

文章编号:1000-8055(2013)10-2309-07

重型燃气轮机压气机高雷诺数前转捩叶型设计

阙晓斌, 蒋洪德

(清华大学 热能工程系, 北京 100084)

摘 要: 针对重型燃气轮机压气机雷诺数高而导致的转捩位置前移, 开发了一种比可控扩散叶型 (CDA) 损失更小、工作范围更宽的前转捩叶型. 采用正问题优化设计方法, 将叶型几何参数化、叶片到叶片流场分析与遗传算法相结合, 实现了叶型的自动优化. 优化目标综合权衡了叶型损失和攻角范围, 为减少优化变量的数目, 应用了一种特别的叶型几何模型, 将厚度分布与中弧线之间进行了一定的关联. 优化得到的前转捩叶型的主要特征是吸力面速度峰值的位置前移至距前缘约 10% 弦长处, 叶型中后部的速度变化更为平缓. 最后根据优化结果总结了前转捩叶型的设计规律.

关键词: 重型燃气轮机; 多级压气机; 叶型设计; 高雷诺数; 附面层转捩

中图分类号: V232.4

文献标志码: A

Design of high Reynolds number compressor airfoil with early transition for heavy-duty gas turbine

QUE Xiao-bin, JIANG Hong-de

(Department of Thermal Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: A type of compressor airfoil, characterized by lower losses and wider operating range than conventional controlled diffusion airfoil (CDA), was developed for use in heavy-duty gas turbines, which considered the early boundary layer transition on blade surface induced by high Reynolds number. Direct design process was adopted, in which the parameterization of airfoil geometry and the blade to blade flow solver were integrated into genetic algorithm to facilitate automatic optimization of airfoil. The optimization object was considered as a compromise of airfoil loss and operating range of incidence, and a special airfoil geometry model correlating the thickness distribution with camber line was applied to reduce optimization variables. The main characteristics of early transition airfoil by optimization are as follows: the suction side velocity maximum moves forward to around 10% of chord, and the velocity distribution in the rear portion is flat. Finally, the design strategy of this type of early transition airfoil was summarized according to the optimization results.

Key words: heavy-duty gas turbine; multistage compressor; airfoil design; high Reynolds number; boundary layer transition

重型燃气轮机正在向更大的单机功率、更高的循环效率及更低的排放发展. 同时, 地面燃气轮机还需在不同的大气条件、电网频率波动、部分负荷工况等诸多复杂的工况下稳定工作. 因此, 重型燃气轮机压气机在保证较高的设计点性能的同

时, 还需在宽广的工况变化范围内高效运行. 开发具有更小损失、更宽工作范围的叶型, 是进一步提升重型燃气轮机压气机性能的有效途径.

CDA 叶型是从机翼的超临界翼型发展而来, Korn^[1]最早公开发表文献将反问题设计方法应

收稿日期: 2012-10-18

网络出版地址:

作者简介: 阙晓斌(1981—), 男, 福建上杭人, 博士, 主要从事叶轮机械气动热力学研究.

用于压气机超临界叶栅设计. 航空发动机压气机内雷诺数较小, 其叶片存在较大范围的层流区, CDA 叶型正是利用这一特性, 通过吸力面前缘 20%~30% 弦长内加速区将转捩位置控制在速度峰值之后, 从而使叶型同时具有大的负荷能力和小的损失^[2]. 而重型燃气轮机压气机的雷诺数显著高于航空燃气轮机, 在高湍流度、尾迹干扰等因素的影响下, 转捩位置前移至前缘附近^[3], 无法满足传统 CDA 叶型在前缘加速区内维持层流附面层的设计要求. Köller 等^[4]将高雷诺数的影响考虑到叶型设计中, 开发了一种性能优于传统 CDA 叶型的叶型系列, Küsters 等^[5]在德国宇航研究院叶栅实验台上对新叶型的设计点性能和攻角范围进行了详细的实验验证. 然而 Köller 等采用了分别控制吸力面和压力面型线的叶型参数化方式, 这种方式便于控制吸力面速度分布, 对性能的影响更为直接, 但由于设计变量的物理意义不够明确, 需要通过大规模的叶型优化才能建立叶型几何与设计目标之间的关联, 难以总结叶型设计规律, 不利于在设计中推广.

本文针对重型燃气轮机压气机雷诺数高而导致的转捩位置前移, 进行叶型正问题优化设计. 通过将叶型几何参数化、叶型性能分析程序与遗传算法相结合, 建立了能综合权衡叶型损失和攻角范围的叶型自动优化方法. 为便于总结设计规律, 采用了物理意义更为明确的叶型中弧线叠加厚度分布的参数化方式, 通过厚度分布与中弧线之间的关联, 对叶型设计参数进行精简.

1 叶型优化设计方法

1.1 正问题优化设计方法

叶型的优化设计方法有两种: 反问题优化设计方法和正问题优化设计方法. 其中反问题优化设计方法是给定叶型表面速度分布(或压力分布), 通过计算得到叶型. 这种方法很适于优化叶型形状, 但要求设计者对选择速度分布有较多的经验, 否则可能设计出形状不合理的叶型, 而且不容易保证叶片径向光滑^[6].

正问题优化设计方法最早应用于翼型设计领域. Hicks 等^[7]将结构力学的数值最优化程序与求解气动流场计算方法相结合, 用于机翼翼型设计问题, 从而发展了气动数值最优化方法. 为了将数值优化技术引入叶型设计系统, Sanger^[8]结合逆向速度图法和优化方法提出一种 CDA 设计的

数值优化方法. 在国内, 林保真等^[9]较早地开展气动数值优化工作, 将正问题优化设计方法应用于跨声叶栅削弱激波强度的优化设计中. 目前, 基于三维 Navier-Stokes(N-S)方程求解器的气动数值最优化已经被广泛应用于压气机的优化设计中, 遗传算法、梯度法等多种优化算法被应用于提高优化的速度.

正问题优化设计方法中, 叶型的反复修正是在优化概念下进行的, 具有较大的灵活性. 同时, 通过限定优化变量的变化范围能有效地约束叶型几何, 而给定合适的优化目标, 可以优化设计点和非设计点叶型性能. 正因为上述优点, 正问题优化设计方法适合于叶型的优化设计.

1.2 优化算法

本文优化研究所选用的优化算法为具有全局寻优能力的遗传算法. 遗传算法于 20 世纪 60 年代末期由 Holland^[10]发展起来, 随后经过 Goldberg^[11]和 De Jong^[12]的改进逐渐成熟. 遗传算法的优化机理是, 从随机生成的初始种群出发, 通过对种群中的个体进行选择、交叉、变异等遗传操作, 实现种群内部结构的重组, 经过多代进化, 种群的适应性逐渐增强, 最终逼近最优解.

1.3 叶型几何参数化

随着计算能力的不断发展, 叶型设计的自由度越来越大, 叶型几何参数化是叶型优化设计的关键. 常用的叶型参数化方法可以分为两类: 一类为叶型中弧线叠加厚度分布; 另一类则是分别控制吸力面和压力面型线. 第一类方法与传统定义相一致, 物理意义更为明确, 有较多的经验可以参考, 并且便于约束厚度分布, 使叶片满足强度要求; 第二类方法则可以直接控制吸力面型线, 从而控制吸力面马赫数分布, 对叶型性能的影响更为直接.

为便于从优化结果中总结设计规律, 建立几何参数与叶型性能之间的关联, 本文采用物理意义更为明确的中弧线叠加厚度分布方法. 中弧线选用 3 段圆弧曲线(图 1), 第 1 段圆弧与第 2 段圆弧在最大挠度位置 B 点处连接, 第 2 段圆弧半径取为第 1 段圆弧半径和第 3 段圆弧半径的平均

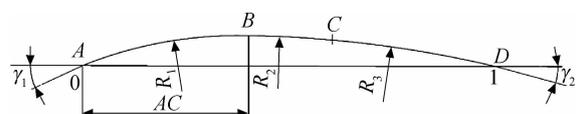


图 1 3 段圆弧中弧线

Fig. 1 Tri-arc camber line

值, 这样, 给定进出构造角(或进出口几何角及最大挠度处弯度比)和最大挠度位置, 就能确定中弧线的形状。

厚度分布也采用 3 段圆弧曲线, 通过将圆弧转接点位置与中弧线进行关联, 对叶型进行特殊的定制, 减少了参数数目。

采用上文所述的参数化方式, 只需给定进口几何角、出口几何角、最大挠度位置和弯度比, 以及最大厚度、最大厚度位置、前缘半径、尾缘半径共 8 个参数即可确定叶型几何。

1.4 叶片到叶片流场分析方法

本文叶片到叶片流场分析采用了由麻省理工学院的 Giles^[13] 和 Drela^[14] 开发的 MISES(multiple blade interacting stream tube Euler solver) 程序, 该程序采用了无黏流/附面层耦合求解方法, 引入了 AGS(Abu-Ghannam and Shaw) 转轮模型以考虑层流-湍流附面层转轮。由于采用了牛顿迭代法, MISES 具有快速收敛的特性, 在叶轮机械叶型性能分析中被广泛使用。

本文通过一亚声速叶型对该程序进行校验, 该叶型用于某压气机第 1 级叶根, 为 CDA 叶型^[15]。图 2 为设计状态下叶型表面马赫数分布的对比(c 为弦长)。可以看出, MISES 计算的叶型表面马赫数分布与实验结果吻合较好, 吸力面马赫数峰值的大小和位置及尾缘附近的速度分布均与实验结果一致。图 3 为总压损失系数-攻角的对比, 攻角 i 较小时总压损失系数 $\bar{\omega}$ 计算结果与实验结果接近, 攻角大于 4° 后计算总压损失系数小于实验值, 并且偏差开始逐渐变大。

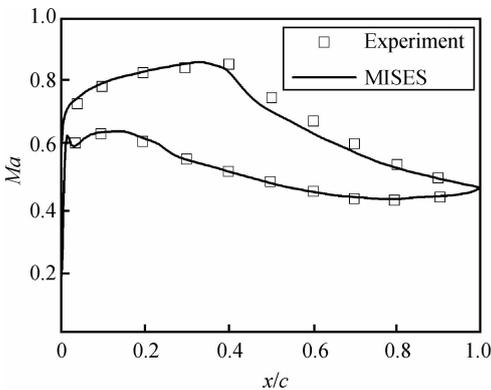


图 2 叶型表面马赫数分布的实验值与 MISES 计算值对比

Fig. 2 Comparison of Mach number of airfoil surface between experiment and MISES result

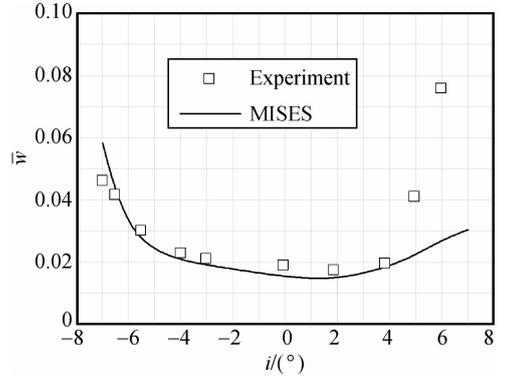


图 3 总压损失系数-攻角的实验值与 MISES 计算值对比
Fig. 3 Comparison of total pressure loss coefficient-incidence between experiment and MISES result

2 高雷诺数前转轮叶型优化设计

2.1 设计变量

对叶型进行气动优化时, 需要兼顾结构完整性的要求, 叶型的部分几何参数并非自由变量, 本文的优化过程中, 维持叶片弦长、最大厚度及前缘半径、尾缘半径不变, 以尽量减小对叶片强度的影响。叶型设计中的优化变量为进口几何角 β_{im} , 出口几何角 β_{em} , 弯度比 R_c , 最大厚度位置 C_t 和最大挠度位置 C_a , 共 5 个参数。在优化过程中, 限制各变量的变化范围, 为防止前缘过钝, 限制最大厚度位置在 20% 弦长以后。

2.2 优化目标

优化结果的好坏与优化目标的设定相关, 优化目标的选取需要进行综合权衡。设计点的效率是一个重要的衡量指标, 因此, 将设计点的总压损失系数 $\bar{\omega}_d$ 作为优化目标之一(见图 4)。另外, 希

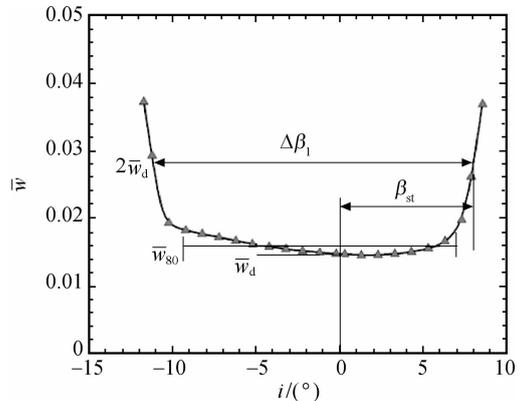


图 4 目标函数相关变量示意图

Fig. 4 Schematic diagram of relative variables for objective function

望叶型具有较宽的攻角范围. 通过攻角的范围 $\Delta\beta_1$ 反映叶型工作范围(因工作边界难以准确确定, 简单地将损失系数为设计值 2 倍处设定为堵塞点和失速点); 失速点攻角 β_{st} 用于衡量叶型的失速裕度; 除此之外, 还将中间 80% 工作区域的总压损失系数 \bar{w}_{80} 平均值作为优化目标, 以保证燃气轮机在部分负荷情况下压气机依然保持较高效率.

通常还希望出口气流角与设计目标接近, 以满足叶排间匹配的要求. 因此, 对出口气流角进行特殊的处理, 当设计点的出口气流角 β_{2d} 与设计值相差超过 0.5° 时, 此优化结果不满足设计要求, 该优化结果无效. 而当设计点的出口气流角与设计值相差在 0.5° 范围内时, 则将出口气流角与设计值的差值作为目标函数的一部分, 计入优化目标内.

为综合衡量叶型性能, 构造优化目标函数如下:

$$F = a_1 \frac{\bar{w}_d}{\bar{w}_{d,ref}} + a_2 \frac{\Delta\beta_{1,ref}}{\Delta\beta_1} + a_3 \frac{\Delta\beta_{st,ref}}{\Delta\beta_{st}} + a_4 \frac{\bar{w}_{80}}{\bar{w}_{80,ref}} + a_5 \left(1 + \frac{|\beta_{2d} - \beta_{2d,ref}|}{\Delta\beta_{1,ref}} \right)$$

使目标函数 F 的值最小即为优化目标. 目标函数中的权重系数 a_1, a_2, \dots, a_5 可以根据优化的侧重点进行调整. 本文的所有优化中, 权重系数均取 1, 优化的结果表明, 这样的参数选取方式能比较好地考虑各优化子目标之间的平衡.

2.3 叶型设计参数

选取了某压气机中、后级典型截面进行优化设计, 探索高雷诺数前转换叶型的设计方法. 该压气机叶型采用了 CDA 叶型, 其吸力面速度峰值较为靠前, 在约 20% 弦长位置. 选取 4 个典型叶型(叶型 A~叶型 D), 设计参数如表 1. 表 1 中 Ma_1 为进口马赫数, β_1 为进口气流角, $\Delta\beta$ 为气流弯角, t 为最大厚度, τ 为稠度. 最小进口马赫数为 0.46, 属于亚声流动, 而最大进口马赫数为 0.70, 此时叶片通道内最高马赫数接近声速, 处于亚临

表 1 叶型设计参数

Table 1 Design parameters of airfoil

设计参数	叶型 A	叶型 B	叶型 C	叶型 D
Ma_1	0.70	0.62	0.50	0.46
$\beta_1 / (^\circ)$	52	56.1	54.0	52.8
$\Delta\beta / (^\circ)$	17.6	12.1	12.7	14.5
$(t/c) / \%$	6.4	7.6	9.5	8.3
τ	1.34	1.13	1.15	1.11
$Re / 10^6$	3.5	3.8	4.0	4.2

界状态. 叶型弦长雷诺数最小为 3.5×10^6 , 最大为 4.2×10^6 . 所有叶型湍流度(T_u)均取为 3%, 属于压气机典型的湍流度, 继续增加湍流度对转换位置影响很小.

图 5 为 MISES 预测的雷诺数和湍流度对吸力面转换位置(x_{tr})的影响. 雷诺数和湍流度的增加, 都将导致转换位置向前移动. 当雷诺数增加到 3.5×10^6 时, 在压气机典型湍流度下, 转换位置已经前移至 5% 弦长以内. Schreiber 等^[3]证实了这一现象, 他们通过叶栅实验发现在高雷诺数条件下, 随着湍流度增大, 转换位置前移至前缘附近. 上述 4 个叶型雷诺数较大, 转换均发生在 10% 弦长以内.

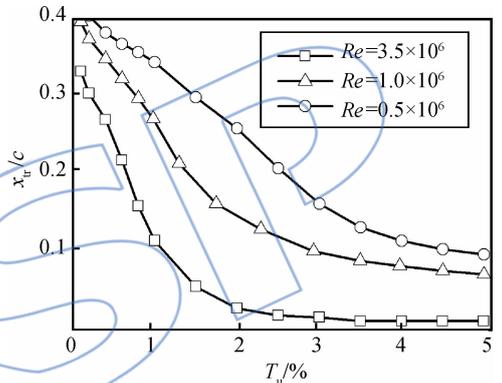


图 5 雷诺数和湍流度对转换位置的影响

Fig. 5 Influence of Re and T_u on transition position

2.4 优化结果分析

将优化叶型与 CDA 叶型进行了对比. 图 6 为优化前后总压损失系数-攻角特性的对比, 限于篇幅, 仅给出了叶型 A 与叶型 D 的结果. 可以看出, 优化后攻角范围均比原来增大, 其中负攻角范围增加最为明显, 而正攻角范围与 CDA 叶型相当. 其中叶型 A 优化后, 总压损失系数也有所降低. 进口马赫数较低的叶型 D 裕度提升最大, 进口气流角范围从原来的 15.3° 提高至 19.4° . 叶型 D 对应压气机的后面级, 对地面燃气轮机而言, 设计转速下后面级更容易失稳, 尤其在部分负荷工况, 后面级工作范围的拓宽, 有从叶型表面马赫数的分布提升燃气轮机变工况的性能.

由图 7 可见, 优化后速度峰值位置由 CDA 叶型的 20% 弦长附近前移至约 10% 弦长, 同时其速度峰值比 CDA 叶型有所提高, 峰值后伴随更为陡峭的扩压, 随后平缓地减速直至尾缘, 这种叶型表面马赫数分布形式使载荷相对 CDA 叶型更为前移, 降低了叶型后部的负荷.

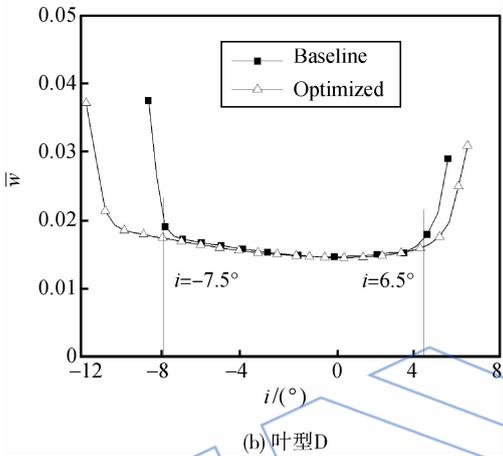
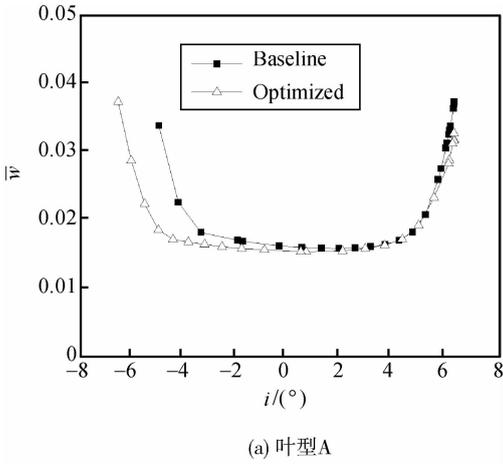


图 6 优化前后总压损失系数-攻角的对比
Fig. 6 Comparison of total pressure loss coefficient-incidence before and after optimization

在接近失速的 6.5° 正攻角状态(该点在攻角损失特性中的位置如图 6 所示),叶型 D 的 CDA 叶型和优化叶型均在吸力面前缘产生较大的速度峰值(图 8(a)),但并未导致明显的损失. 优化叶型吸力峰值后的减速快,在 10% 弦长至 20% 弦长处形状因子 H 大于 CDA 叶型,但从 20% 弦长至 60% 弦长,形状因子几乎保持不变,而 CDA 叶

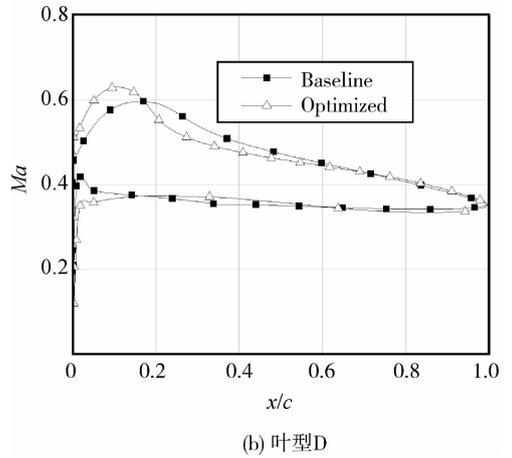
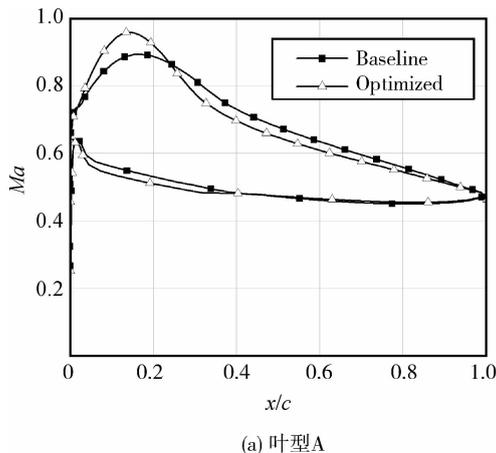


图 7 优化前后设计点叶型表面马赫数的对比
Fig. 7 Comparison of Mach number of airfoil surface at design point before and after optimization

型的形状因子始终持续增大,在尾缘处达到 2.8 左右,接近分离状态,优化叶型的形状因子则明显小于 CDA 叶型(图 8(b)),因此,速度峰值的提前使得吸力面后部区域逆压梯度变小,是优化后叶型在正攻角下性能优于 CDA 叶型的主要原因.

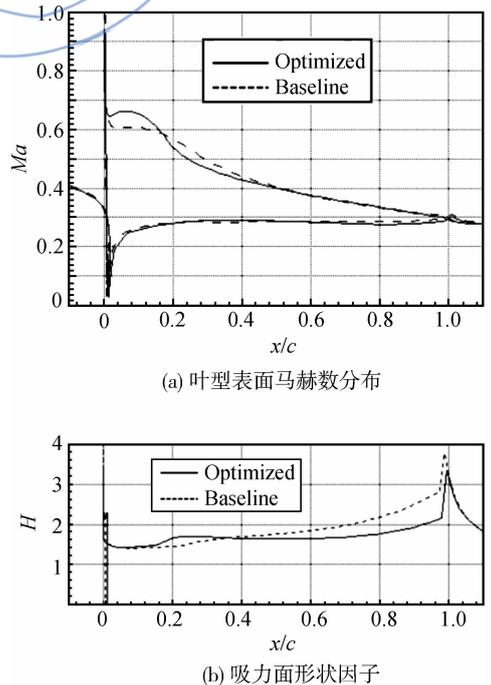


图 8 攻角为 6.5° 时,优化前后叶型 D 流场对比
Fig. 8 Comparison of flow field of airfoil D before and after optimization at incidence of 6.5°

当攻角为 -7.5° 时(该点在攻角损失特性中的位置如图 6 所示),叶型 D 的 CDA 叶型在压力面产生了很大的前缘速度峰值,叶型表面马赫数

达到 1.3 左右,而优化叶型前缘速度峰值处的叶型表面马赫数在 1.0 以内(如图 9). 通过前缘区域的流场分析发现,CDA 叶型在前缘速度峰值后附面层显著增厚,而优化叶型的附面层厚度变化则不明显. 由此可以推断,优化叶型在大负攻角工况时的性能改善主要归功于其压力面前缘附近的速度峰值较小,抑制了速度峰值后附面层的过快增长,甚至过早分离. 这也给我们重要的启示,大负攻角状态叶型表面主要的逆压集中在压力面前缘区域,通过对压力面前缘进行精细的设计,减小其大负攻角状态的速度峰值,可以有效拓宽叶型

负攻角裕度.

3 前转捩叶型的设计规律

图 10 为考虑高雷诺数前转捩时的优化叶型与 CDA 叶型几何对比,可以看出:前转捩最大厚度位置明显前移,并且前部的弯曲更大,在吸力面中间部分出现一段平台区,进口马赫数越低,叶型的上述变化趋势越明显.

表 2 列出了各叶型优化前后的几何参数,总体上,叶型进、出口几何角相对 CDA 叶型增大,弯度比也有所增加,而最大厚度位置和最大挠度位置均比 CDA 叶型前移,叶型进口马赫数越小,参数的变化越明显. 弯度比由 CDA 叶型的 0.58~0.65 增大至 0.65~0.73,最大厚度位置由 0.33~0.37 减小至 0.24~0.31,而最大挠度位置则由 0.36~0.42 减小至 0.26~0.35. 上述 3 个参数的变化表明叶型的负荷前移,而随着负荷前移,叶型进、出口几何角均增大,即设计攻角和落后角减小. 对于叶型 D,其参数相对 CDA 叶型变化最大,进口几何角增大 1.7°,出口几何角增大 1.4°,弯度比增大 0.08,最大厚度位置前移 0.09,最大挠度位置前移 0.1. 由于具有较为明确的规律,通过若干典型叶型,就可得出在高雷诺数下叶型参数变化方向和变化的程度,而无需对叶型进行逐个优化.

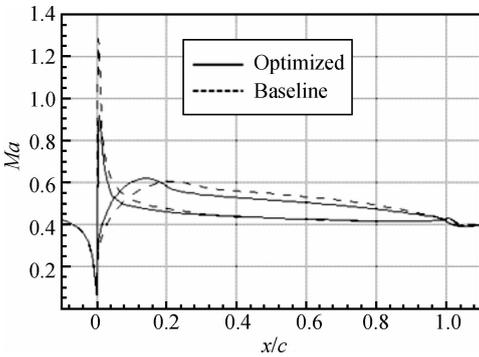


图 9 攻角为 -7.5° 时,优化前后叶型 D 表面马赫数对比

Fig. 9 Comparison of Mach number of airfoil D surface at incidence of -7.5° before and after optimization

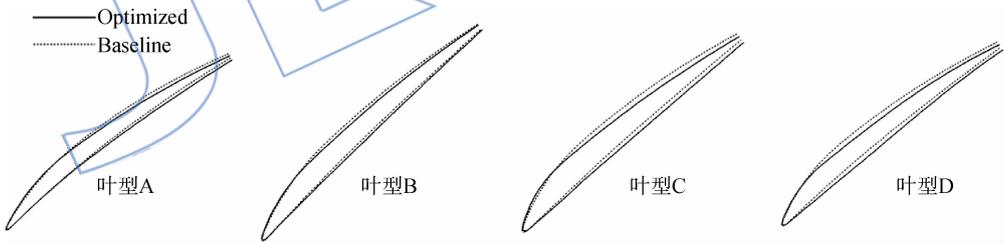


图 10 优化叶型与 CDA 叶型几何对比

Fig. 10 Geometry comparison of CDA and optimized airfoils

表 2 叶型优化前后的几何参数

Table 2 Geometry parameters of airfoil before and after optimization

几何参数	叶型 A		叶型 B		叶型 C		叶型 D	
	CDA 叶型	优化叶型						
β_{1m}	54.8	55.3	59.6	60.7	59.0	60.4	58.1	59.8
β_{2m}	28.8	29.8	39.2	40.2	36.0	37.2	33.2	34.6
R_c	0.58	0.65	0.64	0.70	0.65	0.72	0.65	0.73
C_t	0.37	0.31	0.34	0.28	0.33	0.26	0.33	0.24
C_a	0.42	0.35	0.38	0.30	0.37	0.28	0.36	0.26

4 结 论

根据重型燃气轮机压气机高雷诺数导致转捩提前,进行了叶型正问题优化设计,优化目标综合权衡了总压损失系数和攻角范围。为便于总结叶型设计规律,采用物理意义明确的叶型参数化方式,通过厚度分布与中弧线之间的关联,精简了变量数目。对最大挠度位置、最大厚度位置等参数进行优化。主要结论如下:

1) 选取了应用于重型燃气轮机压气机中后级的 4 个典型截面叶型进行高雷诺数条件下的优化,优化后叶型性能相对 CDA 叶型得到了全面提升,尤其是进气攻角范围得到了较大的提高。

2) 考虑高雷诺数前转捩的影响时,叶型的主要特征是吸力面速度峰值位于 10% 弦长附近,中后部速度变化更为平缓。优化叶型吸力面中后部区域附面层增长更为缓慢,正攻角损失比 CDA 叶型小,同时,优化叶型能有效控制压力面前缘速度峰值,从而增加了负攻角工作范围。

3) 通过弯度比、最大厚度位置和最大挠度位置等叶型参数相对 CDA 叶型的变化趋势,初步总结了高雷诺数前转捩叶型的设计规律。

参考文献:

- [1] Korn D. Numerical design of transonic cascade[R]. [S.l.]: Energy Research and Development Administration, Research and Development Report, Co-3077-72, 1975.
- [2] Starke H. Performance of controlled diffusion blades[R]. Köln, Germany: Von Karman Institute of Fluid Dynamics, Lecture Series 1992-02, 1989.
- [3] Schreiber H A, Steinert W, Küsters B. Effects of Reynolds number and free-stream turbulence on boundary layer transition in a compressor cascade[J]. Journal of Turbomachinery, 2000, 124(1): 1-9.
- [4] Köller U, Möning R, Küsters B, et al. Development of advanced compressor airfoils for heavy-duty gas turbines; Part I design and optimization[R]. ASME Paper 99-GT-95, 1999.
- [5] Küsters B, Schreiber H-A, Köller U, et al. Development of advanced compressor airfoils for heavy-duty gas turbines; Part II experimental and theoretical analysis[R]. ASME Paper 99-GT-96, 1999.
- [6] 程荣辉, 周拜豪, 余华蔚. 定制叶型技术及其在压气机设计中的应用[J]. 燃气涡轮试验与研究, 2000, 13(1): 15-22. CHENG Ronghui, ZHOU Baihao, YU Huawei. Custom tailoring airfoil and its application in compressor design [J]. Gas Turbine Experiment and Research, 2000, 13(1): 15-22. (in Chinese)
- [7] Hicks R M, Vanderplaats G N. An assessment of airfoil design by numerical optimization[R]. NASA-TM-X-3092, 1974.
- [8] Sanger N L. The use of optimization technique to design controlled diffusion compressor blading[J]. Journal of Engineering for Power, 1983, 105(2): 256-264.
- [9] 林保真, 蒋浩兴, 周盛. 一种削弱跨音叶栅流场中激波强度的数值方法[J]. 航空学报, 1983, 4(1): 53-61. LIN Baozhen, JIANG Haoxing, ZHOU Sheng. A numerical method for weakening shock wave strength in transonic cascade flow fields[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1983, 4(1): 53-61. (in Chinese)
- [10] Holland J H. Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence [M]. Massachusetts, US: Massachusetts Institute of Technology Press, 1992.
- [11] Goldberg D E. Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning [M]. Massachusetts, US: Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- [12] De Jong K. An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive system[D]. Michigan, US: University of Michigan, 1975.
- [13] Giles M. Newton solution of steady two-dimensional transonic flow[R]. Massachusetts, US: Gas Turbine Laboratory, Report No. 186, 1985.
- [14] Drelich M. Two-dimensional transonic aerodynamic design and analysis using the Euler and boundary layer equations [R]. Massachusetts, US: Gas Turbine Laboratory, Report No. 187, 1986.
- [15] Steinert W, Eisenberg B, Starke H, et al. Design and testing of a controlled diffusion airfoil for industrial axial flow compressor application [J]. Journal of Turbomachinery, 1991, 113(4): 583-590.