

钢筋混凝土梁受弯破坏过程的细观数值模拟研究

王立成^{*1}, 邢立坤², 宋玉普¹

(1. 大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室, 大连 116024;

2. 中国航天建筑设计研究院(集团) 济南分院, 济南 250012)

摘要:在细观层次上将混凝土视为由粗骨料、硬化水泥砂浆及界面粘结带组成的三相非均质复合材料,能够较好地模拟混凝土加载时的裂缝扩展过程和分布规律。本文采用细观刚体弹簧元法模拟了钢筋混凝土梁的弯曲受力性能和破坏过程,加载方式采用两点对称加载。数值计算得到了钢筋混凝土梁的破坏形态和荷载-变形曲线,并分析了受力过程中纵向钢筋的应力变化。与试验结果对比表明,细观刚体弹簧元法可以有效模拟钢筋混凝土梁的裂缝开展过程、破坏形态和荷载-变形响应。

关键词:细观;刚体弹簧元;数值模拟;钢筋混凝土梁

中图分类号:TU375.1 **文献标志码:**A

1 引言

混凝土根据其内部结构组成和分析的需要,可分为宏观、细观和微观三个不同层次。研究指出,混凝土的所有力学性能都可以通过宏观和细观两个层次下的模型来进行预测^[1]。在细观层次上,混凝土通常视为由粗骨料、硬化水泥砂浆及其界面粘结带组成的三相非均质复合材料,能够描述混凝土材料的非均匀性及加载破坏的随机性。近十几年来,基于混凝土的细观结构特点,研究者相继提出了许多关于混凝土破坏过程的细观力学模型,如微平面模型^[2],格构模型^[3],随机粒子模型^[4]及随机力学特性模型^[5,6]等。各种细观力学模型基本都能够模拟混凝土材料的破坏过程,然而却很少有研究者试图从细观层次上研究钢筋混凝土构件的力学性能。

刚体弹簧元是由 Kawai^[7]创立的一种适用于极限分析及处理裂纹行为的离散数值计算方法,通常用来模拟均质材料的断裂过程^[8]。而混凝土细观刚体弹簧元法则是在细观层次上应用刚体弹簧元的原理对混凝土进行力学分析的方法。本文拟采用细观刚体弹簧元法模拟钢筋混凝土梁的力学

性能。为加快模型生成速度,并重点研究纯弯段的破坏过程,计算模型生成时弯剪段采用宏观层次下的混凝土模型,只在梁跨中纯弯段采用细观单元模式。数值模拟结果给出了不同配筋率下钢筋混凝土梁的裂缝开展形态图、荷载-位移曲线和钢筋的应力变化过程。

2 模型设置

2.1 刚体弹簧元单元模型

在刚体弹簧元中(宏观和细观均适用),单元通过边界中间处的一组零尺寸的弹簧相互连接,而单元本身不产生变形,如图1所示。刚体单元1和单元2通过边界中间位置处的 p 点相互联系,两个刚体单元所对应的形心之间的距离为 h 。因每个刚体单元有三个自由度,所以在每个单元界面上设置一个垂直弹簧 k_n ,一个剪切弹簧 k_s 和一个旋转弹簧 k_ϕ 来反应刚体单元之间的相对变形。

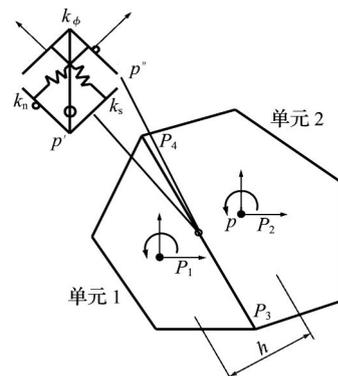


图1 刚体弹簧元模型

Fig. 1 Rigid-body-spring model

收稿日期:2011-09-24;修改稿收到日期:2012-03-09.

基金项目:教育部科学技术研究重点(109046);中央高校基本科研业务费专项(DUT11LK38);国家自然科学基金重点(50838001)资助项目.

作者简介:王立成*(1975-),男,博士,副教授,博士生导师
(E-mail: wanglicheng2000@163.com).

根据增量型的虚功原理,刚体单元中由局部相对小变形引起的荷载与位移关系推导出广义坐标系下的荷载与位移关系式,即

$$k_e \Delta u_e = \Delta f_e \quad (1)$$

式中 $k_e = B^T DB$ 。其中, B 为转换矩阵, D 为含垂直、剪切和旋转弹簧刚度的对角矩阵, u_e 为位移矩阵, k_e 为广义刚度矩阵, f_e 为广义荷载向量。

细观层次上混凝土刚体单元的划分以及弹簧刚度的计算方法和本构模型见文献[9]。针对混凝土的不同组成材料,赋予不同的弹簧刚度,从而体现混凝土内部材料的非均质性和开裂位置的随机性。

混凝土宏观单元之间弹簧的设置方法同细观单元,泊松比 ν 取 0.2,弹性模量 E_c (N/mm^2) 根据混凝土的抗压强度 f_c 计算。垂直弹簧的本构模型如图 2 所示,其中 ϵ_u 为与混凝土抗压强度有关的混凝土极限压应变, ϵ_0 为混凝土的极限拉应变。剪切弹簧的破坏条件采用简化的摩尔库仑准则,如图 3 所示。

2.2 钢筋及界面连接单元模型

Bolander^[10]在刚体弹簧模型基础上提出了钢筋与混凝土的连接方式。假定钢筋由一系列的梁单元构成,梁单元与混凝土或者砂浆单元之间通过零尺寸的弹簧连接。刚体弹簧单元的划分不受钢筋的影响,在刚体单元划分好之后,钢筋与每个相交的混凝土(或砂浆)单元通过钢筋在混凝土刚体单元内的中点连接如图 4 所示。

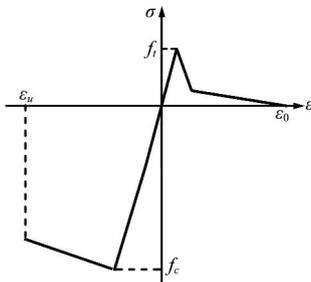


图 2 垂直弹簧的本构模型
Fig. 2 Model of normal spring

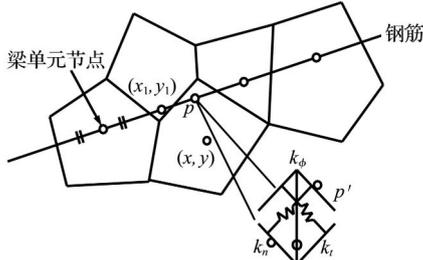


图 4 刚体弹簧元中钢筋的引入
Fig. 4 Introduction of reinforcement into rigid body elements of concrete

当混凝土或砂浆单元在整体坐标系下发生微小转动时,钢筋单元节点将随之产生 (u_r, v_r) 的相对位移,可由下式进行计算。

$$u_r = u - (y_1 - y)\theta, v_r = v + (x_1 - x)\theta \quad (2)$$

式中 (x_1, y_1) 和 (x, y) 分别为钢筋梁单元节点坐标以及与之相连的刚体单元形心坐标; u, v, θ 为刚体单元计算点两个平动位移和一个转动位移。钢筋梁单元与相连刚体单元之间的相对位移表示为

$$d = Bu \quad (3)$$

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & (y_1 - y) & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -(x_1 - x) & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$u^T = [u, v, \theta, u_1, v_1, \theta_1]$, u_1, v_1, θ_1 为钢筋单元结点的两个平动位移和一个转动位移。 $d^T = [\delta_t, \delta_n, \phi]$, δ_t, δ_n, ϕ 分别为钢筋梁单元与相连刚体单元之间的剪切、垂直和转动位移。钢筋与混凝土或砂浆单元之间连接单元的刚度矩阵计算公式为

$$K_e = B^T T^T DBT \quad (5)$$

式中 T 为坐标转换矩阵,表达式为

$$T = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

刚度矩阵 D 的表达式为

$$D = \begin{bmatrix} k_t & 0 & 0 \\ 0 & k_n & 0 \\ 0 & 0 & k_r \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中 k_t, k_n, k_r 分别为连接单元的剪切、垂直和旋转弹簧的刚度。

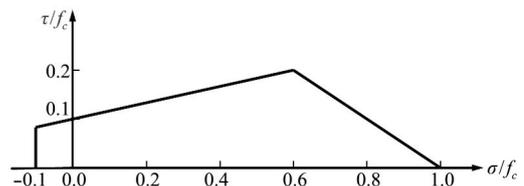


图 3 混凝土单元弹簧的最大剪应力
Fig. 3 τ_{max} for concrete element springs

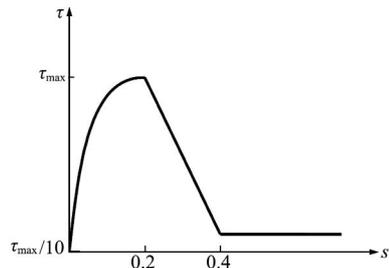


图 5 粘结-滑移本构关系
Fig. 5 Bond stress-slip relationship

钢筋与混凝土之间的粘结-滑移关系采用 Shima 于 1989 年提出的模型,其粘结滑移曲线如图 5 所示,其中, τ 为剪应力, s 为相对滑移量。

钢筋单元采用梁单元模型。在数值分析中,钢筋单元可采用由试验确定参数。为简化计算,本文钢筋单元强化阶段的斜率取初始线弹性阶段的 1%, 极限抗拉强度取屈服强度的 1.2 倍。

3 模型验证及分析(一)

3.1 试验概况

文献[11]试验试件如图 6 和图 7 所示。混凝土抗压强度为 20 N/mm^2 , 纵向钢筋屈服强度为 415 N/mm^2 , 箍筋的屈服强度为 250 N/mm^2 。钢筋的弹性模量为 $2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$, 混凝土的弹性模量为 25980 N/mm^2 。

3.2 数值计算模型

试验梁的数值分析模型如图 8 所示。梁左右各 $1/3$ 跨为宏观混凝土单元, 中间部分采用细观单元方式。混凝土单元总数为 2729, 单元平均尺寸为 12.6 mm , 各类单元材料参数列入表 1。当每一级荷载迭代运算达到了收敛条件或超过 400 次即结束本次荷载步的计算, 进入下一级加载过程; 当荷载-跨中位移曲线进入下降段, 并到达峰值荷载的某一百分值(可根据需要设定)即停止程序运行。

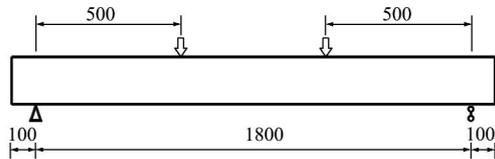


图 6 加载示意图(单位:mm)

Fig. 6 Schematic representation of loading model (unit:mm)

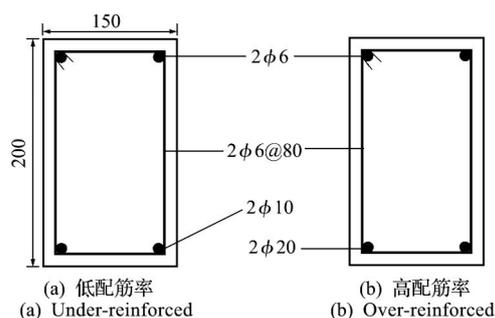


图 7 梁配筋图

Fig. 7 Reinforcement details of the beams

表 1 材料参数

Tab. 1 Material property parameters

	骨料	砂浆	界面	混凝土
抗拉强度/ N/mm^2	6	2.88	1.15	1.94
弹性模量/ GPa	50	15.85	—	25.98
泊松比	0.25	0.18	—	0.2

3.3 结果分析

3.3.1 低配筋率梁

低配筋率梁, 相当于我国的适筋梁, 荷载-位移曲线如图 9 所示, 数值模拟与试验结果基本吻合; 数值模拟最大荷载与对应的跨中位移分别为 41.12 kN 和 11.67 mm , 试验结果为 38 kN 和 12.39 mm 。

不同跨中位移时梁的裂缝开展形态如图 10 所示。可见, 对于低配筋率梁, 裂缝主要产生在试件跨中部分。不同跨中位移时梁的下部钢筋应力如图 11 所示, 当跨中位移为 2.24 mm 时, 跨中钢筋应力达到 150 N/mm^2 , 在四条裂缝处(图 10(a))钢筋应力稍高一些; 当跨中位移为 5.69 mm 时, 钢筋应力达到屈服强度。钢筋屈服后, 由于应力增长有限, 荷载到达 38 kN 后, 增长速度趋缓。

3.3.2 高配筋率梁

高配筋率梁即超筋梁, 其荷载-位移曲线如图 12 所示。数值模拟最大荷载值为 82 kN , 较试验结果 92 kN 偏小, 跨中位移数值计算结果偏大, 但整体上两者基本吻合。裂缝扩展形态如图 13 所示。对于高配筋率的梁, 跨中裂缝开展缓慢, 并且上升高度不大, 最后由于受压区混凝土被压碎, 造成梁丧失承载能力。下部钢筋的应力分布如图 14 所示, 构件破坏时钢筋最大应力为 251 N/mm^2 , 远未达到屈服强度。



图 8 数值模拟图

Fig. 8 Numerical simulation model

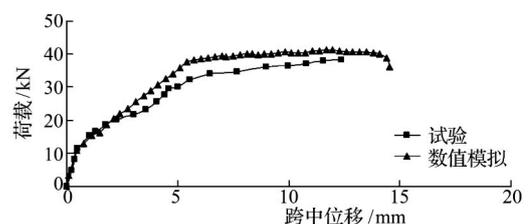


图 9 低配筋率梁的荷载-位移曲线

Fig. 9 Load-displacement curve of under-reinforced beam

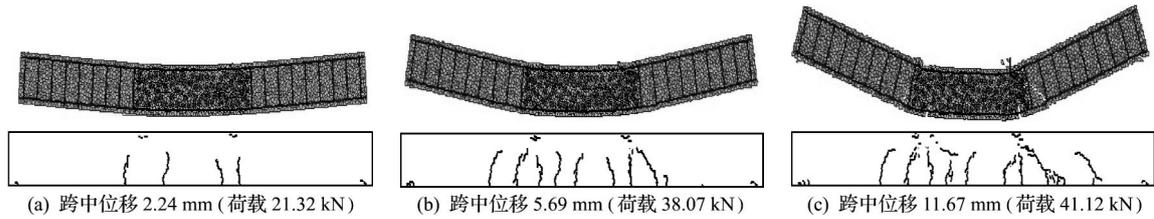


图 10 裂缝开展形态图

Fig. 10 Propagation of the cracks

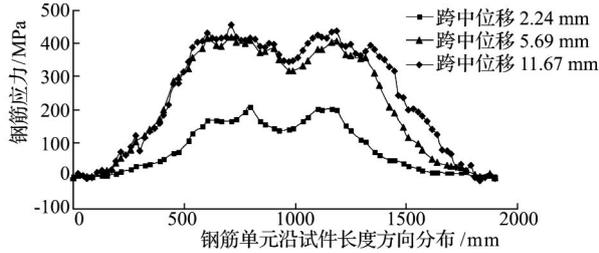


图 11 低配筋率梁下部钢筋应力分布

Fig. 11 Stress of the steel bar in the under-reinforced beam

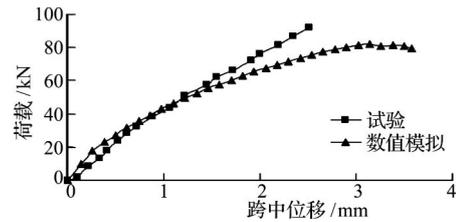


图 12 高配筋率梁的荷载-位移曲线

Fig. 12 Load-displacement curve of over-reinforced beam

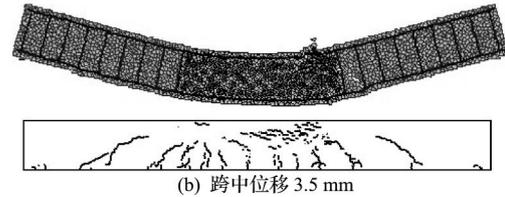
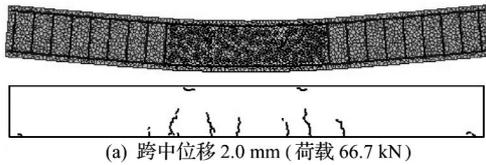


图 13 裂缝开展形态图

Fig. 13 Propagation of the cracks

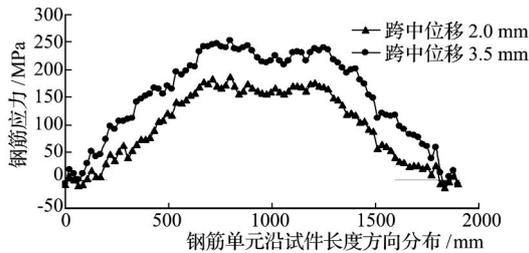


图 14 高配筋率梁下部钢筋应力分布

Fig. 14 Stress of the steel bar in the over-reinforced beam

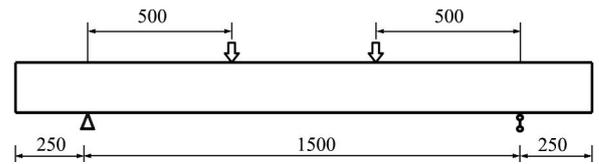


图 15 加载示意图(单位:mm)

Fig. 15 Schematic representation of loading model (unit:mm)

4 模型验证及分析(二)

4.1 试验概况

试件尺寸和加载方式如图 15 所示,采用三种配筋形式,不同配筋率时梁下部配筋见表 2,混凝土抗压强度为 24.3 N/mm²。

表 2 钢筋屈服强度

Tab. 2 Yield strength of steel bars

	少筋梁	适筋梁	超筋梁
梁下部配筋	2A4	2B14	3B20
钢筋屈服强度/N/mm ²	360.8	303	379

4.2 数值计算模型

试验梁的数值分析模型如图 16 所示。梁左右各 1/3 跨度范围采用宏观混凝土单元,中间部分采用细观单元方式。混凝土单元总数为 2661,单元平均尺寸为 12.3 mm,单元参数列入表 3。计算终止条件同 3.2。

表 3 材料参数

Tab. 3 Material property parameters

	骨料	砂浆	界面	混凝土
抗拉强度/N/mm ²	6	3.10	1.3	2.08
弹性模量/GPa	50	17.05	—	24.43
泊松比	0.25	0.18	—	0.2

4.3 结果分析

4.3.1 适筋梁

适筋梁的荷载-位移曲线如图 17 所示。可以看出,当荷载较小时,荷载-位移曲线接近直线,梁处于弹性阶段;随后由于裂缝的产生,梁的整体刚度降低,荷载增长速度较开始减缓。当荷载达到约 60 kN 时,梁下部钢筋开始屈服,在荷载几乎不增加的情况下,变形迅速增大;最后由于受压区混凝土被压碎而丧失承载力。裂缝扩展形态如图 18 所示,从图 18(a)可以看出,当荷载为 40 kN 时,跨中共产生 4 条明显的裂缝,裂缝间距基本相同,并且都延伸到约 1/2 梁高处,与试验结果基本吻合。从图 18(b)可以看出,随荷载的增加,下部钢筋开始

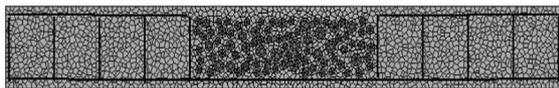
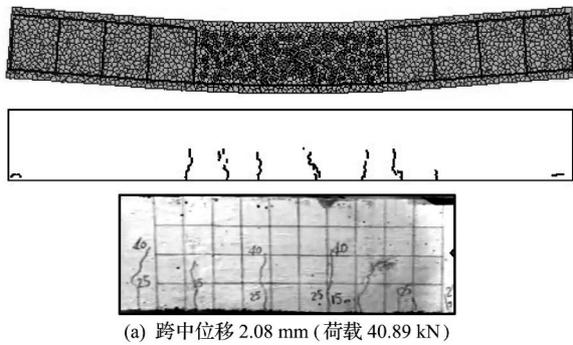
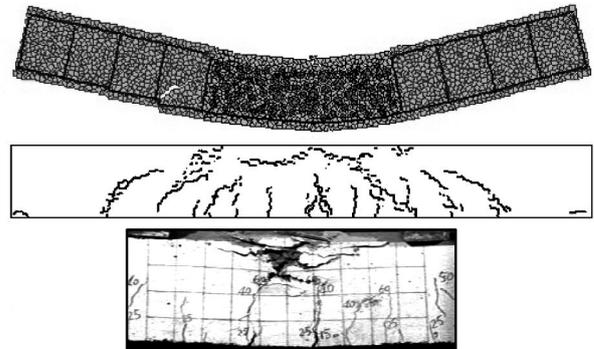


图 16 数值模拟图
Fig. 16 Numerical simulation model



(a) 跨中位移 2.08 mm (荷载 40.89 kN)



(b) 跨中位移 7.3 mm (破坏)

图 18 裂缝开展形态图
Fig. 18 Propagation of the cracks

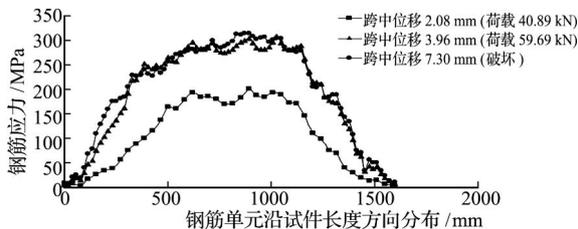
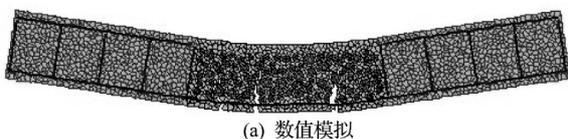


图 19 适筋梁下部钢筋应力分布
Fig. 19 Stress the steel bar in the under-reinforced beam



(a) 数值模拟



(b) 试验

图 21 少筋梁破坏形态
Fig. 21 Failure model of lower-reinforced beam

屈服,跨中裂缝继续向梁顶发展,最后受压区混凝土被压溃。钢筋应力分布如图 19 所示。

4.3.2 少筋梁

少筋梁的荷载-位移曲线如图 20 所示。梁破坏时的裂缝开展形态如图 21 所示。与试验不同的是,数值模拟梁破坏时,跨中产生多道主裂缝,而试验时仅有一道,这可能是由于试验时采用的钢筋为一级钢,一方面粘结滑移规律与本文数值分析时采用的粘结滑移本构模型有所不同;另一方面,试件破坏时钢筋可能仍处于屈服阶段。

4.3.3 超筋梁

超筋梁荷载-位移曲线、试件破坏形态与上一实例类似,不再重复描述。

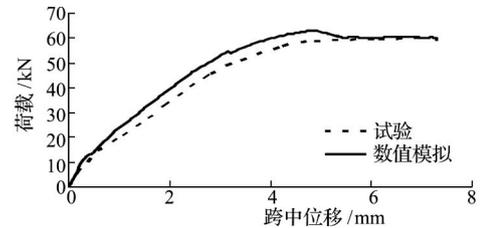


图 17 适筋梁荷载-位移曲线
Fig. 17 Load-displacement curve of under-reinforced beam

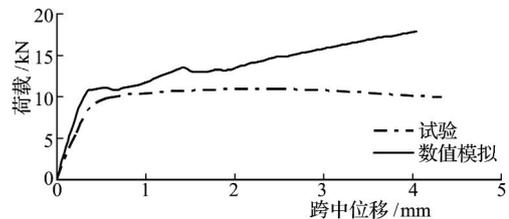


图 20 少筋梁荷载-位移曲线
Fig. 20 Load-displacement curve of lower-reinforced beam

5 结 论

本文在细观层次上采用刚体弹簧元法模拟了钢筋混凝土梁两点对称加载时的破坏形态和破坏过程。梁纯弯段采用细观单元,弯剪段采用宏观单元,钢筋与混凝土单元之间采用零尺寸的弹簧连接单元。通过对不同配筋率梁的数值模拟以及与试验结果的对比分析得出以下结论。

(1) 对于钢筋混凝土构件,可以只对重点研究部位进行细观单元的划分,其他部分采用混凝土宏观单元来进行模拟分析,以提高计算效率。

(2) 采用细观刚体弹簧元法可以有效模拟梁的荷载-位移响应、跨中裂缝扩展过程及加载过程中受拉钢筋的应力变化,数值结果总体上与试验结果吻合良好,当材料参数已知的情况下可以取代部分试验。

参考文献(References):

- [1] Asai M, Terada K, Ikeda K, et al. Meso-scopical analysis of concrete structures by a modified lattice model[J]. *Structural Engineering/Earthquake Engineering*, 2003, **20**(1): 43-54.
- [2] Bazant Z P, Prat P C. Microplane model for brittle-plastic material. I: theory[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1988, **114**(10): 1672-1688.
- [3] Schlangen E, Garboczi E J. Fracture simulations of concrete using lattice models: computational aspects [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1997, **57**(2-3): 319-332.
- [4] Bazant Z P, Tabbara M R, Kazemi M T, et al. Random particle model for fracture of aggregate or fiber composites [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1990, **116**(8): 1686-1705.
- [5] Zhu W C, Teng J G, Tang C A. Mesomechanical model for concrete (part I): Model development [J]. *Magazine of Concrete Research*, 2004, **56**(6): 313-330.
- [6] 张娟霞,唐春安,等. 受拉钢筋混凝土构件破坏过程的数值模拟[J]. *计算力学学报*, 2007, **24**(4): 454-458. (ZHANG Juan-xia, TANG Chun-an, et al. Numerical simulation of failure process of reinforced concrete specimen under uniaxial tension [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2007, **24**(4): 454-458. (in Chinese))
- [7] Kawai T, Toi Y. New element models in discrete structural analysis [J]. *Naval Architecture and Ocean Engineering*, 1978, **16**: 97-110.
- [8] Bolander Jr J E, Saito S. Fracture analyses using spring networks with random geometry [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1998, **61**(5-6): 569-591.
- [9] 邢立坤,王立成,侯宇星. 混凝土细观刚体弹簧元法在劈裂试验中的应用[J]. *建筑科学与工程学报*, 2011, **28**(1): 83-90. (XING Li-kun, WANG Li-cheng, HOU Yu-xing. Application of mesoscopic rigid-body-spring method of concrete in splitting test [J]. *Journal of Architecture and Civil Engineering*, 2011, **28**(1): 83-90. (in Chinese))
- [10] Bolander Jr J E, Hong G S, Yoshitake K. Structural concrete analysis using rigid-body-spring networks [J]. *Computer Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2000, **15**(2): 120-133.
- [11] Revathi P, Menon D. Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete beams [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2005, **32**(2): 135-137.

Mesoscale simulation of the flexural failure process of reinforced concrete beams

WANG Li-cheng^{*1}, XING Li-kun², SONG Yu-pu¹

(1. Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. China Space Civil & Building Engineering Design & Research Institute (Group) Jinan Branch, Jinan 250012, China)

Abstract: On mesoscale, concrete is usually regarded as a three-phase composite material, consisting of coarse aggregates, mortar and the bond zone. This treatment can represent well the crack propagation and distribution under loading. By means of the mesoscopic RBSM (Rigid-Body-Spring Model), this paper numerically simulates the mechanical behavior and failure process of reinforced concrete (RC) beams with symmetrically loading at two positions on the beam. The crack pattern and load-deflection curve under different reinforcement ratios are simulated. In addition, the stress distribution of the longitudinal reinforcement is analyzed during the loading process. Compared with the experimental results, it is shown that the RBSM on mesoscale can be applied to simulate the cracking propagation, failure mode and load-deflection behavior of RC beams.

Key words: mesoscale; Rigid-Body-Spring Model; numerical simulation; reinforced concrete (RC) beams