

# 串列仿生鱼自主游动的数值模拟研究

王亮<sup>\*1</sup>, 王明<sup>2,3</sup>, 付强<sup>1</sup>

(1. 解放军理工大学 气象海洋学院, 南京 211101; 2. 大连理工大学 水利工程学院, 大连 116024;  
3. 黄河水利科学研究院, 郑州 450003)

**摘要:**采用自适应网格下的 ghost-cell 浸没边界方法, 数值模拟了两条串列仿生鱼在相同摆频条件下的自主游动, 并通过引入节能效率的概念分析了串列游动中的节能效果。通过与相同参数下单条仿生鱼自主游动的比较, 发现串列仿生鱼的自主游动速度要大于单条鱼的速度。下游鱼的阻力会增加, 但功耗会减少, 表明下游鱼从上游鱼的尾涡中吸收了能量, 达到了节能的效果。当水平间距较小时, 下游鱼会对上游鱼产生一定的反推作用, 从而使其阻力减小。结果还表明, 高推进效率并不意味着高节能效率, 从整体平均节能效果来看, 反相位游动时节能效果比同相位时显著, 平均节能效率达到 22.4%。

**关键词:**串列; 自主游动; 推进效率; 节能效率

**中图分类号:**O35      **文献标志码:**A      doi:10.7511/jslx201305023

## 1 引言

鱼类的群游是自然界中一种非常普遍的自然现象。生物学家的观测发现, 80% 的鱼类具有群游特性, 尤其是小型鱼类, 几乎是 100% 具有群游特性。鱼类为什么具有群游特性? 除了生物学上增强对抗天敌的能力, 降低被捕食的几率, 提高觅食效率, 并增进鱼类之间的交往和繁殖等原因外; 从流体力学的角度来看, 更为重要的是, 鱼类群游能够节约能量和提高游动效率。由于鱼群游动的水动力学特性异常复杂, 而且依赖于鱼与鱼之间的相互作用, 所以单独研究两条鱼串列和并列游动有利于深入揭示鱼群游动中的节能机制。

关于鱼群游动中的节能机制, Weihs<sup>[1]</sup>提出了一种“槽道效应”假设, 认为鱼群游动时的最优阵型是一个伸长的菱形。王亮等<sup>[2]</sup>数值模拟了三条鱼排列为三角形时的自主游动, 发现三条鱼在摆频不同的情况下能够以相同的速度游动, 证实“槽道效应”在鱼群游动中的确起到了节能作用。

如果一条鱼位于前面两条鱼的中间时, “槽道效应”起到了节能的效果, 那么当一条鱼位于另一条的正后方时是否也会节能呢? 节能的机制又是什么呢? Weihs 等<sup>[3]</sup>认为当一条鱼位于另一条鱼

的正后方时, 来流具有较大的相对速度, 会导致其阻力增加。但是, Gopalkrishnan 等<sup>[4]</sup>发现做俯仰震荡的翼型可以从来流的涡旋中吸收能量来提高推进效率。Liao 等<sup>[5]</sup>通过实验研究了 D 型圆柱下游鱼的水动力学特性, 结果表明, 鱼可以从来流涡中吸取能量从而减少肌肉的活动。Deng 等<sup>[6]</sup>采用浸没边界法数值模拟了两条仿生鱼的串列游动, 结果显示下游的鱼也并不总是阻力增大。虽然 Deng 等<sup>[6]</sup>的研究部分揭示了两条鱼串列游动中的水动力学特性, 但由于这些结果都是在仿生鱼未达到自主推进状态时得到的, 因此与真实游动情况存在一定的偏差。关于完全自主推进状态下串列仿生鱼自主游动的研究尚未在文献中报道。

此外, 如何评估鱼群游动时水动力学性能的提高也是一个值得讨论的问题。Schultz<sup>[7]</sup>建议用类似汽车性能中“miles per gallon”的能耗指标来衡量鱼类的游动性能。Tytell<sup>[8]</sup>认为高推进效率不一定意味着节能。所以本文通过定义一个类似汽车性能中“百公里油耗”的量引入了节能效率的概念, 并用它分析了串列仿生鱼在各种工况下自主游动时的节能效果。本研究将有利于揭示鱼群游动中另一种重要的节能机制——“旋涡控制”。

## 2 物理模型和数值方法

### 2.1 鱼游摆动规律和参数

本文采用无量纲计算, 以鱼体长度为特征量进行无量纲化, 鱼身厚度与 NACA0012 翼型相同。

收稿日期: 2012-05-02; 修改稿收到日期: 2012-10-28.

基金项目: 国家自然科学基金(11102232)资助项目.

作者简介: 王亮\* (1979-), 男, 博士, 讲师

(E-mail: wangliang49101@163.com).

鱼体中线摆动规律<sup>[9]</sup>为

$$h(x, t) = a(x) \sin(kx - \omega t + \phi_0) \quad (1)$$

式中  $a(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) 为振幅, 三个系数分别取为  $a_0 = 0.02$ ,  $a_1 = -0.08$  和  $a_2 = 0.16$ ; 波数为  $k = 2\pi/\lambda$ , 波长取为  $\lambda = 0.95$ ; 圆频率  $\omega = 2\pi f$ ,  $f$  为摆动频率,  $\phi_0$  为初始相位。

图 1 给出了串列仿生鱼反相位摆动时的示意图, 前面的鱼称为鱼 1, 后面的鱼称为鱼 2, 两条鱼头尾间距离为  $d$ 。

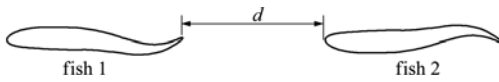


图 1 串列仿生鱼示意图  
Fig. 1 Schematic of two fish in a tandem arrangement

## 2.2 鱼游控制方程

仅考虑二维鱼的直线自主游动, 其控制方程为

$$M(dU/dt) = F_x \quad (2)$$

式中  $M$  为鱼的质量,  $U$  为鱼的游动速度,  $F_x$  为鱼在  $X$  方向上所受的合力。

## 2.3 数值方法

本文求解的二维不可压 Navier-Stokes 方程组为

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3)$$

$$\partial \mathbf{u} / \partial t + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (4)$$

式中  $\mathbf{u}$ ,  $p$  和  $\nu$  是速度、压力和动力学粘性系数。

时间离散采用经典的分数步投影法。在任意给定时间步  $n$ , 假定该时刻的速度场  $\mathbf{u}^n$  和分数步压力  $p^{n-1/2}$  已知, 用式(5)计算速度的临时值  $\mathbf{u}^*$ :

$$\frac{\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^n}{\Delta t} + \nabla p^{n-1/2} = [-(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}]^{n+1/2} + \frac{\nu}{2} \nabla^2 (\mathbf{u}^* + \mathbf{u}^n) \quad (5)$$

然后, 将投影算子作用于  $\mathbf{u}^*$  就可以计算出新的速度场  $\mathbf{u}^{n+1}$  以及分数步压力  $p^{n+1/2}$ 。

计算区域采用二叉树结构进行网格划分, 该结构非常适用于自适应网格; 求解泊松方程时采用了多重网格法; 对流项的离散采用二阶迎风格式<sup>[10]</sup>, 动边界采用 ghost-cell 浸没边界方法<sup>[11]</sup>来处理。该数值算法在空间和时间上都具有二阶精度其详细描述和验证可参考文献<sup>[12]</sup>。

## 2.4 初边条件及参数选取

计算区域取为  $48 \times 4$ , 四个边界上都取为第二类边界条件, 即  $\partial u_i / \partial n_j = 0$ , 其中  $u_i$  ( $i = 1, 2$ ) 是流体的速度分量;  $n_j$  ( $j = 1, 2$ ) 是边界的外法线方向。初始条件为  $u_1 = u_2 = 0$ , 即鱼在静水中游动。串列仿生鱼从计算区域右侧出发, 沿  $-X$  方向游动, 当鱼 1 游到头部距左边界 0.5 个身长时, 计算结束。

为了减少计算量, 本研究采用了自适应网格,

通过一种混合判断准则<sup>[12]</sup>来确定局地网格是加密还是变稀疏, 该准则可以保证鱼体周围和涡量较大区域始终保持网格最密。

本文主要研究两条仿生鱼在摆频为  $f = 1.0$  时的串列游动, 在文献<sup>[12]</sup>中, 对单条仿生鱼在  $f = 1.0$  时的自主游动进行了网格无关性检验, 根据该结论, 本文所有模拟中自适应网格的最小尺寸均取为  $0.0039L$  (其中  $L$  为鱼体身长)。若不采用自适应网格的话, 整个计算区域的网格总数约为  $1.26 \times 10^7$ 。当采用自适应网格后, 计算网格数随着模拟的进程逐渐增加, 最多时也未超过均匀网格总数的 5%, 大大缩短了计算所需时间。

## 2.5 推力、阻力和推进效率

本研究中, 二维鱼沿  $-X$  轴运动, 则  $X$  方向上受到的合力为

$$F_x(t) = \int_A (-p n_1 + \tau_{ij} n_j) dA \quad (6)$$

式中  $n_i$  为面元  $dA$  上单位法向量的第  $i$  个分量,  $\tau_{ij}$  为粘性应力张量。

本研究采用文献<sup>[9]</sup>的方法将  $X$  方向合力分解为两部分, 即

$$-T(t) = \frac{1}{2} \int_A (-p n_1 - |p n_1|) dA + \frac{1}{2} \int_A (\tau_{ij} n_j - |\tau_{ij} n_j|) dA \quad (7)$$

$$D(t) = \frac{1}{2} \int_A (-p n_1 + |p n_1|) dA + \frac{1}{2} \int_A (\tau_{ij} n_j + |\tau_{ij} n_j|) dA \quad (8)$$

将  $T(t)$  和  $D(t)$  分别定义为推力和阻力。平均阻力和推力系数分别定义为

$$\bar{C}_D = \bar{D} / (0.5 \rho \bar{U}^2 L), \quad \bar{C}_T = \bar{T} / (0.5 \rho \bar{U}^2 L) \quad (9)$$

式中  $L$  为鱼体长度,  $\bar{U}$  为平均游动速度。

鱼游的推进效率(Froude 效率)可以定义为

$$\eta = \bar{T} \bar{U} / (\bar{T} \bar{U} + \bar{P}_L) \quad (10)$$

式中  $\bar{T}$  为平均推力,  $\bar{U}$  为平均游动速度,  $\bar{P}_L$  为平均侧向力功率。侧向力功率定义为

$$P_L = \int_A (-p n_2 + \tau_{2j} n_j) \dot{h} dA \quad (11)$$

式中  $\dot{h}$  为侧向摆动速度。平均侧向力功率系数  $\bar{C}_P$  定义为

$$\bar{C}_P = \bar{P}_L / (0.5 \rho \bar{U}^3 L) \quad (12)$$

式中  $L$  为鱼体长度,  $\bar{U}$  为平均游动速度。由于侧向力功率是仿生鱼自主游动过程中所输出的总功率, 所以下文中如无特殊说明, 功率系数均指的是侧向力功率系数。

值得注意的是,仿生鱼的自主游动速度会随着游动参数的变化而变化。所以,为了使结果具有可比性,本研究中用来无量纲化功率和受力的平均速度  $\bar{U}$  均采用单条仿生鱼的自主游动速度。

### 2.6 节能效率

在鱼群研究中,最关心的是节能,而推进效率提高并不意味着会节能<sup>[8]</sup>。Schultz<sup>[7]</sup>建议用类似汽车性能中“miles per gallon”的指标来衡量鱼类的游动性能。因此,为了分析串列游动的节能效果,引入了节能效率的概念,其定义为

$$\eta_e = [(\gamma_0 - \gamma) / \gamma_0] \times 100\%, \quad \gamma = \bar{P}_L / \bar{U} \quad (13)$$

式中  $\bar{U}$  为平均游动速度,  $\bar{P}_L$  为平均侧向力功率,也是仿生鱼自主游动过程中所输出的总功率,  $\gamma_0$  为单条仿生鱼自主游动时的  $\gamma$  值。 $\gamma$  类似于汽车性能指标中的“百公里油耗”,表示仿生鱼自主游动单位距离所需要消耗的功,  $\gamma$  越小意味着越节能。

## 3 结果和讨论

本文分别模拟两条仿生鱼在同相位和反相位两种情况下的自主游动,初始间距  $d_0$  在 0.1~1.0

之间。其他模拟参数:动力学粘性系数  $\nu = 1 \times 10^{-4}$ , 两条仿生鱼的摆动频率  $f = 1.0$ 。

从图 2(a)可以看出,当反相位摆动时,无论初始间距  $d_0$  取什么值,间距  $d$  最终都会保持在一个固定值上,即两条鱼最终会以相同的速度游动。间距的稳定值(记为  $d^*$ )为  $d^* = 0.27$ 。从图 2(b)可以看出,当  $d_0 = 1.0$  时,两条同相位摆动的仿生鱼间的距离几乎不随时间变化,说明鱼 1 对鱼 2 的影响很小;当  $0.3 \leq d_0 \leq 0.75$  时,间距  $d$  也会像反相位摆动一样最终稳定在一个固定值上,间距的稳定值为  $d^* = 0.57$ ;当  $d_0 = 0.1$  时,  $d^*$  略有减小,其稳定值约为  $d^* = 0.53$ 。

图 3 分别给出了在  $d_0 = 0.5$  的情况下,两条仿生鱼反相位和同相位摆动时,自主游动速度随时间的变化曲线。从图 3(a)可以看出,当两条鱼反相位游动时,虽然最终两条鱼都以相同的速度游动,但鱼 2 的加速度要大于鱼 1,说明后面的鱼可以利用前面鱼的尾涡来进行加速。从图 3(b)可以看出,当两条鱼同相位游动时,鱼 2 的速度先小于鱼 1,后又大于鱼 1,最终以相同的速度自主游动。

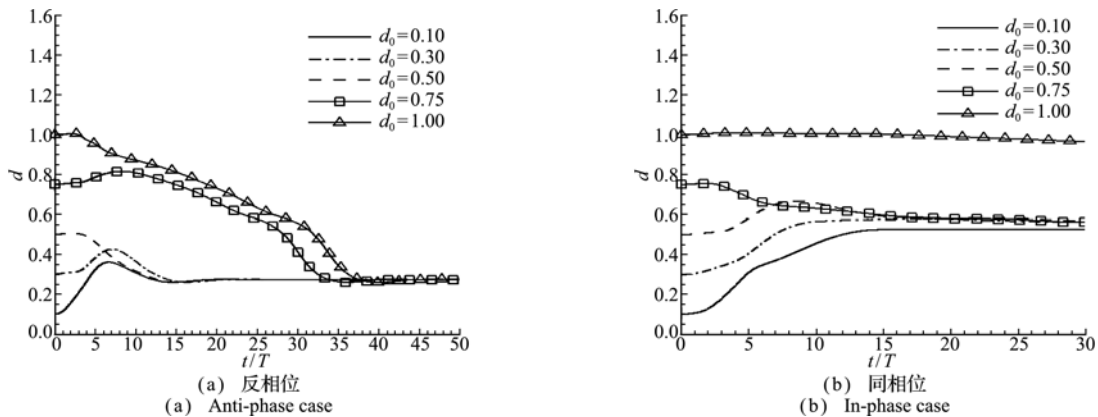


图 2 水平间距  $d$  随时间的变化曲线  
Fig. 2 Streamwise distance  $d$  as a function of time

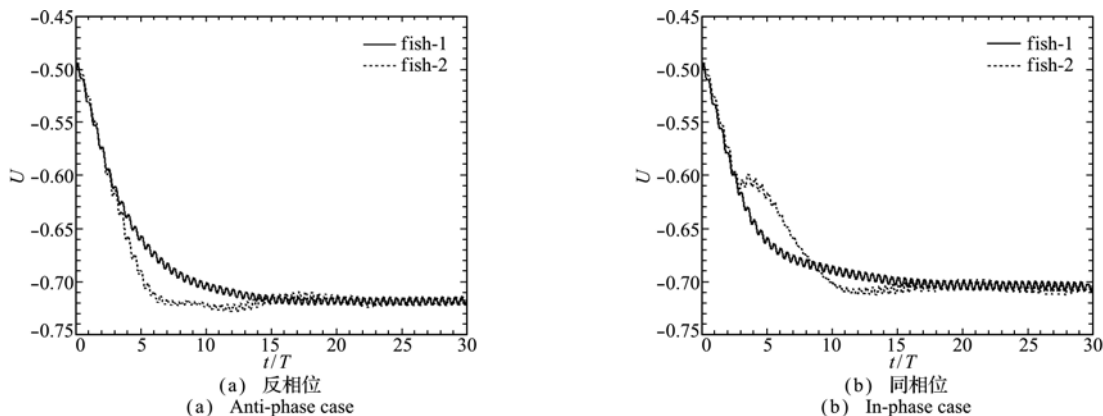


图 3 自主游动速度随时间的变化曲线 ( $d_0 = 0.5$ )  
Fig. 3 Time history of the self-propelled swimming speed ( $d_0 = 0.5$ )

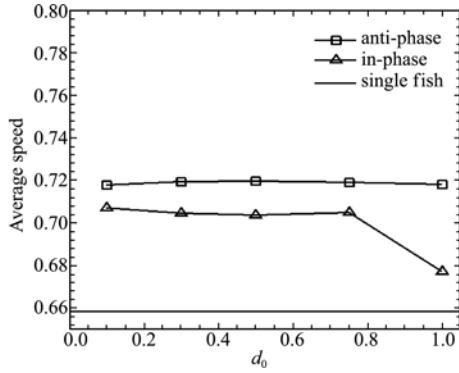


图4 平均游动速度随初始间距  $d_0$  的变化  
Fig. 4 Time-averaged swimming speed as a function of  $d_0$

图4比较了两条仿生鱼串列游动和单条鱼自主游动时的平均速度。从图2可以看出,两条仿生鱼的最终游动速度都相等,所以图4中只给出了鱼1的平均速度。从图4可以看出,在游动参数完全相同的情况下,两条鱼串列游动时的速度要大于单条鱼的游动速度,反相位游动时的速度要大于同相位游动时的速度。结合图2还可以看出,稳定间距  $d^*$  对鱼1的平均速度影响很大。反相位时的  $d^*$  小于同相位时的值,而反相位时的速度大于同相位时的速度。当同相位游动时,  $d_0 = 0.1$  时的  $d^*$  略小于  $d_0 = 0.3, 0.5$  和  $0.75$  时的  $d^*$ , 所以  $d_0 = 0.1$

时的速度就略大。当  $d_0 = 1.0$  时,  $d^*$  约等于  $1.0$ , 远大于  $0.57$ , 所以游动速度最小, 并非非常接近单条鱼的游动速度。由此可知, 串列仿生鱼的自主游动速度随着稳定间距  $d^*$  的减小而增大, 反相位游动时速度增加最多, 比单条鱼的游速提高了  $9.3\%$ 。

从图5(a)可以看出, 无论同相位还是反相位游动, 鱼2所受到的阻力都大于鱼1。Weihs等<sup>[3]</sup>认为, 当一条鱼位于另一条鱼的正后方时, 会经受较大的相对速度, 从而导致阻力增加, 这与我们的研究结论是一致的。通过与单条鱼游动时的阻力比较发现, 反相位时鱼1的阻力略有减小, 而同相位时鱼1的阻力略有增加, 说明在串列游动过程中, 鱼2的存在对鱼1也有一定的反作用。

图5(b)中给出了平均功率系数随  $d_0$  的变化曲线。从图5可以看出, 当两条仿生鱼反相位游动时, 鱼1的功率系数小于鱼2。但是, 当进行同相位游动时, 鱼1的功率系数大于鱼2。结合图2还可以看出, 同相位游动时鱼2的功率系数受  $d^*$  影响很大, 当  $d_0 = 0.1$  和  $1.0$  时,  $d^*$  相对于  $d_0 = 0.3, 0.5$  和  $0.75$  时的值分别是减小和增大, 但鱼2的功率系数都减小了。

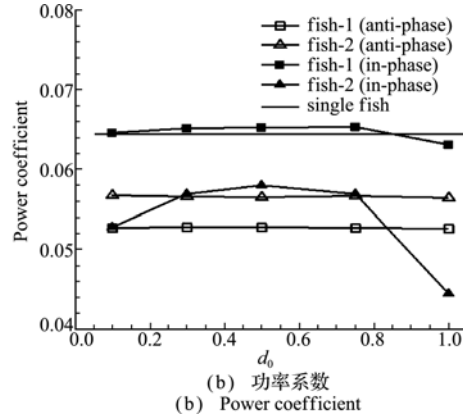
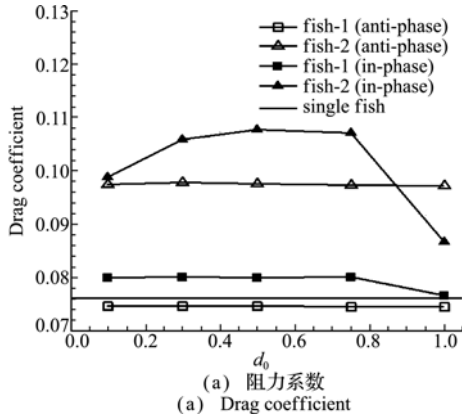


图5 平均阻力系数和功率系数随  $d_0$  的变化  
Fig. 5 Time-averaged drag and power coefficients

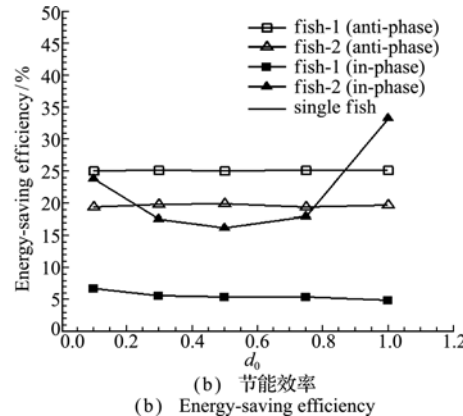
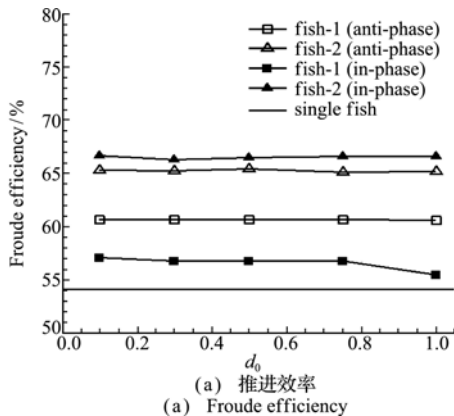


图6 推进效率和节能效率随  $d_0$  的变化  
Fig. 6 Froude efficiency and energy-saving efficiency

从图 6(a)可以看出,串列游动时的推进效率都大于单条鱼,鱼 2 的推进效率都大于鱼 1。对于鱼 1 来说,反相位游动时的推进效率大于同相位,而鱼 2 则恰恰相反。同相位游动时鱼 2 的最大推进效率为 66.7%,比单条鱼游动时的推进效率(54.1%)提高了 22.9%。Tytell<sup>[8]</sup>认为高推进效率不一定意味着节能,图 6(b)中所示结果验证了这一点。反相位游动时鱼 2 的推进效率高,但鱼 1 的节能效果更明显;同相位游动时鱼 2 的推进效率随  $d^*$  变化不大,但节能效率却强烈依赖于  $d^*$ 。从整体节能效果来看,反相位时平均节能 22.4%,同相位时平均节能最少 10.8%,最多 19.0%。

从图 7 可以看出,从鱼 1 尾部脱落的涡会跟鱼 2 的表面涡发生相互作用。由于鱼 1 尾部脱落的涡形成的是反卡门涡街,所以鱼 1 尾部脱落的正涡和负涡分别会跟鱼 2 上表面的负涡和下表面的正涡发生相互作用,其结果是在鱼 2 的表面诱导出较大的水平速度,如图 8 所示。根据伯努利原理可知,鱼 2 表面较大的水平速度会导致压力的减小,从图 9 可以看出,鱼 2 表面发生涡相互作用区域都是低压区,低压区的存在使得鱼 2 在侧向摆动时所需克服外力的功减小,从而导致鱼 2 的功耗小于单条

鱼时的值。

Weihhs 等<sup>[9]</sup>认为,当一条鱼位于另一条鱼的正后方时,会经受较大的相对速度,从而导致阻力增加。由于鱼 2 要顶着鱼 1 诱导出的射流游动,所以鱼 2 的阻力增大了,如图 5(a)所示。又由于反相位游动时两条鱼非常接近( $d^*=0.27$ ),根据动量守恒定理可知,冲击到鱼 2 头部的射流会对鱼 1 有一定的推动作用,这可能就是反相位游动时鱼 1 的阻力和功耗都小于鱼 2 和单条鱼的原因。

通过前面的分析,可以看出  $d^*$  对串列仿生鱼的水动力学特性影响很大。为了了解摆动频率对  $d^*$  的影响,在初始间距  $d_0=0.5$  的情况下,分别模拟了串列仿生鱼在摆频  $f=0.2, 0.5, 1.0, 1.5$  和 2.0 时的反相位自主游动,间距  $d$  随时间的变化曲线如图 10 所示。可以看出,  $d^*$  随着  $f$  的增大而增大。由于仿生鱼的游动速度也随着  $f$  的增大而增大,而速度增大意味着雷诺数增大,所以  $d^*$  随着雷诺数的增大而增大。当  $f=2.0$  时,鱼 1 的平均速度为 1.57,所以雷诺数为  $Re=15700$ ;当  $f=0.2$  时,鱼 1 的平均速度为 0.094,其雷诺数为  $Re=940$ 。至于雷诺数效应对阻力、功耗、推进效率以及节能效率的影响将有待后续研究。



图 7  $t/T=20.50$  时的涡量图 ( $d_0=0.5$ )  
Fig. 7 Vorticity field around two fish at  $t/T=20.50$  ( $d_0=0.5$ )

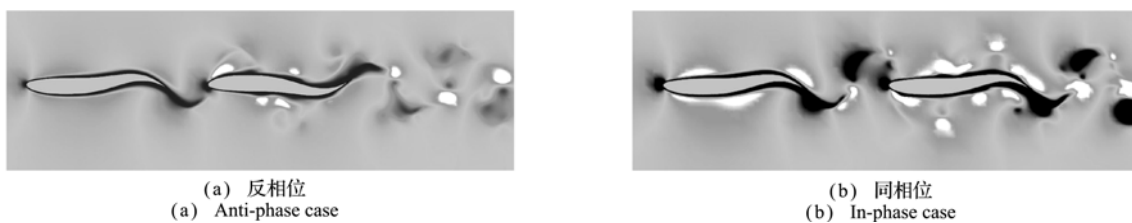


图 8  $t/T=20.50$  时的水平速度  $d_0=0.5$   
Fig. 8 Velocity field around two fish at  $t/T=20.50$  ( $d_0=0.5$ )

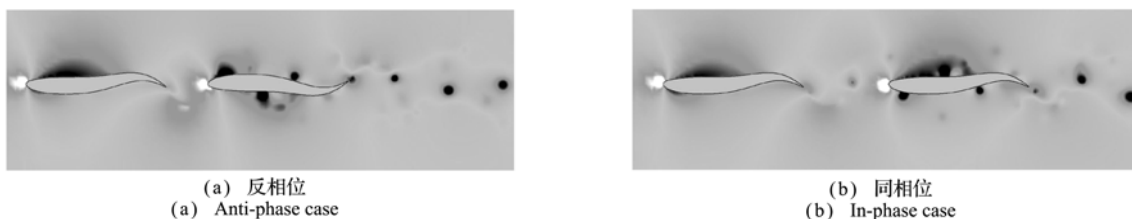


图 9  $t/T=20.50$  时的压力图  $d_0=0.5$   
Fig. 9 Pressure field around two fish at  $t/T=20.50$  ( $d_0=0.5$ )

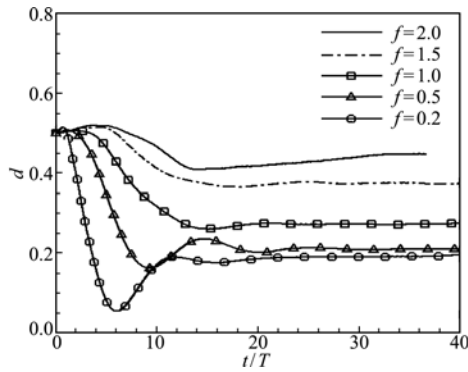


图10 不同摆频下水平间距  $d$  随时间的变化曲线 ( $d_0 = 0.5$ )  
Fig. 10 Time history of streamwise distance  $d$  for various tail-beat frequency ( $d_0 = 0.5$ )

#### 4 结论与展望

本文采用数值模拟方法,研究了摆频相同的两条串列仿生鱼在自主游动时的水动力学特性,并通过引入节能效率的概念,分析了串列游动对节能效果的影响。研究结果表明,

(1) 当达到自主推进状态时,两条仿生鱼之间有一个相对稳定的距离,稳定间距  $d^*$  随着雷诺数的增大而增大。此外初始间距和相位差也对  $d^*$  有一定的影响。

(2) 相同摆频情况下,串列仿生鱼的自主游动速度大于单条鱼的速度,且随着  $d^*$  的减小而增大。

(3) 高推进效率并不意味着高节能效率,  $d^*$  对节能效率的影响远大于推进效率。

(4) 无论同相位还是反相位游动,节能效果都很显著。但从整体平均节能效果来看,反相位游动时节能效果更加明显,平均节能效率达到 22.4%。

(5) 两条鱼串列游动时,鱼 2 的阻力增加,功耗减少,说明鱼 2 从鱼 1 的尾涡中吸收了能量,从而达到节能的效果。当  $d^*$  较小时,鱼 2 还会对鱼 1 产生一定的反推作用,从而使鱼 1 的阻力减小。

本文仅研究了摆频相同情况下两条大小相同的二维仿生鱼的串列游动,而在自然界的鱼群中,鱼的摆频和尺寸都不尽相同的。如果鱼 2 的摆频小于鱼 1,节能效果是否更明显呢?  $d^*$  会随着鱼 2 的摆频如何变化呢? 当两条鱼的尺寸不同时,节能效果是否同样存在呢? 在不同雷诺数下,节能效果又有何不同呢? 从同相位游动时鱼 2 的节能效率随  $d^*$  的变化可以看出,节能效率不是  $d^*$  的单调函数,那么是否存在最优的  $d^*$  呢? 如果鱼 2 在垂直运动方向上错开一点距离,对节能效果又有什么影响呢? 这些问题对于理解鱼群游动中的节能机制都很重要,今后将针对这些问题做进一步的研究。

#### 参考文献 (References):

- [1] Weihs D. Hydromechanics of fish schooling [J]. *Nature*, 1973, **241**: 290-291.
- [2] 王亮, 吴锤结. “槽道效应”在鱼群游动中的节能机制研究[J]. *力学学报*, 2011, **43**(1): 18-23. (WANG Liang, WU Chui-jie. Energy saving mechanism of “channeling effect” in fish school swimming[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2011, **43**(1): 18-23. (in Chinese))
- [3] Weihs D, Webb P W. Optimization of locomotion[J]. *Fish Biomechanics*, 1983, 339-371.
- [4] Gopalkrishnan R, Triantafyllou M, Triantafyllou G, et al. Active vorticity control in a shear flow using a flapping foil[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1994, **274**: 1-21.
- [5] Liao J C. Neuromuscular control of trout swimming in a vortex street; implications for energy economy during the Karman gait[J]. *Journal of Experimental Biology*, 2004, **207**: 3495-3506.
- [6] Deng J, Shao X M, Yu Z S. Hydrodynamic studies on two traveling wavy foils in tandem arrangement[J]. *Physics of Fluids*, 2007, **19**: 113104.
- [7] Schultz W W, Webb P W. Power requirements of swimming: do new methods resolve old questions? [J]. *Integrative and Comparative Biology*, 2002, **42**: 1018-1025.
- [8] Tytell E D. Do trout swim better than eels? Challenges for estimating performance based on the wake of self-propelled bodies [J]. *Experiments in Fluids*, 2007, **43**: 701-712.
- [9] Borazjani I, Sotiropoulos F. Numerical investigation of the hydrodynamics of carangiform swimming in the transitional and inertial flow regimes[J]. *Journal of Experimental Biology*, 2008, **211**: 1541-1558.
- [10] Popinet S. Gerris; a tree-based adaptive solver for the incompressible Euler equations in complex geometries [J]. *Journal of Computational Physics*, 2003, **190**: 572-600.
- [11] Mittal R, Dong H, Bozkurttas M, et al. A versatile sharp interface immersed boundary method for incompressible flows with complex boundaries[J]. *Journal of Computational Physics*, 2008, **227**: 4825-4852.
- [12] Wang L, Wu C J. An adaptive version of ghost-cell immersed boundary method for incompressible flows with complex stationary and moving boundaries[J]. *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, 2010, **53**(5): 923-932.

(下转第 748 页)

## A new method of formulating the consistent mass matrices for force-based beam elements

ZUO Zhan-xuan<sup>1</sup>, LI Shuang<sup>\*1</sup>, ZHAI Chang-hai<sup>1</sup>, XIE Li-li<sup>1,2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150090, China;

2. Institute of Engineering Mechanics, China Earthquake Administration, Harbin 150080, China)

**Abstract:** The displacement-based beam elements can not effectively describe the internal displacement field for variable cross-section beams. The only method to solve this problem is to use more elements, which will increase the computational cost. Force-based beam elements, which use the force interpolation functions and can get the accurate displacement interpolation functions, have advantages of dealing with the variable cross-section beams and have higher accuracy than the displacement-based beam elements. This paper derives the consistent mass matrices considering moment of inertia and shear deformation. The accuracy and efficiency of the mass matrices is verified by numerical examples.

**Key words:** beam elements; shear deformation; consistent mass matrices

~~~~~  
(上接第 732 页)

## Numerical simulation of two self-propelled fish swimming in a tandem arrangement

WANG Liang<sup>\*1</sup>, WANG Ming<sup>2,3</sup>, FU Qiang<sup>1</sup>

(1. School of Meteorology and Oceanography, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101, China;

2. School of Hydraulic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

3. Yellow River Institute of Hydraulic Research, Zhengzhou 450003, China)

**Abstract:** Using an adaptive version of immersed boundary method, the self-propelled swimming of two tandem fish with the same tail-beat frequency was investigated numerically. The energy-saving effect was analyzed by introducing a novel concept of energy-saving efficiency. The results show that the self-propelled swimming speeds of the two tandem fish are higher than that of single fish. The drag of the downstream fish is increased, and the power consumption is reduced, which means the downstream fish can extract energy from the vortex induced by the upstream fish. On the other hand, the upstream fish can also benefit from the downstream fish when the streamwise distance between the two tandem fish is small enough. In addition, the results also show that high propulsive efficiency does not mean high energy-saving efficiency. The energy-saving effect of the anti-phase case is more remarkable than that of the in-phase case. The average energy-saving efficiency of the anti-phase case is as high as 22.4%.

**Key words:** tandem arrangement; self-propelled swimming; propulsive efficiency; energy-saving efficiency