

文章编号: 1000-8055(2013)07-1624-13

球轴承多体接触动力学研究

姚廷强, 王立华, 迟毅林, 黄亚宇
(昆明理工大学 机电工程学院, 昆明 650093)

摘 要: 考虑钢球、套圈和保持架的动态接触关系, 提出了机械系统中球轴承多体动力学分析的新方法. 基于套圈滚道的三角网格模型, 实现了钢球和套圈滚道的动态接触力的预测搜索算法, 建立了计及润滑和 Hertz 接触作用的三维角接触球轴承多体接触动力学模型. 运用广义- α 方法计算分析了预紧力和旋转径向力作用下角接触球轴承的多体接触动力学特性, 获得了球轴承的动态接触力、拖动力和运动轨迹及频谱等振动响应, 并利用 Gupta 经典实例模型进行了实验验证. 轻载中等速度下钢球的角速度以 184.5 rad/s^{-2} 波幅周期变化, 旋滚比以 0.01 波幅周期变化, 角加速度与动态接触载荷的频谱具有相同的 $56.1, 112.2 \text{ Hz}$ 等谐波成分. 中等载荷高速下保持架中心的运动轨迹呈现出以 83.3 Hz 和 200 Hz 双频率拟周期的平动运动.

关键词: 接触动力学; 角接触球轴承; 多体系统动力学; 三角网格方法; 保持架

中图分类号: V233.1; TB115

文献标志码: A

Multibody contact dynamics research on ball bearing

YAO Ting-qiang, WANG Li-hua, CHI Yi-lin, HUANG Ya-yu
(School of Mechanical and Electric Engineering,
Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China)

Abstract: Considering the dynamic contact relationship between balls, rings and cage, a new method was brought out for multibody dynamics analysis of ball bearings in mechanical systems. The searching algorithm for prediction of dynamic contact force was carried out based on the triangle mesh models of ring races. The three dimensional multibody contact dynamics model of angular contact ball bearing was constructed with lubrication and Hertz contact and calculated by generalized- α algorithms under axial preload and rotated radial load. The results of dynamic contact force, trajectory of motion, phase diagram and frequencies were achieved and verified by the Gupta classical model. The angular acceleration and ratio of revolution to rolling of a ball were periodic varying with amplitude 184.5 rad/s^{-2} and 0.01 respectively under light load and middle speed. The harmonic frequencies of angular acceleration and dynamic contact force were similar such as 56.1 Hz and 112.2 Hz . The vibration of cage center was quasi-periodic with two frequencies 83.3 Hz and 200 Hz under middle load and high speed.

Key words: contact dynamics; angular contact ball bearing;
multibody system dynamics; triangle mesh method; cage

现代机械系统具有高速度、高精度、高载荷质量比和高可靠性等的发展趋势, 滚动轴承的动态

性能对旋转机械系统动力学特性有着至关重要的影响^[1-2]. 现代机械系统中滚动轴承动力学方面的

收稿日期: 2012-06-06

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20130711.1810.201307.1624_030.html

基金项目: 国家自然科学基金(11002062); 昆明理工大学引进人才基金(KKSA20091026)

作者简介: 姚廷强(1979—), 男, 四川资阳人, 讲师、硕士生导师, 博士, 主要从事柔性多体系统动力学研究.

问题越来越突出,如何解决这些问题成为保证和进一步提高滚动轴承支承的旋转机械转速及其工作可靠性的关键所在^[1-2].有必要进一步研究球轴承多体接触动力学行为,为考虑滚动轴承的机械系统动力学分析和动态设计提供一种有效的新方法.

国内滚动轴承集中在考虑波纹度和润滑等复杂因素的拟动力学研究,基于套圈控制理论假设,忽略轴承钢球陀螺自旋和动态接触冲击,难以研究高速轴承动力学特性.谢鹏飞和邓四二等^[3-4]用 ADAMS 软件研究了考虑柔性体保持架的球轴承拟动力学分析和保持架瞬态动力学分析.刘秀海^[5]和滕弘飞在 Gupta^[6]研究的基础上计算分析保持架的打滑和稳定性.刘品和黄迪山等^[7]通过实验测试分析了保持架的运动轨迹及频谱结果.姚廷强^[8]和迟毅林忽略保持架和润滑影响,研究了球轴承多体接触动力学特性.张伟刚和韩宝财等^[9-10]研究了球轴承-主轴或转子系统的非线性拟动力学特性.Nataraj 等^[11-12]研究保持架磨损和不平衡力下滚动轴承-转子系统的非线性拟动力学特性.Ashtekar 等^[13]以离散元方法建立了球轴承力学模型,研究了涡轮增压机转子动力学特性.Jain 等^[14]以等效弹簧阻尼单元描述保持架特性,分析了风能机组用球轴承拟动力学特性.

从系统动力学观点出发,考虑球轴承各零件的全部运动自由度,钢球、套圈和保持架的三维动态实际接触关系,建立实时模拟角接触球轴承性能的套圈滚道三角网格模型和多体接触全动力学模型,计算分析旋转径向力作用下的球轴承动力学特性.

1 角接触球轴承动态接触关系

1.1 广义坐标的选择

图 1 为考虑保持架的球轴承多体接触动力学模型.定义惯性直角坐标系 OXYZ 原点 O 位于球轴承的中心,Z 轴与轴承的轴线重合,Y 轴沿着径向载荷的方向(或重力方向),X 轴由 Y 轴与 Z 轴通过右手定则确定,且轴承外圈体坐标系 $O_0x_0y_0z_0$ 与惯性坐标系重合.球轴承的钢球、内圈和保持架的质心的平动均在惯性直角坐标系中描述,即它们的位置由体坐标系的平动坐标 $s(x, y, z)$ 来描述,方位由体坐标系在惯性坐标系下的卡尔丹角 $\Theta(\phi, \psi, \theta)$ (Cardan angles) 3 个独立的角坐标来描述^[8,15].内圈、外圈、钢球和保持架的广义坐标分别为

$$q_i = \{s_i, \Theta_i\}^T, q_o = \{s_o, \Theta_o\}^T$$

$$q_b^j = \{s_b^j, \Theta_b^j\}^T; q_c = \{s_c, \Theta_c\}^T$$

其中 $j=1, 2, \dots, Z$. 因此,考虑保持架的球轴承多体接触动力学模型的广义坐标 q 为

$$q = [q_i \quad q_o \quad q_b \quad q_c]^T \quad (1)$$

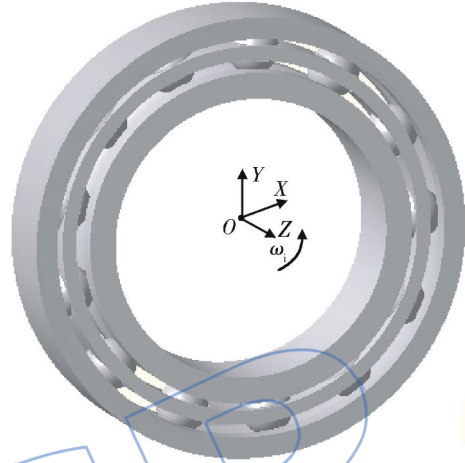


图 1 角接触球轴承

Fig. 1 Angular contact ball bearing

1.2 套圈滚道表面的三角网格模型

根据套圈滚道表面形成原理,球轴承套圈滚道表面是由一个圆环(torus)的部分表面构成.由于套圈滚道直径和滚道曲率半径为常数,因此套圈滚道表面上任意点相对于套圈几何中心(即体坐标系原点)的相对参数方程为

$$S \begin{bmatrix} x'_* \\ y'_* \\ z'_* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R'_* + R_* \cos \gamma_*) \cos \varphi_* \\ (R'_* + R_* \cos \gamma_*) \sin \varphi_* \\ R_* \sin \gamma_* + \xi_* \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中 * 为 i 或 o.

$$R'_i = d_i/2 + R_i, R'_o = D_o/2 - R_o$$

式中 d_i, D_o 分别为内、外套圈滚道直径; R_i, R_o 分别为内、外圈滚道曲率半径; φ, γ 分别为钢球方位角和内外套圈的沟道角. $\xi_i = -[R_i - (D_w/2)] \sin \alpha$, $\xi_o = [R_o - (D_w/2)] \sin \alpha$ 为滚道表面上离散点的偏置. D_w 和 α 分别为钢球直径和公称接触角.

套圈滚道表面的圆环相对参数方程式(2)中仅有 φ_i (或 φ_o)和 γ_i (或 γ_o)为变量,因此将滚道分布角等份离散,计算在套圈体坐标系下套圈滚道表面的三维坐标离散点,运用三角网格法^[8,16]建立套圈滚道的三角网格单元,算法向矢量,如图 2 和图 3 所示.

如果三角网格单元是由 $P_{wi, hi}, P_{wi, hi+1}$ 和 $P_{wi+1, hi+1}$ 构成,由离散点构成矢量为

$$n_A = \overrightarrow{P_{wi, hi} P_{wi+1, hi+1}}, n_B = \overrightarrow{P_{wi, hi} P_{wi, hi+1}} \quad (6)$$

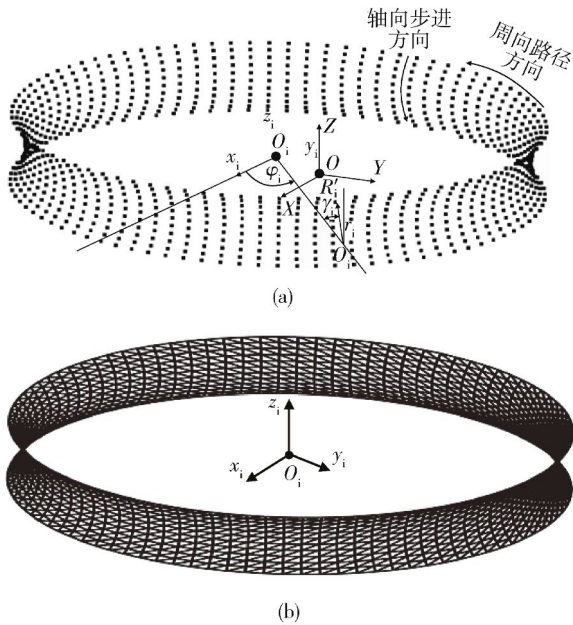


图2 内圈滚道的有序离散点和三角网格模型
Fig.2 Ordered discrete points and triangle mesh model of inner races

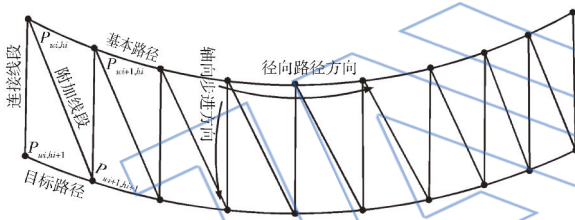


图3 套圈滚道的三角网格法
Fig.3 Triangle mesh method for races of rings

如果三角网格单元是由 $P_{wi,hi}, P_{wi+1,hi}$ 和 $P_{wi+1,hi+1}$ 构成,由离散点构成矢量为

$$\mathbf{n}_A = \overrightarrow{P_{wi+1,hi+1} P_{wi,hi}}, \quad \mathbf{n}_B = \overrightarrow{P_{wi+1,hi+1} P_{wi+1,hi}} \quad (7)$$

由右手定则和矢量差乘可以计算出每个三角网格单元的外法向矢量为

$$\mathbf{n}_s = \mathbf{n}_A \times \mathbf{n}_B \quad (8)$$

忽略球轴承的结构弹性变形,考虑钢球与套圈的接触弹性变形,在套圈的中心体坐标系下,套圈滚道表面的三维坐标离散点 P 的位置和方向是不变的,由此构成三角网格单元的相对位置和方向也是不变的.因此,只需一次建立套圈滚道的三角网格模型,就可以得到三角网格单元的位置、方向、顶点和法向矢量等计算数据.

1.3 钢球和套圈的动态接触关系

运转状态下球轴承实质上是存在钢球与套圈滚道表面的动态接触关系,因此本文以一定数量的三角网格单元近似地描述套圈滚道的表面轮廓,建立钢球和套圈的动态接触关系.

廓,建立钢球和套圈的动态接触关系.

图4、图5为钢球与内、外圈滚道的相互作用示意图.在内圈体坐标系下钢球 j 与内圈或外圈滚道表面的三角网格单元 s 间的相互作用关系为

$$\mathbf{s}'_i = \mathbf{s}'_{ib} + \mathbf{A}'_{ib} \mathbf{s}''_{ib} \quad (9a)$$

$$\mathbf{s}'_o = \mathbf{s}'_{ob} + \mathbf{A}'_{ob} \mathbf{s}''_{ob} \quad (9b)$$

由此可得钢球 j 与内圈滚道表面三角单元 s 的相对位置矢量为

$$\mathbf{s}''_{ib} = (\mathbf{A}'_{ib})^T (\mathbf{s}'_i - \mathbf{s}'_{ib}) = (\mathbf{A}'_{ib})^T \mathbf{s}'_i - (\mathbf{A}'_{ib})^T (\mathbf{s}'_{ib} - \mathbf{s}_i) \quad (10a)$$

$$\mathbf{s}''_{ob} = (\mathbf{A}'_{ob})^T (\mathbf{s}'_o - \mathbf{s}'_{ob}) = (\mathbf{A}'_{ob})^T (\mathbf{s}'_o - \mathbf{s}'_{ob}) \quad (10b)$$

式中 $\mathbf{s}'_{ib}, \mathbf{s}'_{ob}$ 分别为钢球 j 与内、外圈体坐标系的相对位置, $\mathbf{s}'_{ib} = \mathbf{s}'_i; \mathbf{s}''_{ib}, \mathbf{s}''_{ob}$ 分别为钢球 j 与内、外圈滚道上的三角单元 s 的相对位置. $\mathbf{s}'_i, \mathbf{s}'_o$ 为网格单元 s 在内、外圈体坐标系下常数位置矢量,由三角网格单元 s 的相应离散点坐标方程式(2)确定. $\mathbf{A}'_{ib}, \mathbf{A}'_{ob}$ 分别为内、外圈体坐标系到钢球 j 体坐标系的方向变换矩阵.由于轴承外圈固定,其体坐标系

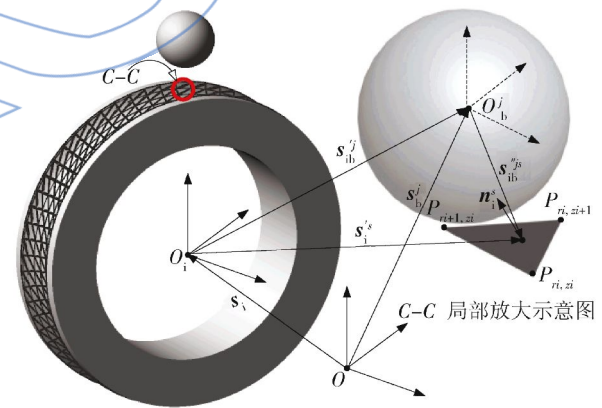


图4 钢球与内圈滚道的接触力学模型
Fig.4 Contact mechanical model for steel balls and inner race

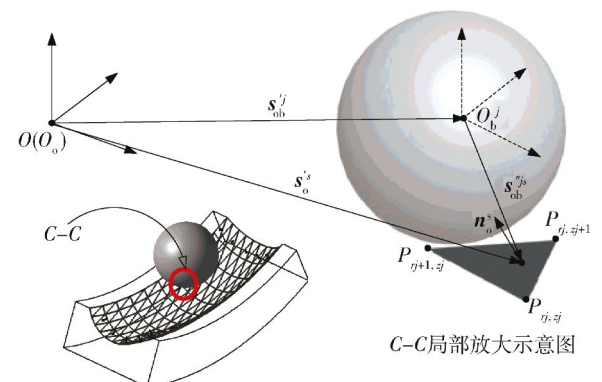


图5 钢球与外圈滚道的接触力学模型
Fig.5 Contact mechanical model for steel balls and outer race

系与惯性坐标系相同,则惯性坐标系到外圈体坐标系的变化矩阵 \mathbf{A}_o 为单位常数矩阵, \mathbf{A}_b^j 为惯性坐标系到钢球体坐标系的方向变换矩阵,则

$$\mathbf{A}_{ib}^i = \mathbf{A}_i^T \mathbf{A}_b^j, \mathbf{A}_{ob}^j = \mathbf{A}_o^T \mathbf{A}_b^j = \mathbf{A}_b^j$$

由相对位置矢量式(10)知,钢球与套圈滚道表面的三角网格单元的相互作用实质上转换为钢球与内、外圈的相互作用关系.将其分别沿着内、外圈的三角单元 s 的法线方向 \mathbf{n}_i^s 和 \mathbf{n}_o^s 进行投影,可以计算出各自的法向相对距离为

$$r_{ib}^{jls} = \mathbf{n}_i^s \mathbf{s}_{ib}^{jls}, r_{ob}^{jls} = \mathbf{n}_o^s \mathbf{s}_{ob}^{jls} \quad (11)$$

式中 \mathbf{n}_i^s 和 \mathbf{n}_o^s 分别是相对于内、外圈体坐标系下三角网格单元的常数法向量.

为方便讨论, r_{ib}^{jls} 和 r_{ob}^{jls} 统称为 r_b^{jls} , r_b^{jls} 为钢球与套圈的三角网格单元 s 的法向相对距离, r_b 为钢球的参数化半径.当 $r_b^{jls} \geq r_b$ 时,钢球与套圈滚道无接触作用,接触预测程序跳过接触力计算程序;当 $r_b^{jls} < r_b$ 时,钢球与套圈滚道的三角单元发生接触作用,则法向相对渗透量为

$$\delta = r_b - r_b^{jls} \quad (12)$$

因此,在套圈体坐标系下,基于罚函数法的动态接触力显示表达式,可得钢球与套圈之间发生 Hertz 接触作用时的接触力显示表达式.

$$\mathbf{F}_{ib}^j = \sum_{s=1}^k \left[K_{ib} (\delta_{ib}^{js})^{3/2} \frac{\partial \delta_{ib}^{js}}{\partial \mathbf{q}_b^j} + c_{ib} \delta_{ib}^{js} \frac{\partial \delta_{ib}^{js}}{\partial \dot{\mathbf{q}}_b^j} \right] \quad (13a)$$

$$\mathbf{F}_{ob}^j = \sum_{s=1}^l \left[K_{ob} (\delta_{ob}^{js})^{3/2} \frac{\partial \delta_{ob}^{js}}{\partial \mathbf{q}_b^j} + c_{ob} \delta_{ob}^{js} \frac{\partial \delta_{ob}^{js}}{\partial \dot{\mathbf{q}}_b^j} \right] \quad (13b)$$

式中球轴承点接触时指数 $n=1.5$,接触阻尼函数为 $c = \text{step}(\delta, 0, 0, \delta_0, c_0)$, δ_0, c_0 分别为最大接触深度和阻尼, $\partial \delta / \partial \dot{\mathbf{q}}$ 为相对速度方向函数^[8,17], $\delta, \dot{\delta}$ 分别为渗透量和渗透速度.

在弹流润滑状态下,钢球和套圈滚道之间的摩擦力为润滑油的拖动力^[3-5,17],可由椭圆接触区域内的拖动系数和法向接触力来计算摩擦力.

$$\mathbf{F}_t = \mu_t \mathbf{F}_{*b} \quad (14)$$

式中 \mathbf{F}_{*b} 为切片单元的法向接触力,由式(13)计算. μ_t 为润滑剂的拖动系数,与接触表面的切向相对速度,润滑剂的压力、温度和性能参数等有关,由润滑油的拖动实验和曲线拟合获得^[17-19].

1.4 钢球和保持架的动态接触关系

为了处理钢球和保持架兜孔的动态接触关系,建立兜孔直角坐标系 $O_c^j x_c^j y_c^j z_c^j$ 来计算钢球与保持架兜孔的最小间隙或变形量.图 6 为钢球与

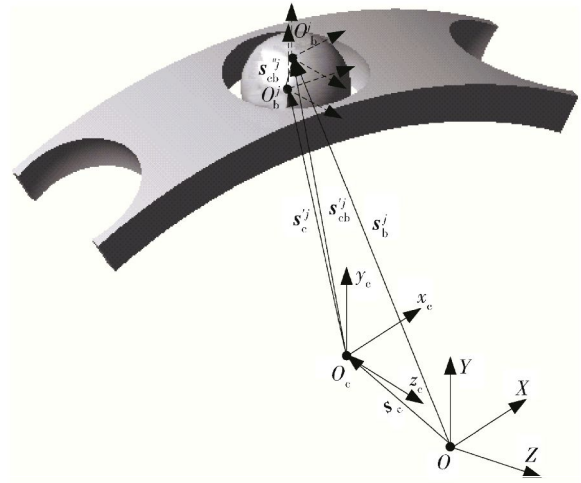


图 6 钢球与保持架的接触力学模型

Fig. 6 Contact mechanical model for steel balls

and cage
保持架的接触力学模型. $O_c^j x_c^j y_c^j z_c^j$ 为保持架兜孔直角坐标系, O_c^j, y_c^j, z_c^j 分别为保持架的兜孔中心、圆周方向、径向方向和轴线方向.

$$\mathbf{s}_c = \mathbf{s}_b^j + \mathbf{A}_c \mathbf{s}_{cb}^{jls} \quad (15a)$$

$$\mathbf{s}_{cb}^{jls} = \mathbf{s}_c^j + \mathbf{A}_c^j \mathbf{s}_{cb}^{jls} \quad (15b)$$

式中 $\mathbf{s}_c, \mathbf{s}_b^j$ 分别确定了保持架和钢球 j 的质心在惯性坐标系下的平动位移. \mathbf{s}_c^j 为兜孔中心在保持架体坐标系的常数位置矢量, \mathbf{s}_{cb}^{jls} 分别为钢球 j 的质心在兜孔坐标系下的相对位置. \mathbf{A}_c 为惯性坐标系到保持架体坐标系的方向矩阵, \mathbf{A}_c^j 为保持架体坐标系到兜孔坐标系的常数方向矩阵.

对于角接触球轴承而言,在兜孔坐标系下钢球质心与兜孔中心的位置矢量为

$$\mathbf{s}_{cb}^{jls} = (\mathbf{A}_c^j)^T [(\mathbf{A}_c^T (\mathbf{s}_c - \mathbf{s}_b^j) - \mathbf{s}_c^j)] \quad (16)$$

角接触球轴承中钢球与圆柱型兜孔的间隙为

$$h_{cb}^j = \Delta_{cb} - \sqrt{(x_{cb}^{jls})^2 + (z_{cb}^{jls})^2} \quad (17)$$

式中 h_{cb}^j 为钢球与兜孔的最小间隙, Δ_{cb} 为钢球 j 与保持架兜孔的半径间隙, $\Delta_{cb} = (d_c - D_b)/2$, d_c 为保持架兜孔直径, D_b 为钢球直径.

为了预测钢球与兜孔表面的实时接触状态,设 Δ_0 为接触状态转换的油膜厚度临界值,其与接触表面粗糙度和最小油膜厚度等有关,本文忽略表面粗糙度的影响,取值 $\Delta_0 = 0$ 简化计算.当 $h_{cb}^j \geq \Delta_0$ 时,即钢球与兜孔不存在干涉量时,钢球与兜孔仅有流体动压作用,而无 Hertz 接触作用.当 $h_{cb}^j < \Delta_0$ 时,即钢球与兜孔存在干涉量时,钢球与兜孔同时存在流体动压作用力和 Hertz 接触作用力.此时钢球与兜孔的 Hertz 接触弹性变形为

$$\delta_{cb}^j = h_{cb}^j - \Delta_0 \quad (18)$$

因此在保持架体坐标系下,钢球与兜孔的法向接触力和切向摩擦力为

$$\mathbf{F}_{cb}^j = K_{cb} (\delta_{cb}^j)^{\frac{3}{2}} \frac{\partial \delta_{cb}^j}{\partial \mathbf{q}_b^j} + c_{cb} \delta_{cb}^j \frac{\partial \delta_{cb}^j}{\partial \dot{\mathbf{q}}_b^j} + \mathbf{F}_{ce}^j \quad (19)$$

$$\mathbf{F}_{cbt} = \mu_{cb} \mathbf{F}_{cb} \quad (20)$$

式中 μ_{cb} 为钢球和保持架兜孔的摩擦因数,由于钢球和保持架兜孔之间的滑动较大, μ_{cb} 可取为常数^[5],其余参数与式(15)含义相同。

在 NASA 开发的滚动轴承-转子系统力学分析软件 SHABERTH 中,基于第 5 代角接触球轴承试验模型基础上引入 Hertz 接触弹性变形量,可得角接触球轴承中钢球与兜孔的法向作用力^[3-4]。

$$\mathbf{F}_{cb} = \begin{cases} \mathbf{F}_{ce}^j = K_{ch} h_{cb}^j & h_{cb}^j \geq \Delta_0 \\ \mathbf{F}_{cb}^j + K_{ch} \Delta_{cb} & h_{cb}^j < \Delta_0 \end{cases} \quad (21)$$

式中 K_{ch} 为试验数据确定的线性逼近常量,对于球轴承 $K_{ch} = 11/\Delta_{cb}$ ^[3-4]。

1.5 保持架和套圈的动态接触关系

考虑钢球、保持架和套圈的动态接触关系,角接触球轴承的保持架具有 6 个自由度,可将套圈与保持架间的相互作用等效处理为短滑动轴承问题^[3-5]。图 7 为保持架与套圈引导面的接触力学模型。在惯性坐标系下保持架定心表面上点 p_c 的位置为

$$\mathbf{s}_o^R = \mathbf{s}_c + \mathbf{A}_c \mathbf{s}_c^{\prime p} \quad (22)$$

在保持架质心坐标系下,外圈引导面与保持架定心表面上任意点的位置关系为

$$\mathbf{s}_c^{\prime p} = \mathbf{s}_c^{\prime R} + \mathbf{A}_p \mathbf{s}_g^{\prime \prime} \quad (23a)$$

$$\mathbf{s}_g^{\prime \prime} = \mathbf{A}_p^T (\mathbf{s}_c^{\prime p} - \mathbf{s}_c^{\prime R}) = \mathbf{A}_p^T [\mathbf{A}_c^T (\mathbf{s}_c - \mathbf{s}_o^R) - \mathbf{s}_c^{\prime R}] \quad (23b)$$

对于角接触球轴承而言,在径向平面内外圈引导面与保持架定心表面的相对位置,即为保持架中心的偏心率。

$$\Delta_g = \sqrt{(x_g^{\prime \prime})^2 + (y_g^{\prime \prime})^2} \quad (24)$$

则外圈引导面与保持架之间的动态趋近量为

$$h_g = C_g - \Delta_g \quad (25)$$

式中 h_g 为外圈引导面与保持架定心表面之间的动态趋近量, C_g 为外圈与保持架的引导间隙的半径量, $C_g = (D_2 - D_c)/2$, D_2, D_c 分别为外圈挡边直径和保持架外直径。

当 $h_g \geq \Delta_0$ 时,即钢球与兜孔不存在干涉量时,引导面仅存在流体动压作用,而无 Hertz 接触作用,可将引导面的流体动压作用力等效为短滑动轴承作用力^[3-5]。

$$\mathbf{F}_{gx} = -\eta_0 V_g \epsilon_g^2 L_g^3 / [C_g^2 (1 - \epsilon_g^2)] \quad (26a)$$

$$\mathbf{F}_{gy} = \pi \eta_0 V_g \epsilon_g L_g^3 / [4C_g^2 (1 - \epsilon_g^2)^{1.5}] \quad (26b)$$

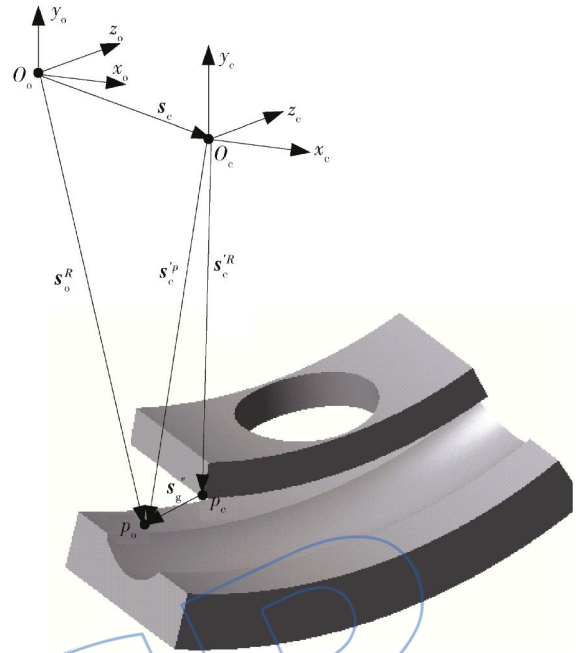


图 7 保持架与套圈引导面的接触力学模型

Fig. 7 Contact model for face of outer and cage

$$\mathbf{M}_{gz} = \pi \eta_0 V_g D_c L_g / (C_g \sqrt{1 - \epsilon_g^2}) \quad (26c)$$

式中 V_g 为保持架与外圈的相对速度,即为润滑油的拖动速度, L_g 为保持架定心表面的宽度, $\epsilon_{gc} = \Delta_g/C_g$ 为保持架中心的相对偏心率, η_0 为大气压下润滑油的动力黏度。

当 $h_g < \Delta_0$ 时,即钢球与兜孔存在干涉量时,引导面同时存在流体动压作用力和 Hertz 接触作用力。此时引导面的 Hertz 接触弹性变形为

$$\delta_g = \Delta_g - C_g \quad (27)$$

为处理保持架倾斜的情况,采用切片法得到分段圆进行求解,即把处于被引导部分的保持架外圆柱面分割成若干分段圆,判断与外圈引导面接触的分段圆个数,计算各个接触的分段圆的作用力,最后求和得总作用力。因此,在保持架体坐标系下,保持架定心表面与外圈引导面的法向接触力和库伦摩擦力为

$$\mathbf{F}_{gc}^i = K_g (\delta_g^i)^{\frac{10}{9}} \frac{\partial \delta_g^i}{\partial \mathbf{q}_c} + c_g \delta_g^i \frac{\partial \delta_g^i}{\partial \dot{\mathbf{q}}_c} \quad (28a)$$

$$\mathbf{F}_{gt}^i = \mu_g^i \mathbf{F}_{gc}^i \quad (28b)$$

式中 K_g 为保持架定心表面与外圈引导面的 Hertz 线接触刚度, μ_g^i 为库伦摩擦因数,其余参数与式(15)含义相同。

则保持架定心表面受到外圈引导面的作用力为

$$\mathbf{F}_{go} = \begin{cases} \mathbf{F}_g & h_g \geq \Delta_0 \\ \sum_{i=1}^m \mathbf{F}_{gc}^i + \mathbf{F}_g & h_g < \Delta_0 \end{cases} \quad (29)$$

式中 m 为保持架定心表面的分段圆数目。

由球轴承各零件动态作用力可以计算出在不同坐标系下的作用力矩,由于篇幅限制,此处省略。

2 动力学模型和求解过程

2.1 角接触球轴承动力学模型

在套圈和保持架体坐标系下钢球受到内圈,外圈,保持架的作用力分别为式(13)、式(14)和式(19)~式(21)。在保持架体坐标系下保持架外圈引导面的作用力为式(26)和式(28),保持架受到钢球的作用力和力矩为

$$\mathbf{F}_{bc} = \sum_{j=1}^Z \left[K_{cb} (\delta_{cb}^j)^{\frac{3}{2}} \frac{\partial \delta_{cb}^j}{\partial \mathbf{q}_c} + c_{cb} \dot{\delta}_{cb}^j \frac{\partial \dot{\delta}_{cb}^j}{\partial \dot{\mathbf{q}}_c} \right] + \mathbf{F}_{ce}^j \quad (30a)$$

在外圈坐体标系下外圈受到钢球和保持架的接触作用力和力矩为

$$\mathbf{F}_{bo} = \sum_{j=1}^Z \sum_{s=1}^l \left[K_{ob} (\delta_{ob}^{js})^{\frac{3}{2}} \frac{\partial \delta_{ob}^{js}}{\partial \mathbf{q}_o} + c_{ob} \dot{\delta}_{ob}^{js} \frac{\partial \dot{\delta}_{ob}^{js}}{\partial \dot{\mathbf{q}}_o} \right] \quad (30b)$$

$$\mathbf{F}_{gc}^i = K_g (\delta_g^i)^{\frac{10}{9}} \frac{\partial \delta_g^i}{\partial \mathbf{q}_o} + c_g \dot{\delta}_g^i \frac{\partial \dot{\delta}_g^i}{\partial \dot{\mathbf{q}}_o} \quad (30c)$$

内圈体坐标系下内圈受钢球作用力和力矩为

$$\mathbf{F}_{bi} = \sum_{j=1}^Z \sum_{s=1}^k \left[K_{ib} (\delta_{ib}^{js})^{\frac{3}{2}} \frac{\partial \delta_{ib}^{js}}{\partial \mathbf{q}_i} + c_{ib} \dot{\delta}_{ib}^{js} \frac{\partial \dot{\delta}_{ib}^{js}}{\partial \dot{\mathbf{q}}_i} \right] \quad (30d)$$

式中 Z 为球轴承的钢球数目; k, l 分别为内、外圈滚道上的三角网格单元的数目。

球轴承外圈固定,内圈以角速度 $\dot{\theta}_i = \omega_i$ 自由旋转。因此,球轴承各零件的运动约束方程为

$$\Phi = [\Phi_i \quad \Phi_o \quad 0 \quad 0]^T = 0 \quad (31)$$

式中

$$\begin{aligned} \Phi_i &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \theta_i - \omega_i t] \\ \Phi_o &= [x_o \quad y_o \quad z_o \quad \phi_o \quad \psi_o \quad \theta_o] \\ m_i \ddot{\mathbf{q}}_i &= \mathbf{F}_{ex} + \mathbf{F}_{ce}^i + \mathbf{G}_i - \mathbf{F}_i - \Phi_q^T \lambda_i \quad (32a) \end{aligned}$$

$$m_o \ddot{\mathbf{q}}_o = \mathbf{G}_o - \mathbf{F}_o - \Phi_q^T \lambda_o \quad (32b)$$

$$m_b^j \ddot{\mathbf{q}}_b^j = \mathbf{F}_{ce}^j + \mathbf{G}_b^j - \mathbf{F}_b^j \quad (32c)$$

$$m_c \ddot{\mathbf{q}}_c = \mathbf{F}_{ce}^c + \mathbf{G}_c - \mathbf{F}_c \quad (32d)$$

式中 \mathbf{G}_* 为内、外圈、钢球和保持架的 6 维重力列矢量;下标 * 分别为 i,o,b,c; m 为 6×6 质量惯量矩阵; \mathbf{F}_{ex} 为 6 维外力列矢量; \mathbf{F}_{ce} 为 6 维离心力列矢量; $\mathbf{F}_i, \mathbf{F}_o, \mathbf{F}_b^j$ 和 \mathbf{F}_c 分别为由内圈、外圈、钢球和保持架的动态接触力、摩擦力(拖动力)和力矩组成的 6 维列矢量; Φ_q^T 为约束雅可比矩阵; λ 为拉格朗日乘子。

$$(\Phi_q^T)_{\theta_i} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]$$

$$(\Phi_q^T)_{x_i} = (\Phi_q^T)_{y_i} = (\Phi_q^T)_{z_i} =$$

$$(\Phi_q^T)_{\phi_i} = (\Phi_q^T)_{\psi_i} = 0$$

$$(\Phi_q^T)_{x_o} = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$(\Phi_q^T)_{\phi_o} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0]$$

$$(\Phi_q^T)_{y_o} = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$(\Phi_q^T)_{\psi_o} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0]$$

$$(\Phi_q^T)_{z_o} = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$(\Phi_q^T)_{\theta_o} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]$$

内圈驱动角位移雅可比矩阵对应的拉格朗日乘子 λ_i 为驱动反力矩,外圈固定约束雅可比矩阵对应的拉格朗日乘子 λ_o 为约束反力和力矩,由静平衡关系确定初始值,根据动力学方程,利用数值算法进行迭代计算每一时间步的瞬时值。

由多体系统动力学方法,结合式(31)和式(32)最终得球轴承动力学方程为^[8,15]

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{F} - \Phi_q^T \lambda, \quad \Phi = 0 \quad (33)$$

式中 Φ 为约束方程, \mathbf{M} 为质量矩阵, λ 为拉格朗日列矢量, \mathbf{q} 为广义坐标列矢量, \mathbf{F} 为广义力矢量。

2.2 求解计算方法

基于 Matlab 软件平台编制数值计算程序,运用广义- α 法^[8,20]对角接触球轴承动力学微分代数方程式(13)进行计算求解。运用由给定各轴承零件的几何结构参数和运动条件的初始值,计算套圈滚道的三维离散点,进而建立套圈滚道的三角网格模型,确定运动微分方程的积分各零件的相对位置和运动状态。通过各零件的相对位置及运动关系分析,利用给出的钢球和套圈、钢球和保持架、保持架和外圈的动态接触关系式计算作用在各零件上的作用力和力矩。求得作用在每个零件上的力和力矩,然后运用多体动力学分析的广义- α 法对球轴承动力学方程组进行计算求解,可得角接触球轴承多体接触动态响应等结果。

3 球轴承动力学分析实例

3.1 计算边界条件

以球轴承 7010C 为例,球轴承外圈宏观静止,内圈受轴向预紧力和旋转径向力,以角速度驱动函数 $\text{step}(\text{time}, 0, 0, 0.2, \omega_i)$ 转动,计算分析考虑保持架的角接触球轴承多体接触动力学特性。球轴承内、外圈滚道曲率半径分别为 4.65 mm 和 4.75 mm,节圆直径为 65 mm,钢球直径和数目为 9 mm 和 18 颗,保持架外径为 69.54 mm,内径为

65.54 mm,外圈引导的保持架引导间隙值为 1.4 mm,兜孔直径为 9.2 mm. 钢球与套圈的接触刚度^[21]为 $K_{ci} = 9.31 \times 10^5 \text{ N/mm}^{1.5}$, $K_{co} = 8.09 \times 10^5 \text{ N/mm}^{1.5}$, 阻尼参数为 $0.05 \text{ N}\cdot\text{s/mm}^{[17]}$. 润滑油为 4109 航空润滑油^[18], 动力黏度 η_0 为 $0.033 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, 黏压系数 α 为 $1.28 \times 10^{-8} \text{ Pa}^{-1}$.

3.2 球轴承多体接触动力学计算结果

保持架的稳定性是高速球轴承突然失效的关键问题之一. 在高速旋转机械中, 旋转零部件的不平衡使得支承轴承要承受旋转的径向力, 这可能引起与轴承性能和疲劳寿命相关的严重问题^[6]. 考虑旋转径向力的轴承动力学特性比只有定值的径向力时的要复杂, 本文计算预紧力和旋转径向力下考虑保持架的高速角接触轴承的多体接触动力学特性.

图 8~图 12 为分别为球轴承受 200 N 预紧力和旋转径向力, 内圈转速为 6000 r/min 下角接触球轴承的计算结果. 图 8、图 9 分别为钢球和套圈滚道的动态接触力和内圈中心的运动轨迹. 由于旋转径向力、预紧力和离心力的影响, 角接触轴承的动态接触力呈现出正弦函数的双峰变化规律, 也使得钢球和外圈的接触力比内圈的要大些. 内圈中心的运动为圆形轨迹, 说明运动稳定性很好. 图 10 为保持架中心的运动轨迹. 保持架中心在径向平面内的运动为圆周运动, 稳定性较好, 幅值在 $-0.615 \sim 0.615 \text{ mm}$. 分析图 10(b) 可知: 在初始加速度阶段, 保持架轴向振动位移较大, 稳定运动后以幅值为 0.01 mm 波动. 说明变加速度运动对保持架的稳定性有着重要的影响. 图 11 为钢球的角位移和角速度. 钢球绕 X 轴和 Y 轴的角位移在 $\pm 3.0^\circ$ 内变化, 角速度在 $\pm 40 \text{ rad/s}$ 内变化. 由于

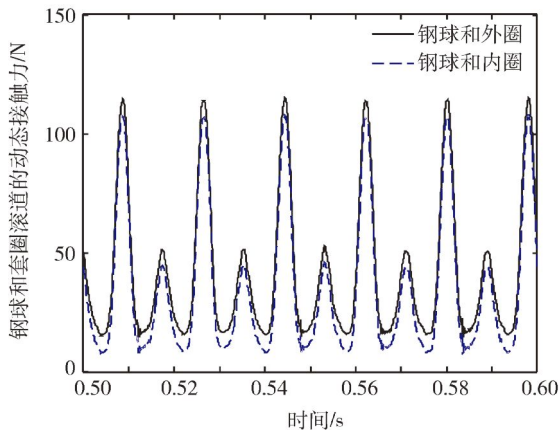


图 8 钢球和套圈滚道的动态接触力
Fig. 8 Dynamic contact force of steel ball and rings

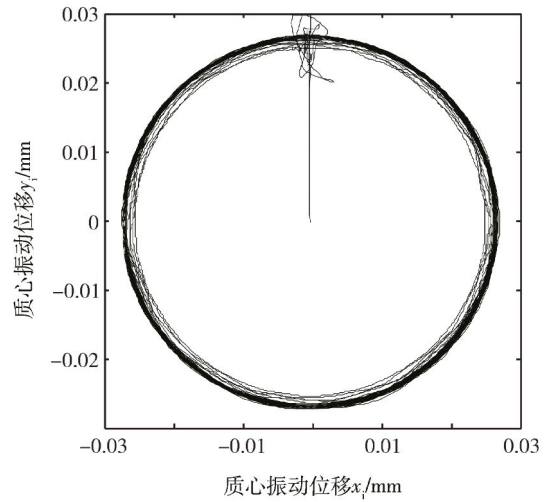
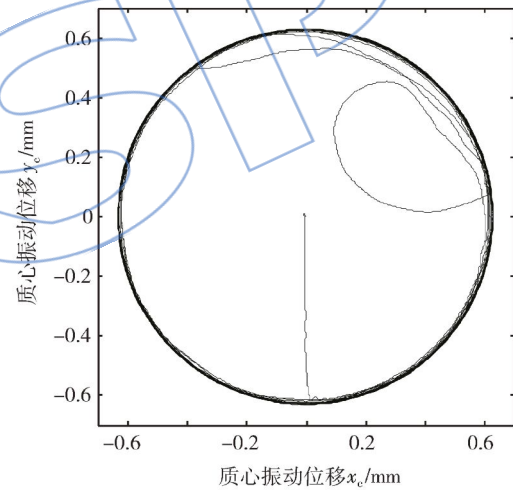
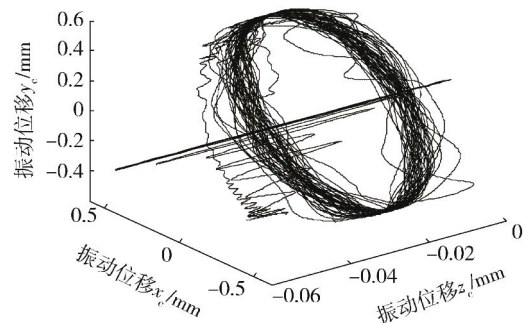


图 9 内圈中心的运动轨迹
Fig. 9 Moving trajectory of inner's center



(a) 保持架中心的二维平动轨迹



(b) 保持架中心的三维平动轨迹

图 10 保持架质心的运动轨迹
Fig. 10 Moving trajectory of cage's center of mass

润滑油的拖动, 旋转径向力作用和保持架的接触碰撞的影响, 钢球的自转角速度在 $-2190.1 \sim -2005.6 \text{ rad/s}$ 之间周期变化.

图 12 分别为保持架定心表面的作用力, 保持

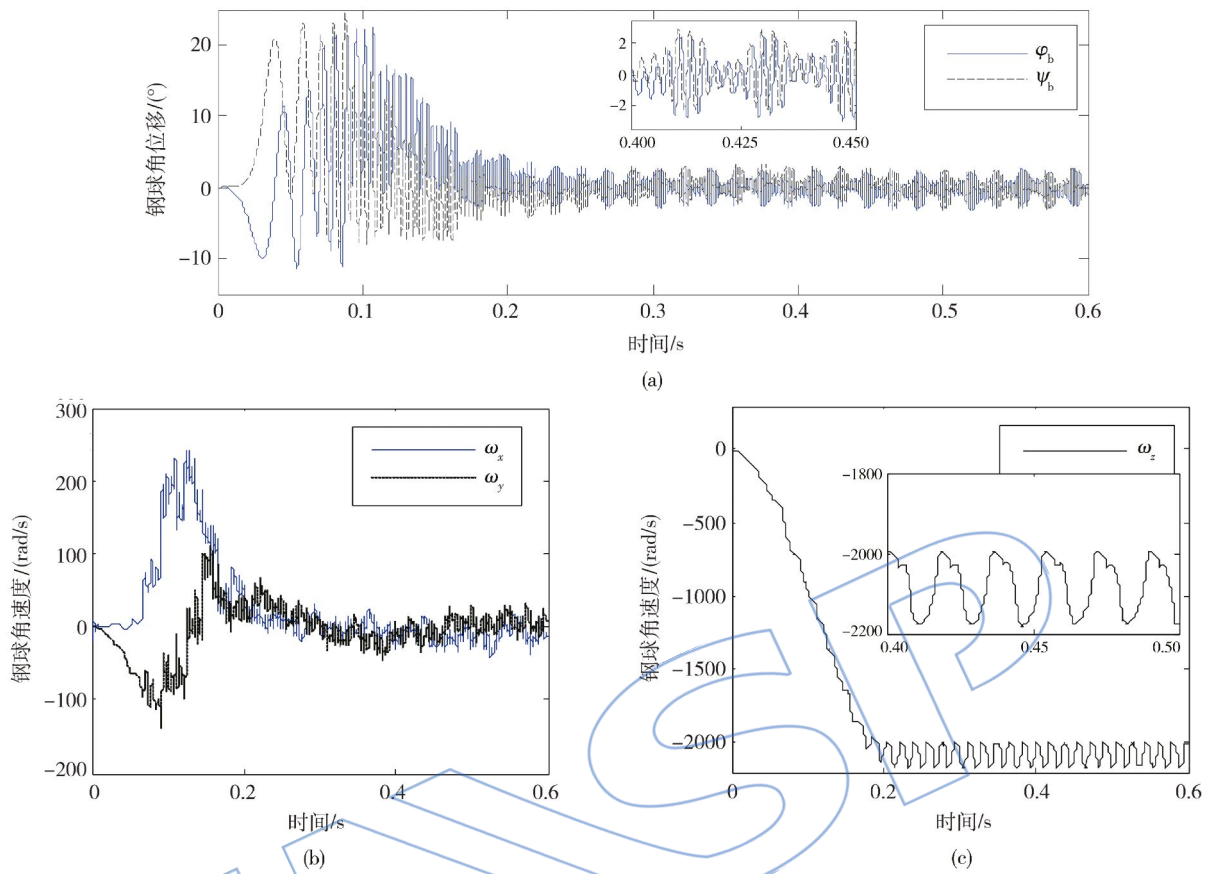


图 11 钢球自旋角位移和角速度

Fig. 11 Angular displacement and velocity of a spinning steel ball

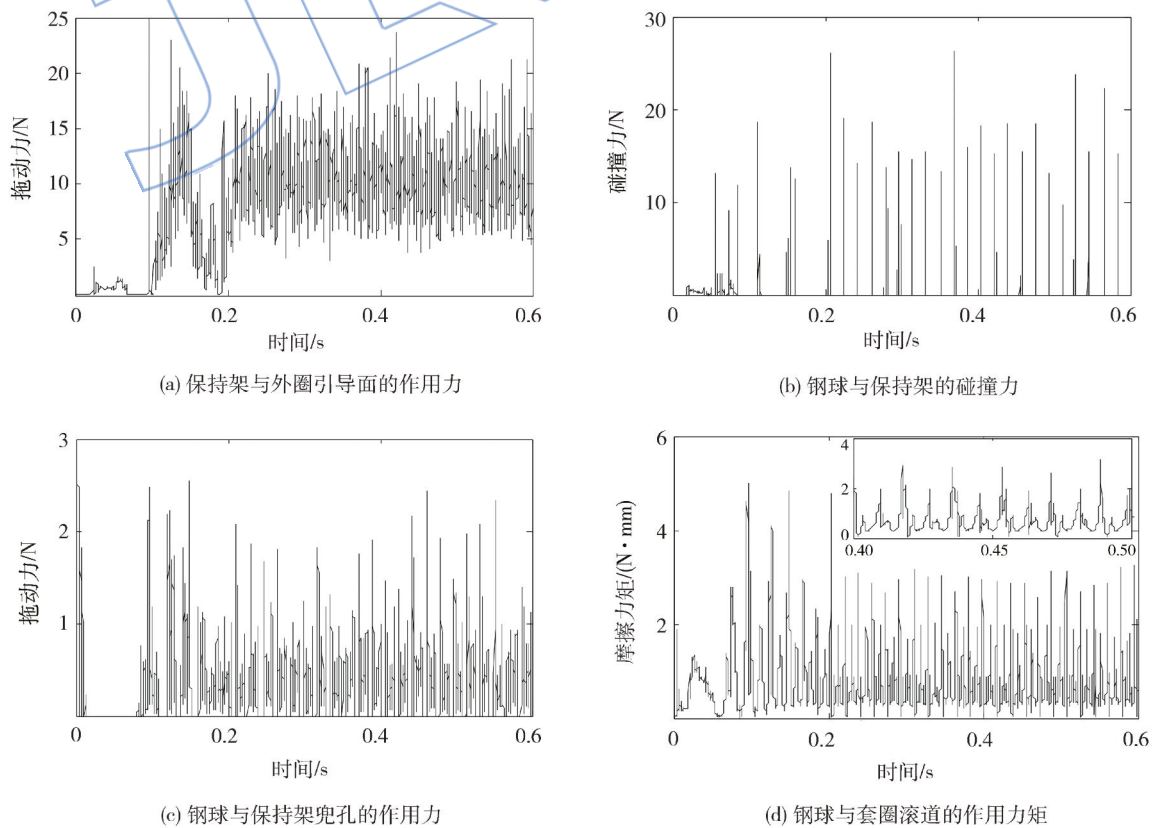


图 12 球轴承的动态作用力

Fig. 12 Dynamic force of a ball bearing

架兜孔的拖动力和接触碰撞力,钢球和套圈滚道的摩擦力矩.当保持架运动稳定后,保持架定心表面与外圈引导面之间的作用力最大值为23.7N,平均值为10.2N,说明外圈引导面处于良好的润滑状态,保持架定心表面与外圈引导面之间无Hertz接触碰撞.钢球与保持架兜孔之间的润滑作用力相对较小,最大值2.43N,平均值为0.31N.由于旋转径向力方向经过钢球时,且钢球自转角速度是变化的,与保持架公转角速度具有一定的差异,从而导致钢球和保持架兜孔之间存在接触碰撞力,最大值为26.3N,碰撞周期为0.018s.角接触球轴承中钢球与套圈滚道的摩擦力矩的大小和波动性直接影响球轴承的运动精度和寿命等方面.考虑旋转径向力和润滑油的拖动作用,本文利用摩擦力式(14)在钢球体坐标系下计算出滚动摩擦力矩的变化规律,如图12所示.

图13~图16分别为受5000N预紧力和4000N旋转径向力, $\omega_1=12000$ r/min下角接触球轴承的动力学计算结果.图13、图14分别为保持架中心的振动位移和运动轨迹,图15为保持架中心平动的相图.分析可知:保持架中心的径向平动位移具有双频振动成分(图17),运动轨迹不再是单一圆形,而是2周期次的拟周期环形振动图,由此保持架的运动稳定性变差,增加了球轴承的不稳定性.图16为保持架中心的X和Y方向的振动加速度响应.保持架的振动加速度最大值为 1.4×10^6 mm/s²,有效值(RMS)为 4.3×10^5 mm/s². X方向的最小值为 -1.3×10^6 mm/s² 和平均值为

758.3mm/s². Y方向的最小值为 -1.4×10^6 mm/s² 和平均值为 -522.5 mm/s². 由此可知,保持架的振动加速度幅值较大,保持架的振动相对平稳但较为剧烈.

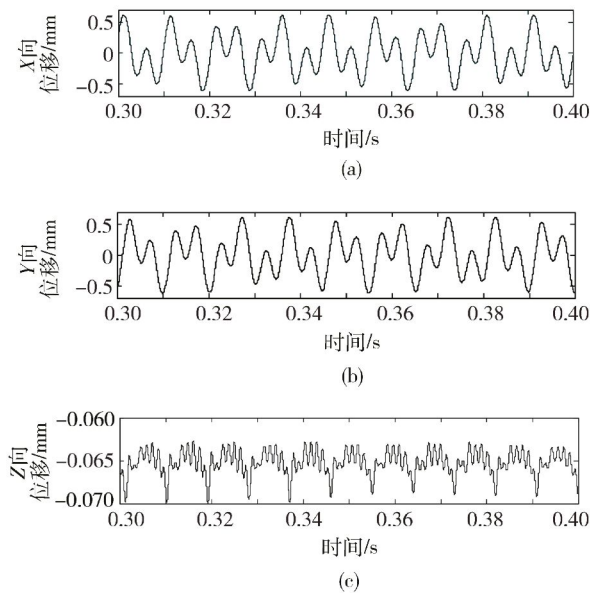


图13 保持架中心的振动位移
Fig. 13 Vibration displacements of cage's center

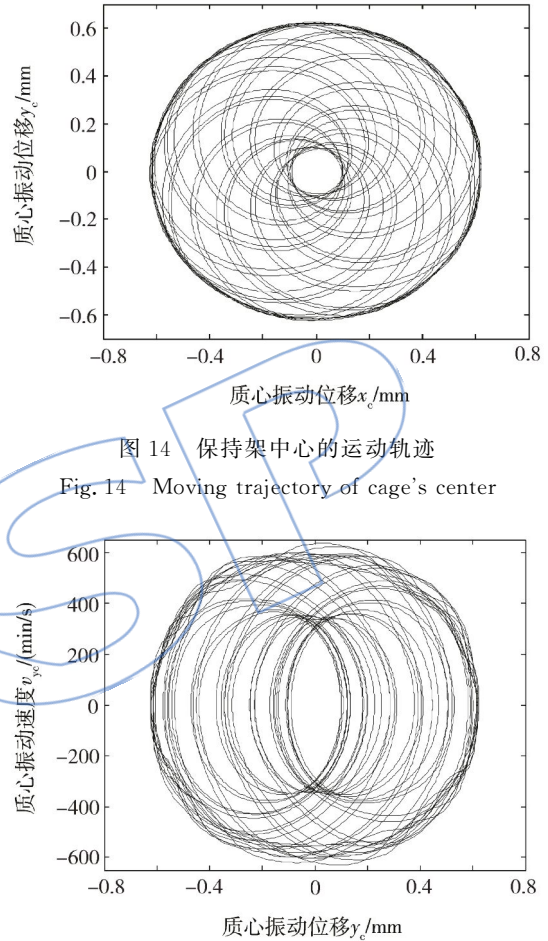


图14 保持架中心的运动轨迹
Fig. 14 Moving trajectory of cage's center

图15 保持架平动的相图
Fig. 15 Phase diagram of cage's translation

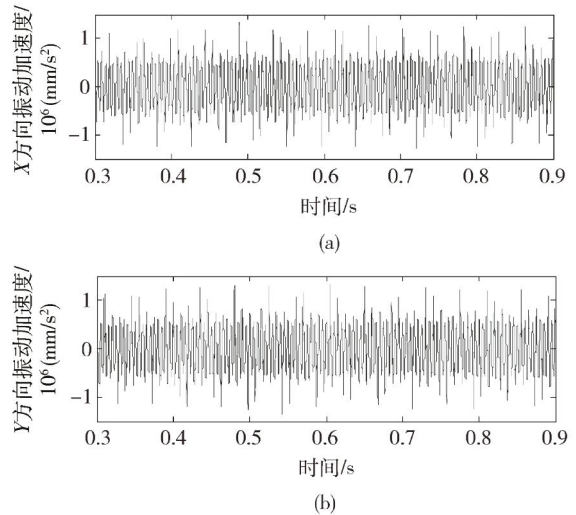


图16 保持架的振动加速度
Fig. 16 Vibration acceleration of cage

图 17 为保持架和钢球的振动响应的快速傅里叶变换(FFT)频谱图. 由于旋转径向力的作用, 使得钢球和套圈滚道的动态接触力呈周期性变化(图 8), 从而导致钢球的角速度也呈周期性变化(图 11), 而这些变化又导致了钢球与套圈滚道的旋滚比的周期性变化(图 20). 因此, 钢球角加速度频谱和动态接触载荷频谱具有相同的谐波倍频成分. 轻载中等速度下第 1 阶频率为基频 56.1 Hz, 其余 2 阶~4 阶(或 5 阶)为谐波倍频成分. 中等载荷高速下基频为 112.4 Hz, 2 阶谐波倍频为 224.9 Hz. 保持架在中等载荷高速工况下的频谱具有 88.3 Hz 和 200 Hz(内圈转速频率)两种频率成分, 保持架的平动为拟周期振动.

图 18 为不同工况下保持架和钢球的陀螺自旋运动的相图. 钢球和保持架的陀螺自旋角位移是周期变化的, 轻载中等速度时钢球做混沌旋动, 保持架做拟周期旋动. 中等载荷高速时钢球和保持架做周期旋动, 此时幅值比轻载中等速度时要大, 尤其是钢球的自旋角位移和角速度, 从而可能导致球轴承磨损加剧或突然失效. 图 19 为不同工况下保持架质心的运动轨迹. 中等载荷下角接触

球轴承保持架质心的运动轨迹为拟周期运动轨道, 说明旋转径向力的幅值对保持架的运动稳定性有着重要的影响. 图 20 为钢球和套圈滚道的旋滚比. 在预紧力和旋转径向力的作用下, 钢球和套圈滚道的旋滚比不是定值, 而是周期变化的, 且两种工况下保持架的打滑率相对较小, 分别为 2.59% 和 1.74%.

3.3 动力学模型的实验验证

采用 Gupta 实验^[6]及刘秀海^[5]的仿真实例来验证本文的角接触球轴承多体接触动力学模型的正确性、有效性. 轴承内外圈直径为 100 mm 和 180 mm, 钢球直径和数目为 19.05 mm 和 18 颗, 接触角为 25°, 内外圈滚道曲率半径系数为 0.54 和 0.52, 保持架引导间隙和兜孔间隙为 1.46 mm 和 0.864 mm. $\omega = 10000 \text{r/min}$, 预紧力为 2224 N. 分析图 21 可知: 本文模型得到的保持架质心轨迹与 Gupta 实验轨迹和刘秀海仿真轨迹较为一致, 只是有轻微不同. 由于实验轴承的保持架与套圈间的间隙不确定可能引起的保持架质心的形状不是很规则^[6]. 可见, 本文建立的角接触球轴承动力学模型是合理可靠的.

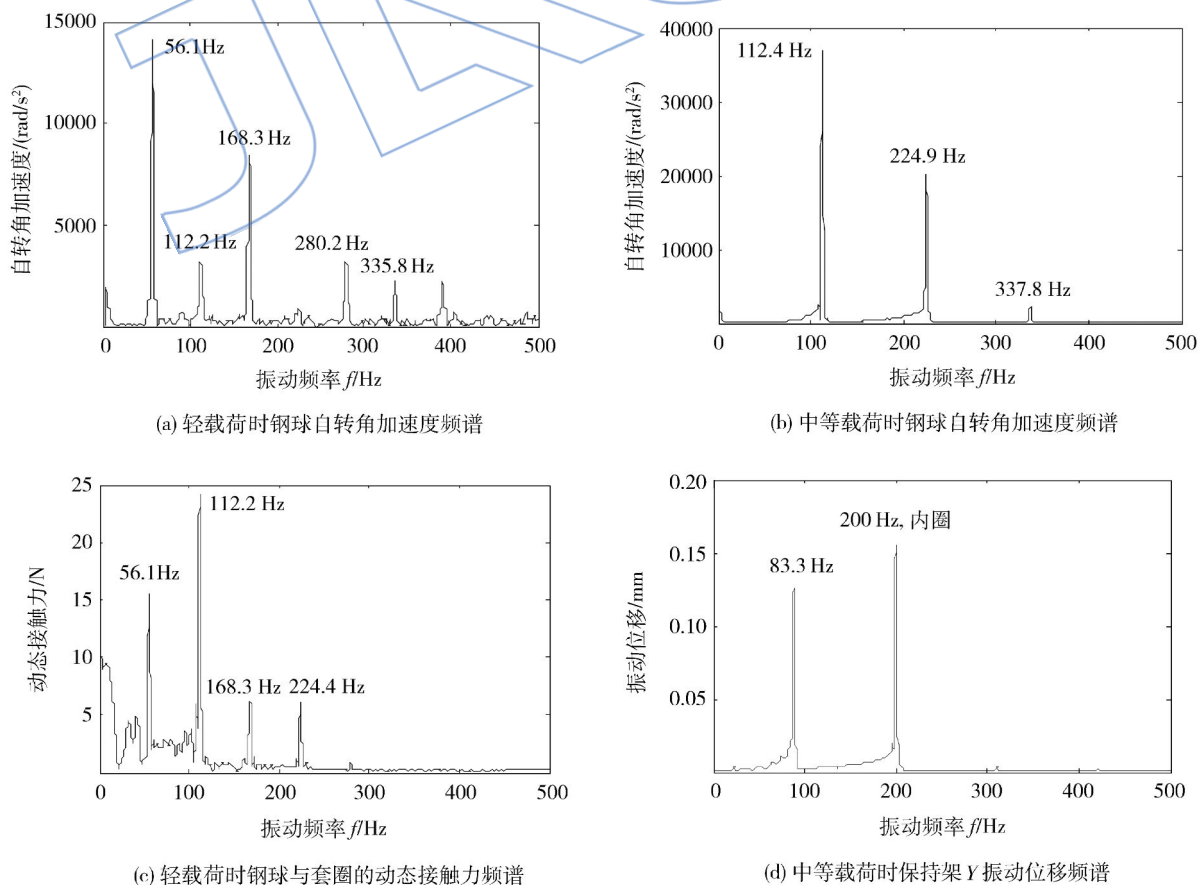


图 17 保持架和钢球振动的 FFT 频谱

Fig. 17 Fast Fourier transform (FFT) frequency of cage and steel ball's vibration

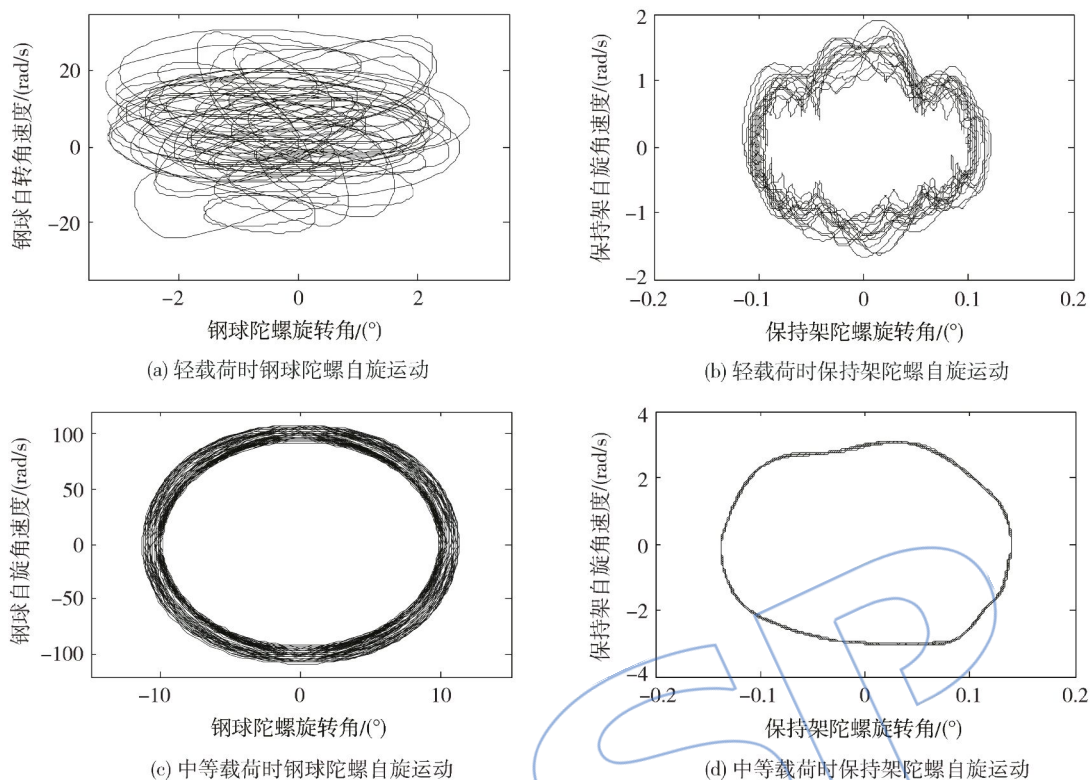


图 18 保持架和钢球的旋转运动的相图

Fig. 18 Phase diagram of cage and steel ball's rotation

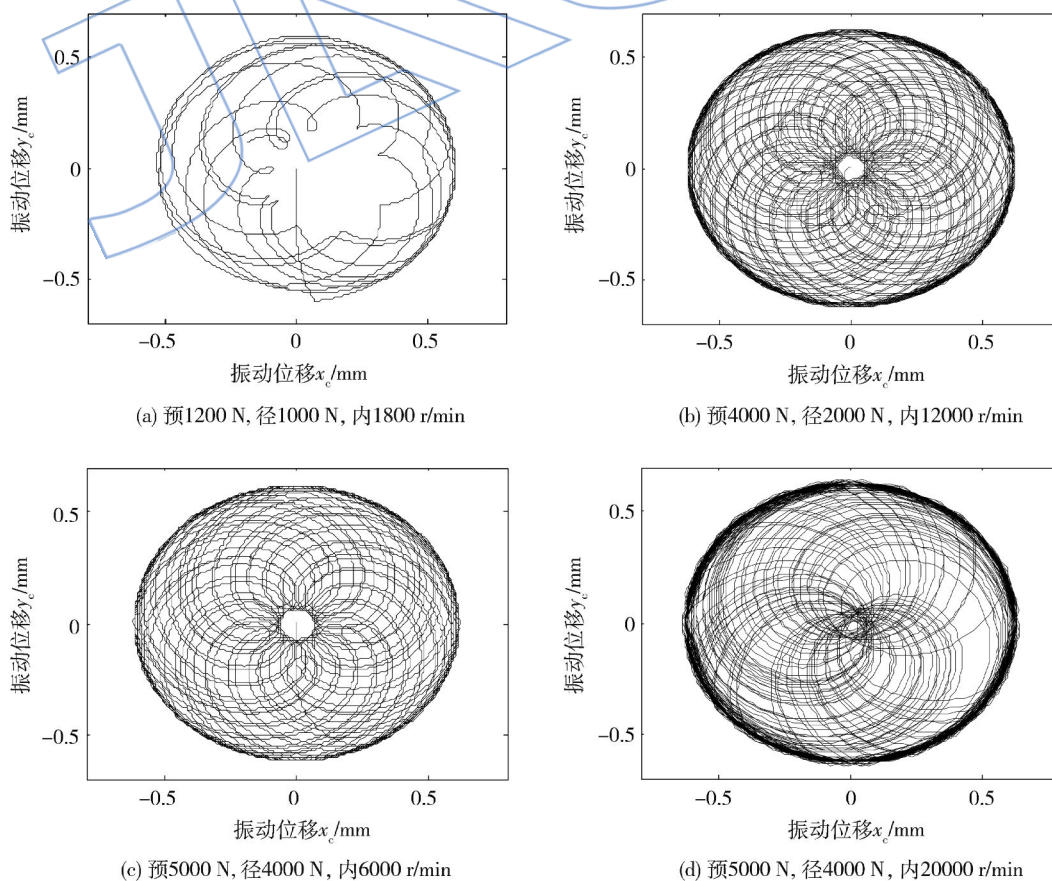
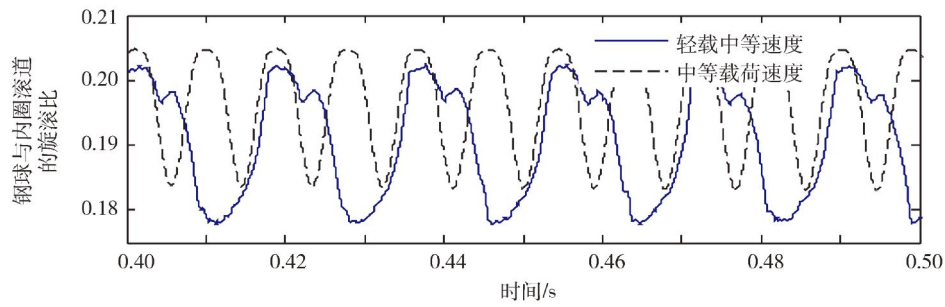
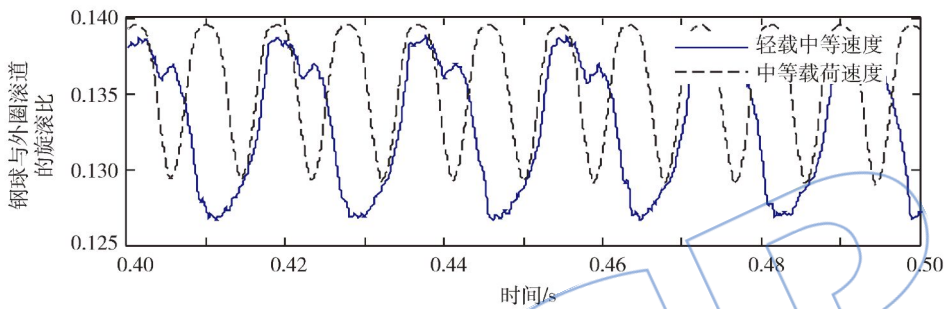


图 19 不同工况下保持架质心运动轨迹

Fig. 19 Moving trajectory of center of mass of cage under different conditions



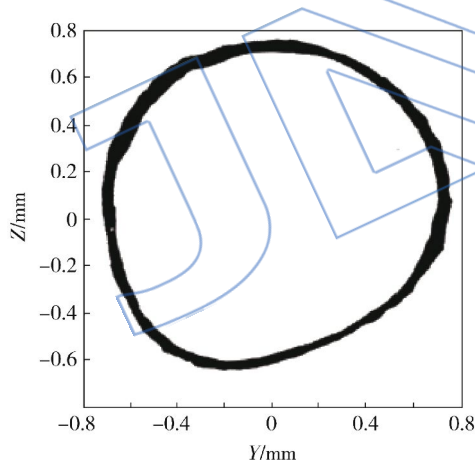
(a)



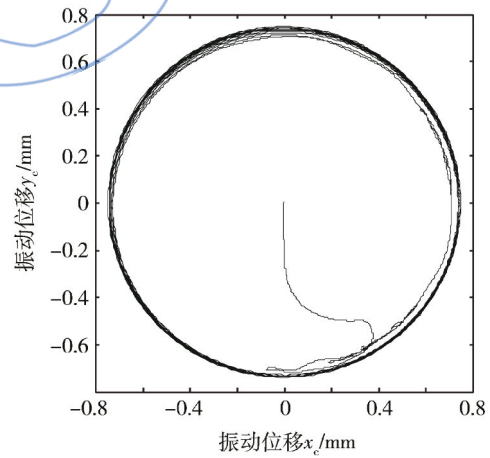
(b)

图 20 钢球与套圈滚道的旋滚比

Fig. 20 Ratio of revolution to rolling between steel ball and rings



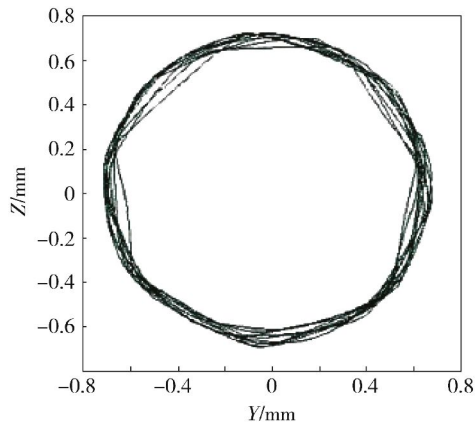
(a) Gupta实验轨迹^[6]



(c) 本文模型仿真轨迹

图 21 内圈 10000 r/min 下保持架质心轨迹

Fig. 21 Trajectory of center of mass of cage at 10000 r/min of inner



(b) 刘秀海仿真轨迹^[5]

4 结 论

考虑钢球、套圈和保持架动态接触关系和润滑油的作用力,建立了角接触球轴承多体接触动力学模型,计算了球轴承各零件的动力学特性.运用 Gupta 经典算例验证本文动力学模型的正确性,为进一步参数化研究结构参数和工况条件等因素对保持架稳定性的影响奠定了理论基础.

1) 预紧力和旋转径向力联合作用下钢球和套圈滚道的动态接触力是正弦双峰变化的,载荷谱具

有谐波倍频特点,轻载中等速度时,内圈和保持架中心轨迹为单频率的周期圆形轨道,运动平稳。

2) 保持架定心表面的弹性流体动压作用力的变化较为平稳,钢球和保持架兜孔的弹性流体动压作用力相对较小,且存在幅值适中,周期较大的接触碰撞力,钢球和套圈滚道的摩擦力矩是变化的。旋转径向力使得钢球和套圈滚道的动态接触力、钢球角速度和旋滚比呈周期性变化,角加速度频谱和接触载荷谱具有相同的谐波倍频成分。

3) 钢球和保持架具有周期变化的陀螺旋转运动,中等载荷高速下钢球陀螺自旋的幅值较大,从而可能导致球轴承磨损加剧或突然失效。中等旋转载荷下保持架中心轨迹为拟周期运动轨道,具有多频拟周期振动特点,振动相对平稳但较为剧烈。

参考文献:

- [1] 李松生,杨柳欣,张钢. 高速轴系球轴承-转子系统动力学的研究与发展[J]. 轴承, 2005(4):34-37.
LI Songsheng, YANG Liuxing, ZHANG Gang. Research and development on dynamics of high speed ball bearings-spindle systems[J]. Bearing, 2005(4):34-37. (in Chinese)
- [2] 张建忠,马国翰. 滚动轴承保持架动力学研究进展[J]. 轴承, 2011(1):56-60.
ZHANG Jianzhong, MA Guohan. Research progress oil dynamics of rolling bearing cages[J]. Bearing, 2011(1):56-60. (in Chinese)
- [3] 谢鹏飞,苏敏,姜艳红,等. 基于 ADAMS 的双半内圈角接触球轴承动态性能分析[J]. 轴承, 2010(8):1-4.
XIE Pengfei, SU Min, JIANG Yanhong et al. Dynamic performance analysis on angular contact ball bearings with two-piece ring based on ADAMS[J]. Bearing, 2010(8):1-4. (in Chinese)
- [4] 邓四二,谢鹏飞,杨海生. 高速角接触球轴承保持架柔体动力学分析[J]. 兵工学报, 2011, 32(5):225-231.
DENG Sier, XIE Pengfei, YANG Haisheng. Flexible-body dynamics analysis on cage of high-speed angular contact ball bearing[J]. Acta Armamentarii, 2011, 32(5):225-231. (in Chinese)
- [5] 刘秀海. 高速滚动轴承动力学分析模型与保持架动态性能研究[D]. 大连:大连理工大学, 2011.
LIU Xiuhai. Dynamics analysis model of high-speed rolling bearing and dynamic performance of cages[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2011. (in Chinese)
- [6] Gupta P K. Advanced dynamics of rolling elements[M]. New York: Springer Verlag, 1984.
- [7] 刘品,黄迪山,傅慧燕,等. 轴承保持架质心运动轨迹测量[J]. 轴承, 2010(8):43-45.
LIU Pin, HUANG Dishan, FU Huiyan, et al. Detection on mass center orbit of ball bearing cage[J]. Bearing, 2010(8):43-45. (in Chinese)
- [8] 姚廷强. 球轴承多体接触动力学研究[D]. 昆明:昆明理工大学, 2009.
YAO Tingqiang. Research on multibody contact dynamics of ball bearings[D]. Kunming: Kunming University of Science and Technology, 2009. (in Chinese)
- [9] 张伟刚,高尚哈,龙新华,等. 机床主轴-滚动轴承系统非线性动力学分析[J]. 振动与冲击, 2008, 27(9):72-75.
ZHANG Weigang, GAO Shanghan, LONG Xinhua et al. Nonlinear dynamics research of machine rolling bearings-spindle systems[J]. Vibration and Shock, 2008, 27(9):72-75. (in Chinese)
- [10] 韩宝财,唐六丁,邓四二,等. 转子-滚动轴承系统非线性动力学分析[J]. 噪声与振动控制, 2008, 28(4):20-23.
HAN Baocai, TANG Liuding, DENG Sier, et al. Nonlinear dynamics analysis of the rotor-rolling bearing system[J]. Noise and Vibration Control, 2008, 28(4):20-23. (in Chinese)
- [11] Nataraj C, Harsha S P. The effect of bearing cage run-out on the nonlinear dynamics of a rotating shaft[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2008, 308(13):822-838.
- [12] Upadhyay S H, Jain S C, Harsha S P. Chaotic dynamics of high speed rotating shaft supported by ball bearings due to distributed defects[J]. International Journal of Engineering Science and Technology, 2010, 2(10):5746-5764.
- [13] Ashtekar A, Sadeghi F. Experimental and analytical investigation of high speed turbocharger ball bearings[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2011, 133(12):12250.1-122501.5.
- [14] Jain S, Hunt H. A dynamic model to predict the occurrence of skidding in wind-turbine bearings[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2011(305):1202-1213.
- [15] De Jalon J G, Bayo E. Kinematic and dynamic simulation of multibody systems: the real-time challenge[M]. New York: Springer-Verlag, 1993.
- [16] Liang S R, Lin A C. Probe-radius compensation for 3D data points in reverse engineering[J]. Computers in Industry, 2002, 48(3):241-251.
- [17] Wensing A. On the dynamics of ball bearings[D]. Enschede: University of Twente, 1998.
- [18] 王燕霜,杨伯原,王黎钦. 4109 航空润滑油流变特性的分析及计算[J]. 润滑与密封, 2005, 167(1):55-60.
WANG Yanshuang, YANG Boyuan, WANG Liqin. The study of rheological properties of aviation oil No. 4109[J]. Lubrication Engineering, 2005, 167(1):55-60. (in Chinese)
- [19] 邓四二,贾群义. 滚动轴承设计原理[M]. 北京:中国标准出版社, 2008.
- [20] 姚廷强,迟毅林,黄亚宇. 柔性多体系统动力学新型广义- α 数值分析方法[J]. 机械工程学报, 2009, 45(10):53-60.
YAO Tingqiang, CHI Yilin, HUANG Yayu. A new generalized- α algorithms for multibody dynamics[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(10):53-60. (in Chinese)
- [21] Rubio H, Garcia-Prada J C, Castejon C. Dynamic analysis of rolling bearing system using Lagrangian model Vs. FEM code [R]. Besancon, France, 12th IFToMM World Congress, 2007.