmatrix} \quad (8)$$

求解式(8)可以得到 TEC 冷端和热端的稳态温度解析解。

### 3 TEC 结构热分析的有限元模型

由式(1,2)可知,帕尔贴热与 TEC 冷端和热端的温度相关,因此 TEC 结构的温度场属于非线性温度场。以上分析根据 TEC 的生热和吸热特点从能量守恒出发推导了稳定后 TEC 冷端和热端温度的解析解。而对于 TEC 的瞬态温度场却很难得到其解析解。文献[12]中采用差分法对 TEC 的一维瞬态热传导问题进行了分析。本文从热电偶的瞬态导热微分方程出发,通过加权余量法得到了 TEC 结构非线性瞬态温度场的有限元方程;并通过非线性数值解法求解 TEC 结构的三维稳态和瞬态有限元方程,得到其三维温度场的数值解。

#### 3.1 TEC 结构热分析控制方程的建立

假设热电偶材料各向同性,材料参数不随温度的变化而变化, TEC 结构的瞬态温度场的导热微分方程为

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - k \nabla^2 T - f_q = 0 \quad (9)$$

式中  $t$  为时间,  $\rho$  为电偶臂的密度,  $c$  为电偶臂的比热,  $k$  为电偶臂的导热率,  $f_q = I^2 R$  为 TEC 中的焦耳热所产生的单位体积的生热率,其中  $I$  为电流强度,  $R$  为电偶臂的总电阻。

通过对 TEC 的工作原理进行分析可知,其边界条件主要有随温度变化的帕尔贴热边界条件以及与外界的对流换热边界条件。

将 TEC 中帕尔贴效应产生的帕尔贴热作为第二类边界条件作用于 TEC 电偶臂的冷端和热端:

$$k \frac{\partial T}{\partial n} = q(T) \quad (10)$$

式中  $q(T)$  为由于帕尔贴效应所产生的单位面积上的生热率 ( $W/m^2$ ), 对于热端  $q(T) = \alpha I T_h$ , 对于

冷端  $q(T) = \alpha IT_c$ , 其中  $\alpha$  为温差电动势 (V/K),  $I$  为电流强度 (A),  $T_h$  和  $T_c$  分别为热端和冷端的温度 (K); 另外 TEC 电偶臂冷热端表面为对流散热, 因此电偶臂两端还包含第三类边界条件:

$$k \frac{\partial T}{\partial n} = -h(T - T_a) \quad (11)$$

式中  $h$  为对流换热系数 ( $W/(m^2 \cdot K)$ ),  $T_a$  为对流边界条件下环境的温度。

构造  $T$  的近似函数  $\tilde{T}$  ( $\tilde{T}$  满足第一类边界条件), 将  $\tilde{T}$  代入 TEC 的瞬态温度场的导热微分方程 (9) 和边界条件式 (10, 11), 由于  $\tilde{T}$  的近似性, 将产生余量:

$$R_V = \rho c \frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} - k \nabla^2 \tilde{T} - f_q \quad (12)$$

$$R_{S_2} = k \frac{\partial \tilde{T}}{\partial n} - q(\tilde{T}) \quad (13)$$

$$R_{S_3} = k \frac{\partial \tilde{T}}{\partial n} + h(\tilde{T} - T_a) \quad (14)$$

利用加权余量法建立 TEC 的瞬态温度场的导热微分方程的弱形式为

$$\int_V R_V \omega_1 dV + \int_{S_2} R_{S_2} \omega_2 dS + \int_{S_3} R_{S_3} \omega_3 dS = 0 \quad (15)$$

将式 (12~14) 代入式 (15), 并利用 Gauss-Green 公式进行降阶得

$$\begin{aligned} & \int_V \rho c \frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} \omega_1 dV + \int_V (k \nabla \omega_1 \cdot \nabla \tilde{T} - f_q \omega_1) dV - \\ & \oint_S k \omega_1 \frac{\partial \tilde{T}}{\partial n} dS + \int_{S_2} \left[ k \frac{\partial \tilde{T}}{\partial n} - q(\tilde{T}) \right] \omega_2 dS + \\ & \int_{S_3} \left[ k \frac{\partial \tilde{T}}{\partial n} + h(\tilde{T} - T_a) \right] \omega_3 dS = 0 \quad (16) \end{aligned}$$

选择 8 结点四面体单元作为基本单元, 通过结点温度对单元的温度场  $\tilde{T}$  进行插值得

$$\tilde{T} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{T}_e \quad (17)$$

式中  $\mathbf{N}$  为单元温度场的插值形函数矩阵,  $\mathbf{T}_e$  为单元的结点温度向量。

$$\mathbf{T}_e = [T_1 \ T_2 \ T_3 \ T_4 \ T_5 \ T_6 \ T_7 \ T_8]^T$$

$$\mathbf{N} = [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4 \ N_5 \ N_6 \ N_7 \ N_8]^T$$

式中  $T_i$  为结点  $i$  的结点温度,  $N_i$  为结点  $i$  的形函数。

$$N_i = \frac{1}{8} (1 - \xi_i \xi) (1 - \eta_i \eta) (1 - \zeta_i \zeta) \quad (18)$$

式中  $\xi, \eta$  和  $\zeta$  分别为单元坐标, 对应域  $i=1, 2, 3, \dots, 8$

$$\xi_i = 1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, -1$$

$$\eta_i = -1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, -1$$

$$\zeta_i = -1, -1, -1, -1, 1, 1, 1, 1$$

根据伽辽金法选择单元的形函数为积分的权函数为

$$\omega_1 = N_j, \quad j = 1, 2, 3, \dots, 8 \quad (19)$$

在边界上不失一般性的选择, 有

$$\omega_2 = \omega_3 = \omega_1 = N_j, \quad j = 1, 2, 3, \dots, 8 \quad (20)$$

将式 (17, 19, 20) 代入式 (16) 可得

$$\begin{aligned} & \sum \int_V \rho c \frac{\partial T_c}{\partial t} \mathbf{N} N_j dV + \sum \int_V (k \nabla N_j \cdot \nabla \mathbf{N} \cdot \mathbf{T}_e - \\ & f_q N_j) dV - \sum \int_{S_2} N_j q(\mathbf{T}_e) dS + \\ & \sum \int_{S_3} h(\mathbf{N} \cdot \mathbf{T}_e - T_a) N_j dS = 0 \quad (21) \end{aligned}$$

并令

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2, \quad \mathbf{K}_1 = \sum \int_V k ((\nabla \mathbf{N})^T \cdot \nabla \mathbf{N}) dV \quad (22, 23)$$

$$\mathbf{K}_2 = \sum \int_{S_3} h \mathbf{N}^T \mathbf{N} dS, \quad \mathbf{C} = \sum \int_V \rho c \mathbf{N}^T \mathbf{N} dV \quad (24, 25)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{P}}(\mathbf{T}) = & \sum \int_V f_q \mathbf{N}^T dV + \sum \int_{S_2} q(\mathbf{T}_e) \mathbf{N}^T dS + \\ & \sum \int_{S_3} h T_a \mathbf{N}^T dS = \bar{\mathbf{P}}_V + \bar{\mathbf{P}}_2(\mathbf{T}) + \bar{\mathbf{P}}_3 \quad (26) \end{aligned}$$

式中  $\mathbf{T}$  为整体温度场向量,  $\mathbf{K}_1$  为热传导矩阵,  $\mathbf{K}_2$  为对流边界条件对热传导矩阵的修正,  $\mathbf{C}$  为热容矩阵,  $\bar{\mathbf{P}}(\mathbf{T})$  是温度载荷列阵,  $\bar{\mathbf{P}}_V$  为焦耳热生热载荷向量,  $\bar{\mathbf{P}}_2(\mathbf{T})$  为帕尔贴热流向量,  $\bar{\mathbf{P}}_3$  为表面对流换热向量。

根据式 (22~26) 和式 (21) 可以简写为

$$\mathbf{C}\dot{\mathbf{T}} + \mathbf{K}\mathbf{T} - \bar{\mathbf{P}}(\mathbf{T}) = 0 \quad (27)$$

式 (27) 为 TEC 热分析控制方程。

### 3.2 TEC 稳态温度场的有限元分析

#### 3.2.1 稳态温度场控制方程的建立

对于稳态温度场, 方程 (27) 中  $\dot{\mathbf{T}} = 0$ , 则方程 (27) 可简化为

$$\mathbf{K}\mathbf{T} = \bar{\mathbf{P}}(\mathbf{T}) \quad (28)$$

由于载荷向量  $\bar{\mathbf{P}}(\mathbf{T})$  为温度场  $\mathbf{T}$  的函数, 因此方程 (28) 为非线性方程, 求解非线性方程 (28) 可以得到 TEC 结构的稳态温度场。

#### 3.2.2 非线性方程的数值求解

对于方程 (28), 将温度场  $\mathbf{T}$  分解为两部分之和, 即  $\mathbf{T} = \mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2$ , 并令

$$\mathbf{K}\mathbf{T}_1 = \bar{\mathbf{P}}_V + \bar{\mathbf{P}}_3 \quad (29)$$

$\mathbf{T}_2$  满足方程为

$$\mathbf{K}\mathbf{T}_2 = \bar{\mathbf{P}}_2(\mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2) \quad (30)$$

方程 (28) 就分解为线性部分式 (29) 和非线性部分

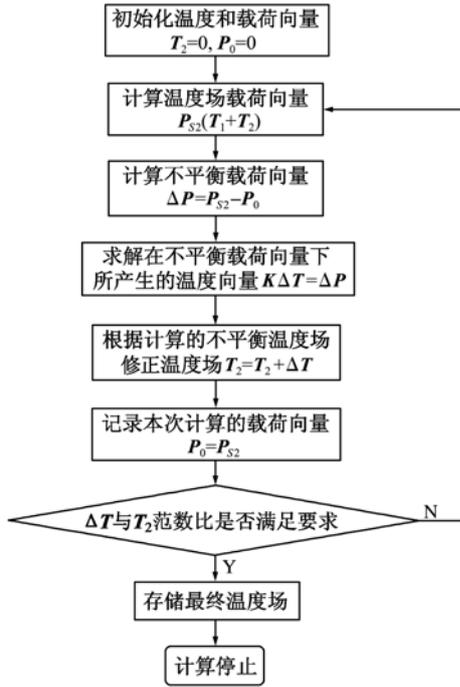


图2 求解非线性方程的流程图  
Fig. 2 Flowchart of equation solution algorithm

式(30)。方程(29)为线性方程,可以直接利用LU分解法求解;而方程(30)为非线性方程,需要采用牛顿拉普森迭代法求解。求解方程(30)的基本步骤如图2所示。

首先,设 $\mathbf{T}_2$ 和 $\bar{\mathbf{P}}_{S_2}$ 的初始值为 $\mathbf{T}_2=0, \mathbf{P}_0=0$ 。根据式(26)可以求得温度载荷向量 $\bar{\mathbf{P}}_{S_2}$ ,并计算不平衡载荷向量 $\Delta\mathbf{P}=\bar{\mathbf{P}}_{S_2}-\mathbf{P}_0$ ;第二步根据公式 $\mathbf{K}\Delta\mathbf{T}=\Delta\mathbf{P}$ 求得一个不平衡载荷 $\Delta\mathbf{P}$ 产生的温度向量 $\Delta\mathbf{T}$ ,并根据 $\Delta\mathbf{T}$ 修正 $\mathbf{T}_2$ 向量,同时将 $\mathbf{P}_0$ 替换为当前的 $\bar{\mathbf{P}}_{S_2}$ 。最后判断 $\Delta\mathbf{T}$ 与 $\mathbf{T}_2$ 的范数比是否满足要求。如果不满足则继续迭代,否则停止计算, $\mathbf{T}_2$ 即为计算结果。

### 3.3 TEC瞬态温度场的有限元分析

方程(27)属于非线性常微分方程,本文首先在时间上进行离散,将方程(27)离散为非线性方程组,然后通过迭代法求解离散后的非线性方程组。

假设在时刻 $t_i$ 的温度状态 $\mathbf{T}$ 和时刻 $t_{i+1}$ 的温度状态 $\mathbf{T}_{i+1}$ 满足关系式

$$\mathbf{T}_{i+1} = \mathbf{T}_i + [(1-\beta)\dot{\mathbf{T}}_i + \beta\dot{\mathbf{T}}_{i+1}]\Delta t \quad (31)$$

将 $t_i$ 时刻的温度场代入方程(27),并且两边乘以 $1-\beta$ 。然后再将 $t_{i+1}$ 时刻的温度场代入方程(27),并且两边乘以 $\beta$ 得到两个方程:

$$(1-\beta)(\mathbf{K}\mathbf{T}_i + \mathbf{M}\dot{\mathbf{T}}_i) = (1-\beta)\bar{\mathbf{P}}_i(\mathbf{T}_i) \quad (32)$$

$$\beta(\mathbf{K}\mathbf{T}_{i+1} + \mathbf{M}\dot{\mathbf{T}}_{i+1}) = \beta\bar{\mathbf{P}}_{i+1}(\mathbf{T}_{i+1}) \quad (33)$$

式(32,33)相加并移项得

$$\left[\frac{1}{\Delta t}\mathbf{M} + \beta\mathbf{K}\right]\mathbf{T}_{i+1} = \left[\frac{1}{\Delta t}\mathbf{M} - (1-\beta)\mathbf{K}\right]\mathbf{T}_i + (1-\beta)\bar{\mathbf{P}}_i(\mathbf{T}_i) + \beta\bar{\mathbf{P}}_{i+1}(\mathbf{T}_{i+1}) \quad (34)$$

利用与3.2.2相同的方法,将温度场 $\mathbf{T}_{i+1}$ 分解为两部分 $\mathbf{T}'_{i+1}$ 和 $\mathbf{T}''_{i+1}$ ,分别满足方程为

$$\left[\frac{1}{\Delta t}\mathbf{M} + \beta\mathbf{K}\right]\mathbf{T}'_{i+1} = \left[\frac{1}{\Delta t}\mathbf{M} - (1-\beta)\mathbf{K}\right]\mathbf{T}_i + (1-\beta)\bar{\mathbf{P}}_{S_2}(\mathbf{T}_i) + \bar{\mathbf{P}}_V + \bar{\mathbf{P}}_{S_3} \quad (35)$$

$$\left[\frac{1}{\Delta t}\mathbf{M} + \beta\mathbf{K}\right]\mathbf{T}''_{i+1} = \beta\bar{\mathbf{P}}_{S_2}(\mathbf{T}'_{i+1} + \mathbf{T}''_{i+1}) \quad (36)$$

方程(35,36)与方程(29,30)具有相同的形式,因此同样可以采用图2流程求解。

## 4 算例及结果分析

本文选用型号为TEC1-12705的热电制冷器为计算对象,其参数如下<sup>[13]</sup>:

温差电动势为 $\alpha = 4 \times 10^{-4} \text{ V/K}$

电导率为 $\sigma_n = \sigma_p = 1000 (\Omega \cdot \text{cm})^{-1}$

导热率为 $k_n = k_p = 1.8 \text{ W/m} \cdot \text{K}$

电偶臂长度为 $l_n = l_p = 1.5 \text{ mm}$

截面积为 $S_n = S_p = 1.4 \text{ mm} \times 1.4 \text{ mm}$

图3和图4分别为TEC在不同电流强度下,稳定后的热端温度、冷端温度随电流强度的变化曲线。从图中看出热端温度的解析解、ANSYS的数值解与本文的数值解基本一致,而冷端温度随电流强度的变化曲线中,ANSYS的数值解与解析解存在一定误差,而本文程序的数值解与解析解保持高度一致,说明本文程序在计算TEC的稳态问题时具有良好的精度。从图4还可以发现,冷端温度并不是一直随电流的增加而降低,而是存在一个最优值使冷端温度达到最低,之后随电流的增大,冷端温度反而增加。从式(1)中也可以发现,TEC制冷量与电流呈二次函数形式,因此对每个TEC都有一个最佳工作电流。从图4可以看出,对于本文算例,TEC的最佳工作电流在4A左右。

图5和图6分别为TEC热端温度和冷端温度在电流为4A时的瞬态响应曲线。可以发现,本文数值解与ANSYS得出的瞬态响应曲线基本一致,说明本程序能够正确反映TEC的冷端以及热端温度瞬态响应问题。

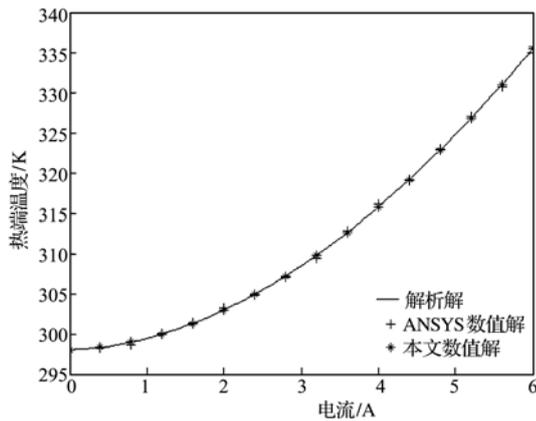


图3 热端温度随电流的变化曲线

Fig. 3 Cure of current-temperature of hot side

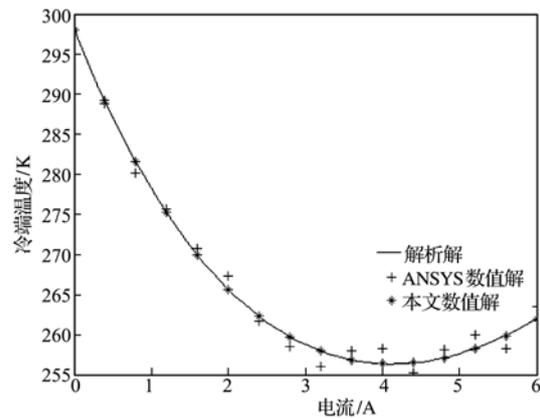


图4 冷端温度随电流的变化曲线

Fig. 4 Cure of current-temperature of cold side

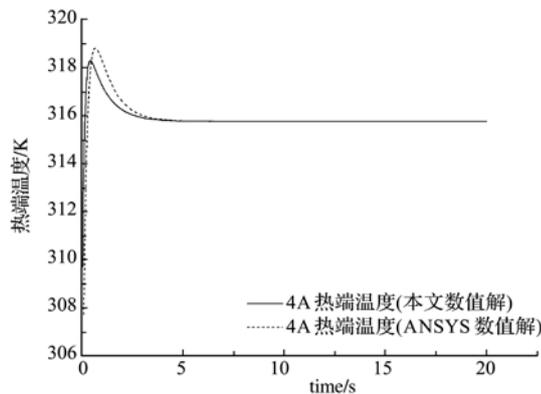


图5 热端温度随时间的变化曲线

Fig. 5 Cure of time-temperature of hot side

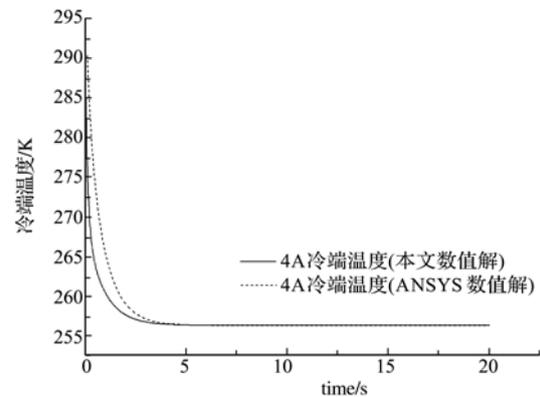


图6 冷端温度随时间的变化曲线

Fig. 6 Cure of time-temperature of cold side

## 5 结论

本文利用能量守恒原理,并结合TEC的导热特点导出了TEC稳态温度场的解析解。在此基础上对TEC制冷效应做出贡献的帕尔贴热和焦耳热进行合理的内热源以及边界条件假设,建立了TEC结构的非线性瞬态温度场的导热微分方程。然后进一步利用伽辽金法导出其稳态和瞬态温度场的有限元方程。求解此非线性温度场的有限元方程,得到了TEC的稳态温度场和瞬态响应温度场。算例结果表明本文提出的有限元模型具有较高的精度,能够正确有效地分析TEC结构的非线性温度场。

## 参考文献(References):

- [1] Francis J, DiSalvo. Thermoelectric cooling and power generation [J]. *Science*, 1999, **285**(7): 703-706.
- [2] L Y Huang, J C Lin, K D She, et al. Development of low-cost micro-thermoelectric coolers utilizing MEMS

technology[J]. *Sensors and Actuators: A Physical*, 2008, **148**(1): 176-185.

- [3] Z M Deng, X L Cheng, X Q Wang. Analysis and Design for the Thermo-Smart Structure of Composite with TEC [A]. International Conference on Smart Materials and Nanotechnology in Engineering [C]. 2007, 642336.
- [4] R Chein, G Huang. Thermoelectric cooler application in electronic cooling [J]. *Applied Thermal Engineering*, 2004, **24**(14-15): 2207-2217.
- [5] 王小群, 杜善义. 热电制冷技术在航空航天领域的应用[J]. *中国航天*, 2006(10): 22-24. (WANG Xiao-qun, DU Shan-yi. Application of thermoelectric cooling technology in aerospace field [J]. *Aerospace China*, 2006(10): 22-24. (in Chinese))
- [6] J L Cui, H Fu, X L Liu, et al. Thermoelectric properties in p-type nanostructured Ge-doped  $Sb_{100}GeTe_{150}$  alloy [J]. *Current Applied Physics*, 2009, **9**(5): 1170-1174.
- [7] Y S Hor, R J Cava. Thermoelectric properties of Sn-doped Bi-Sb[J]. *Journal of Alloys and Compounds*,

- 2009, **479**(1-2):368-371.
- [8] Matthieu Cosnier, Gilles Fraisse, Lingai Luo. An experimental and numerical of a thermoelectric air-cooling and air-heating system [J]. *International Journal of Refrigeration*, 2009, **31**(6):1051-1602.
- [9] Xuan X C. On the optimal design of multistage thermoelectric cooler [J]. *Semicond Sci Technol*, 2002 (17):625-629.
- [10] A G Agwu Nnanna, William Rutherford, Wessam Elomar, et al. Assessment of thermoelectric module with nanofluid heat exchanger[J]. *Applied Thermal Engineering*, 2009, **29**(2-3):491-500.
- [11] 徐德胜. 半导体制冷与应用技术[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1998. (XU De-sheng. *Semiconductor Refrigeration and Application Technology* [M]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press, 1998. (in Chinese))
- [12] 李茂德, 殷亮, 乐伟, 等. 半导体制冷系统电极非稳态温度场的数值分析[J]. 同济大学学报, 2004, **32**(6):767-810. (LI Mao-de, YIN Liang, LE Wei, et al. Numerical simulation and analysis of unsteady temperature field in thermo-electric refrigeration [J]. *Journal of Tongji University*, 2004, **32**(6):767-810. (in Chinese))
- [13] 李茂德, 卢希红. 热电制冷过程中散热强度对制冷参数的影响分析[J]. 同济大学学报, 2002, **30**(7):811-813. (LI Mao-de, LU Xi-hong. Influence of intensity of heat emission on performance of semiconductor refrigeration[J]. *Journal of Tongji University*, 2002, **30**(7):811-813. (in Chinese))

### Three-dimensional nonlinear temperature field analysis of TEC structure

GAO Xin-hui<sup>\*1</sup>, DENG Zhong-min<sup>1</sup>, WANG Jing-tao<sup>2</sup>

(1. School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. School of Aeronautic Science and Technology, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** Thermo-electric cooler (TEC) has been more and more widely used in aerospace, electronic industry and etc, for its merits which mechanical refrigeration lacks, such as small volume, high working speed and no noise. In this paper, the stationary temperature field analytical solution of TEC based on the heat transfer characteristics of TEC is derived. The differential equation of transient nonlinear temperature field analysis for TEC structure is also established. By deriving the finite element equation of TEC structure's thermal analysis with Galerkin method and solving the finite element equation of the nonlinear thermal analysis, both the steady temperature field and the transient temperature field are obtained. The numerical results show that the presented finite element model for TEC structure's nonlinear thermal analysis has a high precision and efficiency in analyzing the nonlinear temperature field of TEC.

**Key words:** thermo-electric cooler; Peltier effect; nonlinear temperature field; FEM