

# 圆柱夹层多孔材料的主动散热性能研究与优化设计

张 凯<sup>1</sup>, 邓子辰<sup>\*1,2</sup>, 周加喜<sup>1</sup>, 胡伟鹏<sup>1</sup>

(1. 西北工业大学 力学与土木建筑学院, 西安 710072;

2. 大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116024)

**摘 要:**通过推导不同边界条件的圆柱状夹层多孔材料散热指标,研究了一种特殊结构的圆柱状夹层多孔材料主动散热问题。这种圆柱夹层材料的每一层胞体个数相同,胞体尺寸随着外径的增大而增大,从而保持每一层胞体的相对密度相同。通过计算两种不同换热边界条件下圆柱夹层多孔材料的散热性能,比较并分析了与夹层材料层数相对应的最大散热效率和最优相对密度等指标,并最终得到这些工况下的最优质量。通过分析得到,无论哪种边界条件,正六边形胞体的夹层结构散热性能优于其他构型。同时当为达到某一限定散热效率值时,正六边形胞体结构的质量最小,正六边形构型的多孔材料具有明显的综合性能优势。

**关键词:**圆柱夹层多孔材料;主动散热;换热系数;最大散热效率;性能优化

**中图分类号:**V414.6;V414.19 **文献标志码:**A

## 1 引 言

工业装备技术和航空航天技术的发展需要有合理的结构设计和高性能的材料提供支持。多孔材料具有优越的可设计性和多功能性,对其进行多功能及多学科的优化设计,从而可以满足不同工程工况的要求<sup>[1]</sup>,并促进结构分析和优化技术的发展<sup>[2,3]</sup>。多孔材料主动散热以及承载等多功能设计一直是多孔材料结构设计的热点之一。卢天建<sup>[4,5]</sup>, S. Gu<sup>[5]</sup>采用双面恒温 and 等热流的边界条件,对平板夹层材料的散热性能以及材料优化设计进行了分析;Valdevit<sup>[6]</sup>以超燃冲压发动机为研究背景,研究了主动散热腹板的优化设计,并比较了各种材料的优缺点;T. Wen<sup>[7,8]</sup>采用数值计算和实验方法,对不同的多孔材料强迫对流换热进行了研究,并进行了优化设计。刘书田<sup>[9]</sup>和张永存<sup>[10]</sup>引入了传递矩阵法对多孔材料的散热性能进行了研究,并分析了这种方法有效性和准确性。王博等<sup>[11,12]</sup>介绍了组合蜂窝参数的确定并分析了

Kagome 构型和圆柱状多孔材料。

从上述的研究成果中可以发现,无论是理论计算还是实验研究,一般采用恒温边界或者是等热流边界对平板多孔材料进行分析,针对所研究的问题,采用这些计算模型及边界条件是合适和恰当的。而当多孔材料作为主动散热和承载功能的材料应用于发动机的外衬时,多孔夹层材料呈圆柱状,如图1所示,热流从高温一侧进入多孔材料,通过与流经材料的冷媒充分换热,剩余的热量流向材料的外侧,与外界进行热交换。针对这一问题,采用圆柱壳计算模型并且考虑材料与外界之间的对流换热因素更能符合实际情况。因此本文提出一种简化的圆柱夹层材料模型,采用多种边界条件,分析多孔夹层材料的散热效率以及不同尺寸下的散热性能,为多孔材料结构设计与优化提供理论支持。

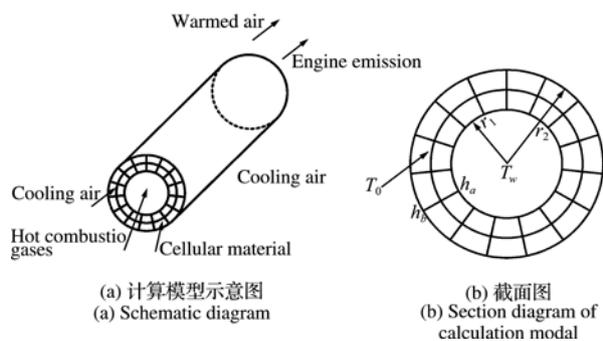


图1 计算模型  
Fig.1 Calculation model

收稿日期:2010-05-02;修改稿收到日期:2010-09-05.

基金项目:国家重点基础研究发展计划(973计划)(2011CB610305);111引智计划项目(B07050);西北工业大学基础研究基金和大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室开放基金(GZ0802);西北工业大学研究生创业种子基金(Z200930);中国博士后科学基金(20090450170)资助项目.

作者简介:邓子辰\*(1964-),男,教授,博士生导师  
(E-mail: dweifan@nwpu.edu.cn).

## 2 基本假定与计算参数的确定

### 2.1 基本假定

本文计算的多孔材料结构有如下假定:这种结构每一层的相对密度相同且每一层的胞体个数为常数。那么若确定了第一层胞体的尺寸,则该层胞体的厚度可以确定。由于相对密度和每一层胞体的个数为定值,则相邻两层的长度比亦为定值。该假定保证了整体结构每一层的相对密度相同,适宜公式的推导。计算模型的示意图如图1和图2所示。

### 2.2 相关参数的确定

此多孔材料结构的一些相关参数有:圆柱状结构的内径为  $r_1$ , 外径为  $r_2$ ; 多孔夹层材料的层数为  $N_m$ , 每一层胞体的个数为  $N_n$ , 每一层的胞体长度相同, 记为  $l_i (i = 1, 2, \dots, N_m)$ , 胞体厚度记为  $t_i$ 。由前面的假设可以得到, 相邻两层的长度和厚度均为统一的比例关系, 记为  $\Psi$ 。以正方形胞体为例, 由式:  $2\pi r_i/l_i = 2\pi r_{i+1}/l_{i+1} = 2\pi(r_i + l_{i+1})/l_{i+1} = N_n$  可以得到,  $l_{i+1}/l_i = r_{i+1}/r_i = \Psi$ , 还可以得到  $r_2 = r_1 \Psi^{(N_m+1)}$ 。同理, 可以得到其他构型的比例系数列入表1, 上下层的胞体厚度比与上下层的半径比遵循同样的比例关系。

此种截面的蜂窝材料是一种组合蜂窝。因此, 这种蜂窝的等效压降定义为<sup>[11,12]</sup>

$$\Delta p = \frac{2\mu_f L \rho_f v_0}{(1-\rho) D_h^2} \left[ \sum_{i=1}^{N_m} \frac{1}{(fRe)_i} \left( \frac{D_{h,i}}{D_h} \right)^2 \left( \frac{N_i A_i}{A} \right) \right]^{-1} \quad (1)$$

式中  $\mu_f$  为给定温度下干空气的运动粘度,  $L$  为管的长度,  $\rho_f$  为空气密度,  $v_0$  为空气流入的初速度,  $\rho$  为相对密度,  $(fRe)_i$  为等效摩擦因子,  $D_{h,i}$  为某一通孔类型的水力直径,  $D_h$  为整体水力直径,  $A_i$  为

某一通孔类型的通孔面积,  $A$  为整体蜂窝的通孔面积。式中  $A = \sum_{i=1}^{N_m} N_i A_i$ ,  $D_h = \frac{4A}{P}$ ,  $P = \sum_{i=1}^{N_m} N_i P_i$ ,  $P_i$  为每一种通孔类型的湿周。

## 3 散热性能方程

由于每一层胞体尺寸不同, 采用皱壁模型<sup>[4,5]</sup>计算结构的散热性能时非常复杂, 因此, 本文采用矩阵传递法<sup>[9,10]</sup>计算圆筒状结构的散热性能。分别计算如下边界条件下的结构散热性能: (1) 不等温边界条件; (2) 对流换热边界条件。

### 3.1 不同工况下的散热性能公式推导

首先推导上下表面温度不同的等温边界条件, 记外表面温度为  $T_0$ , 内表面温度为  $T_w$ , 则可得

$$\begin{bmatrix} q_n \\ T_0 - T_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ T_w - T_f \end{bmatrix} \quad (2)$$

令  $\bar{T}_w = T_w - T_f$ ,  $\bar{T}_0 = T_0 - T_f$ , 得

$$q_1 = \frac{T_0 - k_{22} \bar{T}_w}{k_{21}}$$

$$q_n = \frac{k_{11} T_0 + (k_{12} k_{21} - k_{11} k_{22}) \bar{T}_w}{k_{21}}, \text{ 则}$$

$$q_1 - q_n = m_1 \bar{T}_w + m_2 \bar{T}_0 \quad (3)$$

式中  $m_1 = -(k_{22} + k_{12} k_{21} - k_{11} k_{22})/k_{21}$

$$m_2 = (1 - k_{11})/k_{21}$$

内外圆周面板流入空气的热量为

$$q_w = m_3 \bar{T}_w + m_4 \bar{T}_0 \quad (4)$$

式中  $m_3 = h_1 (2\pi r_1 - c_w N_n t_1)$

$$m_4 = h_{Nm} (2\pi r_2 - c_w N_n t_{Nm}) \bar{T}_0$$

则由方程

$$\dot{m} c_p [T_f(x+dx) - T_f] = n N_n q(x) + q_w(x) \quad (5)$$

表1 各种多孔材料构型的相关参数<sup>[5]</sup>

Tab. 1 Proportionality coefficients of five cell shapes<sup>[5]</sup>

Cell type	$c_a$	$c_H$	$c_t$	$c_f$	$c_n$	$c_w$	$n$	$N_n$	$\Psi$
Square-3	4	1.5	1.0	14.17	1	1	1.778	3.614	$N_n/(N_n - 2\pi)$
Square-4	4	1	1.0	14.17	1	1	2	3.614	$N_n/(N_n - \sqrt{3}\pi)$
Triangle-4	6.93	1.732	0.577	13.3	1	0.866	2	3	$N_n/(N_n - 4\sqrt{3}\pi/5)$
Triangle-6	6.93	1.155	0.577	13.3	1	0.866	3	3	
Hexagon	2.31	1.155	1.732	15.07	0.667	0.866	1.5	4.021	

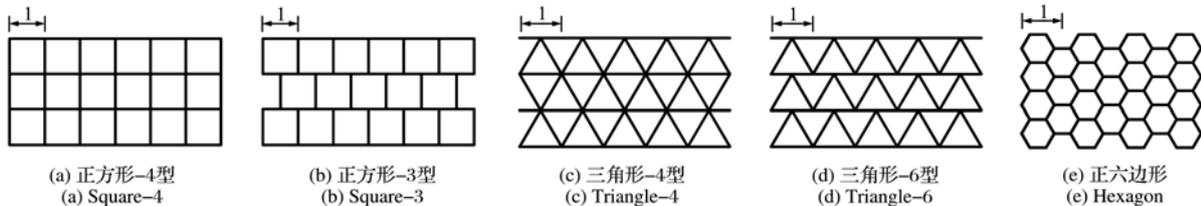


图2 胞体结构形式

Fig. 2 Microstructures of cellular materials

解得  $T_f(x) = T_w - (T_w - T_0) \exp(-x/L^*)$

$$L^* = \dot{m}c_p / [nN_n(m_1 + m_2) + m_3 + m_4]$$

对于双面换热边界条件,设内表面换热系数  $h_a$ ,内腔温度记为  $T_w$ ,外表面换热系数为  $h_b$ ,外界温度记为  $T_0$ ,则可得

$$\begin{bmatrix} -2\pi r_2 h_b [T_0 - T(r_2)] \\ T(r_2) - T_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2\pi r_1 h_a [T_w - T(r_1)] \\ T_w - T_f \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \overline{T(r_1)} &= T(r_1) - T_f, \quad \overline{T(r_2)} = T(r_2) - T_f \text{ 得} \\ \overline{T(r_1)} &= m_2 \overline{T_w} + m_3 \overline{T_0} \quad (7) \\ \overline{T(r_2)} &= m_4 \overline{T_w} + m_5 \overline{T_0} \quad (8) \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned} m_1 &= k_{21} - 2\pi(h_a r_1 k_{11} + h_b r_2 k_{22}) + 4\pi^2 r_1 r_2 h_a h_b k_{21} \\ m_2 &= -(2\pi r_1 h_a k_{11} - 4\pi^2 r_1 r_2 h_a h_b k_{21}) / m_1 \\ m_3 &= -2\pi r_2 h_b / m_1 \\ m_4 &= 2\pi r_1 k_{21} h_a (1 - m_2) + k_{22} m_2 \\ m_5 &= -2\pi r_1 k_{21} h_a m_3 + k_{22} m_3 \end{aligned}$$

则由内壁面流入到流体中的热量为

$$q_1 = m_6 \overline{T_w} + m_7 \overline{T_0} \quad (9)$$

式中  $m_6 = 2\pi r_1 h_a (1 - m_2)$ ,  $m_7 = -2\pi r_1 h_a m_3$ ,则由外壁面流入到流体中的热量为

$$q_2 = m_8 \overline{T_w} + m_9 \overline{T_0} \quad (10)$$

式中  $m_8 = 2\pi r_2 h_b m_4$ ,  $m_9 = -2\pi r_2 h_b (1 - m_5)$ ,则

$$q(x) = q_1 - q_2 = (m_6 - m_8) \overline{T_w} + (m_7 - m_9) \overline{T_0} \quad (11)$$

内外圆周面板流入空气的热量

$$q_w = m_{10} \overline{T_w} + m_{11} \overline{T_0} \quad (12)$$

式中  $m_{10} = h_1(2\pi r_1 - c_w N_n t_1) m_2 + h_{Nm}(2\pi r_2 - c_w N_n t_{Nm}) m_4$ ,  $m_{11} = h_1(2\pi r_1 - c_w N_n t_1) m_3 + h_{Nm}(2\pi r_2 - c_w N_n t_{Nm}) m_5$ ,则由方程(5)解得,  $T_f(x) = T_w - (T_w - T_0) \exp(-x/L^*)$ ,  $L^* = \dot{m}c_p / (nN_n(m_6 + m_7 - m_8 - m_9) + m_{10} + m_{11})$ 。

### 4 计算结果与讨论

由材料中气体的温度分布,可以得到气体流经材料后所带走热量:

$$Q = \dot{m}c_p [T_f(L) - T_0] = \dot{m}c_p (T_e - T_0) \quad (13)$$

式中  $\dot{m} = \rho_f \pi (r_2^2 - r_1^2) u_0$ ,则多孔材料的整体换热系数为  $\bar{h} = Q/2LW\Delta T_m$ ,其中  $\Delta T_m = (T_w - T_0) - (T_w - T_e) / \ln[(T_w - T_0) - (T_w - T_e)] = T_w - \bar{T}_f$ ,式中  $W$  为单位长度换热面积之和,本文取  $2\pi(r_1 + r_2)/2$ 。多孔材料的散热效率为

$$I = \frac{c_1 \bar{h}}{\Delta p} = \frac{4\rho_f u_0 (1 - \rho)^2 l^2}{Lk_s c_f c_a L^*} \quad (14)$$

#### 4.1 上下表面温度不同的等温边界

通过计算得到不等温边界条件下的换热效率,如图3所示。第一层的胞体长度  $l_1 = 0.002$  m,整体结构厚度为20层,则结构外径  $r_2 = 0.18939$  m,材料导热系数为  $k_s = 200$  W/(m·K),空气导热系数  $k_f = 0.026$  W/(m·K)。

正六边形结构的散热效率最高,正方形结构次之,三角形最差。圆柱形结构的设计参数包括层数,层数  $N_m$ ,内径为  $r_1$ ,第一层的胞体长度为  $l_1$ ,结构的相对密度为  $\rho$  等一系列参数,从而可以确定每一层的胞体个数  $N_n$ 。当内径,第一层胞体的长度,每一层胞体个数以及结构的相对密度确定时,结构的散热效率就只与结构的层数相关,因此本文计算了在不同层数下的结构的最大散热效率和最优密度,如图4和图5所示。

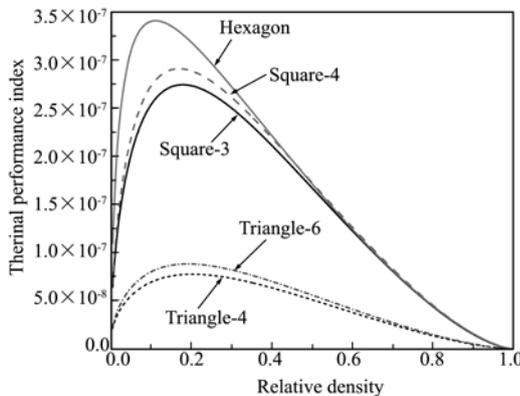


图3 不同构型的相对密度与散热效率的关系  
Fig. 3 Relationship between the thermal performance index and the relative density

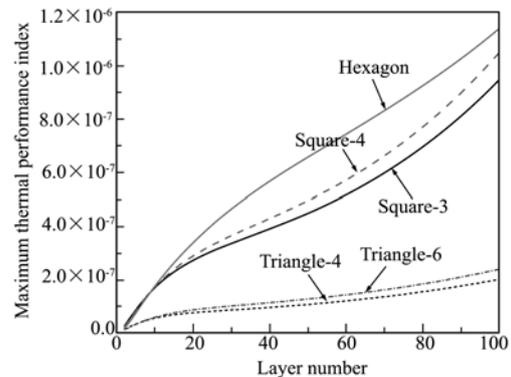


图4 层数与最大散热效率之间的关系  
Fig. 4 Relationship between the layer number and the maximum thermal performance index

从图4和图5可以看出,随着层数的增加,结构的散热效率逐渐增大,正六边形的散热效率大于其他构型的散热效率;同时可以得到,随着层数的增加,圆柱状多孔材料的散热效率并不像平板多孔材料结构<sup>[3,4]</sup>的散热效率一样趋于一个定值,而是随着结构层数的增加逐渐增大,因此若为了得到最大的散热效率,那么就应该无限增大整体结构的半径,从而得到最大的散热效率。随着结构层数的增大相对密度趋近于0.24。

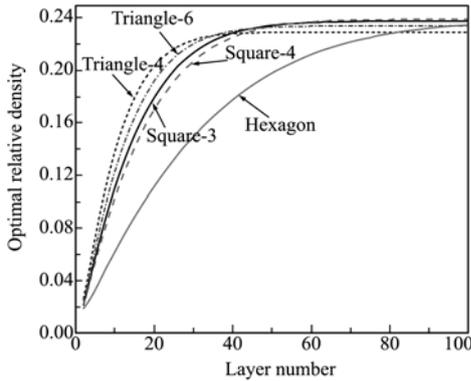


图5 层数与最优密度之间的关系  
Fig. 5 Relationship between the layer number and the optimal relative density

### 4.2 换热边界条件

对流换热边界条件考虑了内外径边界对流换热因素,通过分析可以得到如图9所示的分析结果。内、外边界的换热系数分别为  $h_a = 100 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ,  $h_b = 100 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ,其他参数与边界条件一中的相同。

从图6可以看出,正六边形的换热效率明显大于其他各种构型的结果。在较小的相对密度处,几种构型的散热效率均达到最大值。同样分析了结构

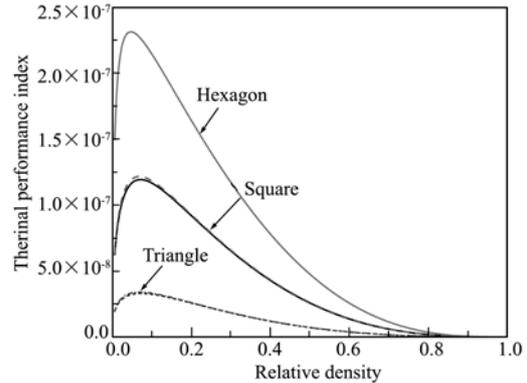


图6 不同构型的相对密度与散热效率的关系  
Fig. 6 Relationship between the thermal performance index and the relative density

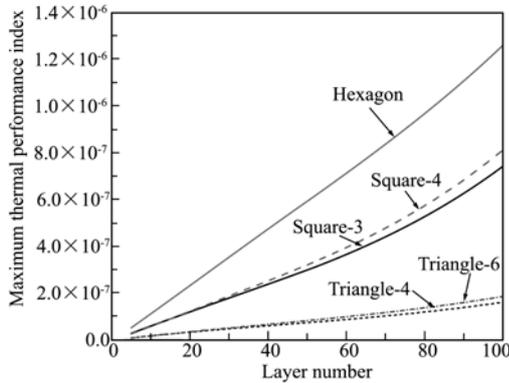


图7 层数与最大散热效率之间的关系  
Fig. 7 Relationship between the layer number and the maximum thermal performance index

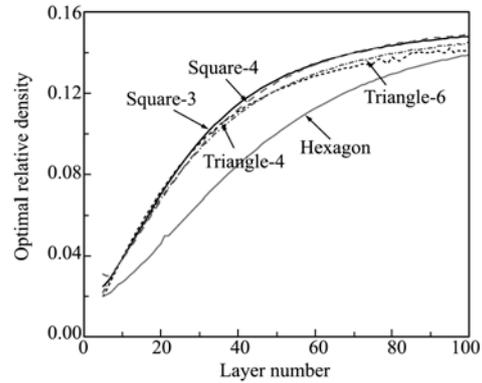
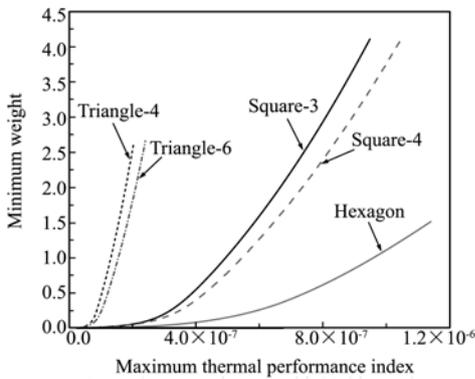
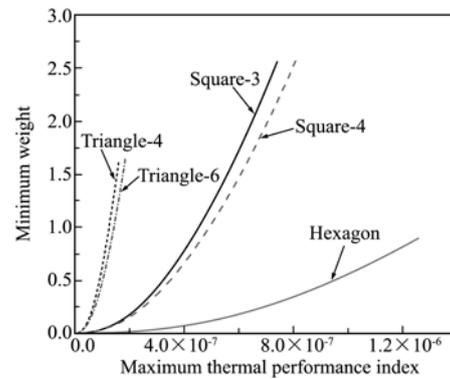


图8 层数与最优密度之间的关系  
Fig. 8 Relationship between the layer number and the optimal relative density



(a) 上下表面温度不相等的等温边界  
(a) Constant temperature boundary with different temperature



(b) 对流换热边界  
(b) Convective heat transfer boundary

图9 最大散热效率与最小质量之间的关系  
Fig. 9 Relationship between the maximum thermal performance index and the minimum weight

最大散热效率和最优相对密度随着层数增加的结果,如图7和图8所示。

几种构型的最大散热效率随着层数的增加而增大,正六边形构型的散热效率最高。几种构型的相对密度随边界条件一变化的斜率较小,最优密度趋近于0.15。正六边形构型的相对密度总是小于其他的构型。

#### 4.3 最小质量设计

设某一多孔材料的质量为 $\bar{M}=\rho_{\text{opt}}\rho_s L\pi(r_2^2-r_1^2)$ , 则得 $\bar{M}/\rho_s L\pi r_1^2=\rho_{\text{opt}}(r_2^2/r_1^2-1)=\rho_{\text{opt}}(r_1^2\Psi^{2(N_m+1)}/r_1^2-1)=\rho_{\text{opt}}(\Psi^{2(N_m+1)}-1)$ 。因此,确定了结构的层数,就可以得到相对于此层数的最优质量以及相对应的最大散热效率和最优密度,并得到最优质量如图9所示。

在相同质量情况下,正六边形构型的材料可以用较小的质量得到较大的换热效率,正方形构型次之,三角形构型最差。同时,为了得到某一较高散热效率时,只能选用正六边形构型的结构。

## 5 结 论

本文讨论了多种构型以及多种边界条件下的多孔材料散性能,经分析可以得到如下结论。

(1) 不同换热边界条件所分析的结果不相同,分析时应该选用合适的边界条件进行分析。

(2) 正六边形构型的整体散热性能要高于其他几种构型的散热性能,正方形次之,三角形最差。

(3) 散热效率随着层数的增加而增大,最优密度则趋近于一个定值。

(4) 正六边形的最优质量最小,并且能够达到的最大散热效率最大。当为了达到某一较高的散热效率时,只能选用正六边形构型的多孔材料。

## 参考文献(References):

[1] 卢天建,刘 涛,邓子辰.多孔金属材料多功能化设计的若干进展[J].力学与实践,2008,30(1):1-9. (LU Tian-jian, LIU Tao, DENG Zi-chen. Multifunctional design of cellular metals: a review[J]. *Mechanics in Engineering*, 2008, 30(1): 1-9. (in Chinese))

[2] 李华祥,刘应华,冯西桥,等.多孔材料塑性极限载荷及其破坏模式分析[J].计算力学学报,2003,20(3):267-273. (LI Hua-xiang, LIU Ying-hua, FENG Xi-qiao, et al. Plastic limit load and failure analyses of perforated materials[J]. *Chinese Journal of Compu-*

*tational Mechanics*, 2003, 20(3): 267-273. (in Chinese))

- [3] 阎 军,程耿东,刘岭.基于均匀材料微结构模型的热弹性结构与材料并发优化[J].计算力学学报,2009,26(1):1-7. (YAN Jun, CHENG Geng-dong, LIU Ling. A homogeneous optimum material based model for concurrent optimization of thermoelastic structures and materials [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2009, 26(1): 1-7. (in Chinese))
- [4] Lu T J, Valdevit L, Evans A G. Active cooling by metallic sandwich structures with periodic cores[J]. *Progress in Materials Science*, 2005, 50(7): 789-815.
- [5] Gu S, Lu T J, Evans A G. On the design of two-dimensional cellular metals for combined heat dissipation and structural load capacity [J]. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2001, 44(11): 2163-2175.
- [6] Valdevit L, Natasha Vermaak, Frank W. Zok, et al. A materials selection protocol for lightweight actively cooled panels [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2008, 75.
- [7] Wen T, Tian J, Lu T J, et al. Forced convection in metallic honeycomb structures [J]. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2006, 49(19-20): 3313-3324.
- [8] Wen T, Xu F, Lu T J. Structural optimization of two-dimensional cellular metals cooled by forced convection [J]. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2007, 50(13-14): 2590-2604.
- [9] Liu S T, Zhang Y C, Liu P. New analytical model for heat transfer efficiency of metallic honeycomb structures [J]. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2008, 51(25-26): 6254-6258.
- [10] 张永存.多孔材料传热特性分析与散热结构优化设计[D].大连理工大学,2008. (ZHANG Yong-cun. Heat Transfer Performance of Cellular Materials and Optimization Design of Heat Dissipation Structure [D]. Dalian University of Technology. (in Chinese))
- [11] 王 博,王 斌,程耿东. Kagome 蜂窝夹层平板的多功能优化设计[J].复合材料学报,2007,24(3):109-115. (WANG Bo, WANG Bin, CHENG Geng-dong. Multifunctional design of sandwich panels with Kagome-like cores [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2007, 24(3): 109-115. (in Chinese))
- [12] 王 博.蜂窝结构多功能优化设计[D].大连理工大学,2007. (WANG Bo. Optimum Design of Multi-functional Honeycomb Structures [D]. Dalian University of Technology. (in Chinese))

(下转第 37 页)

## A three dimensional computational investigation on the influence of essential boundary condition imposition in NURBS isogeometric finite element analysis

WANG Dong-dong<sup>\*</sup>, XUAN Jun-chang, ZHANG Can-hui  
(Department of Civil Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

**Abstract:** The NURBS isogeometric finite element analysis provides a perfect unification of the non-uniform rational B-spline (NURBS) functions used for computer aided geometry design and the finite element methodology. In this method the geometric modeling error is significantly reduced with improved solution accuracy. Nevertheless the NURBS basis functions commonly are not interpolatory functions and consequently the way of direct imposition of essential boundary conditions on the control points may yield noticeable solution errors. In this work the interpolation property of NURBS basis functions is discussed in details and thereafter a penalty formulation with improved solution accuracy and convergence behavior is proposed to enforce the essential boundary conditions in NURBS isogeometric analysis of three dimensional elasticity problems. Numerical results demonstrate that the approach with direct boundary condition enforcement on the control variables produces much larger solution errors as well as lower displacement and strain energy convergence rates, while the proposed method is capable of achieving the optimal convergence rates simultaneously with superior accuracy.

**Key words:** NURBS finite element method; isogeometric analysis; meshfree method; penalty method; essential boundary condition

~~~~~  
(上接第 5 页)

## Research on properties of active heat dissipation and optimization of cylindrical sandwich cellular materials

ZHANG Kai<sup>1</sup>, DENG Zi-chen<sup>\*1,2</sup>, ZHOU Jia-xi<sup>1</sup>, HU Wei-peng<sup>1</sup>

(1. School of Mechanics; Civil Engineering & Architecture, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;  
2. State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

**Abstract:** The actively cooled performance of a particular cylindrical sandwich shell with cellular materials was analyzed, and the thermal performance indexes of cellular materials with different heat transfer boundary conditions were derived respectively. The particular cylindrical sandwich shell with cellular materials has an equal cell number, a consistently relative density of each layer, and a growing cell size with the extension of the outer diameter. The thermal performance index of cellular materials with three different heat transfer boundary conditions were derived respectively, the relationships between the layer number of cylindrical sandwich cellular materials and the maximum thermal performance index, the optimal relative density were analyzed, and then the minimum weight was achieved. The regular hexagonal cell had superior active heat dissipation performance and relatively lighter weight than others.

**Key words:** cylindrical sandwich cellular materials; active heat dissipation; heat transfer coefficient; maximum thermal performance index; performance optimization