

## Numerical Method for Extracting Young's Modulus and Residual Stress of a MEMS Film\*

RONG Hua\*, CHEN Han, WANG Ming

(Key Laboratory of Optoelectronic Technology of Jiangsu Province, Nanjing Normal University, Nanjing 210097, China)

**Abstract:** A novel method for calculating Young's modulus and residual stress of a MEMS film is proposed based on pull-in voltages of a set of fixed-fixed beams. In the method, the theoretical pull in voltages of the fixed-fixed beam under an electrostatic load are directly calculated from the governing ordinary differential equation by using a numerical method, the Young's modulus and residual stress can then be calculated from the measured pull in voltages of the fixed-fixed beams. The method can avoid the errors due to deducing the explicit analytical expression of the pull-in voltage of a beam, and is helpful to ensure accuracy of material property extraction.

**Key words:** material property extracting; numerical method; pull-in voltage

EEACC:2575

## MEMS 薄膜弹性模量及残余应力提取的数值算法\*

戎 华\*, 陈 涵, 王 鸣

(南京师范大学光电技术江苏省重点实验室, 南京 210097)

**摘 要:** 材料弹性模量、残余应力的在线提取, 已成为 MEMS 领域中日益迫切的需要。文中首先简要介绍现有的一些主要的材料参数提取方法, 然后提出了一种无需静电作用下两端固支梁吸合电压的显式解析表达式, 而是利用决定静电作用固支梁弯曲挠度的微分方程直接计算吸合电压, 再提取材料参数的算法。避免了在推导吸合电压的显式表达式过程中可能引入的误差, 有利于保证材料参数测量的精度。模拟结果表明这种算法速度快、精度高, 对实际应用有较好的参考价值。

**关键词:** 材料参数测量; 数值算法; 吸合电压

中图分类号: O484.2, O484.5

文献标识码: A

文章编号: 1004-1699(2008)03-0431-04

随着 MEMS 加工技术的发展, 表面微机械加工技术已经越来越多的应用于器件的制造中。在表面微机械结构的加工过程中, 薄膜材料参数(例如, 残余应力、弹性模量)的控制就变得尤其重要。材料弹性模量、残余应力的在线提取, 已成为 MEMS 领域中日益迫切的需要<sup>[1]</sup>。材料参数的提取方法在以往的文献中有很多的介绍<sup>[2-9]</sup>, 用于在线提取的主要有: 基片曲率测试法、静电执行法、微梁旋转法、弯梁应变传感器法、谐振频率法及拉曼谱法等。

在线测试必须具有简便性和准确性, 并且占用芯片面积小。在已经提出的众多方法中, 能够同时测量残余应力和弹性模量的一个较好的方法就是两

端固支梁的静电执行法, Zou<sup>[2]</sup>、Osterberg<sup>[3]</sup> 以及 Gupta<sup>[4]</sup> 等人对此均做过广泛的研究。但这些研究都是基于这样一个前提: 就是都需要先求出吸合电压的显式解析式, 然后再从实际测得的吸合电压值, 用这些显式解析式来推算出材料的弹性模量和残余应力。这种方法会由于吸合电压显式解析式本身的误差而引起材料参数测量的误差, 而决定固支梁在外加电压作用下弯曲挠度的微分方程具有很高的精度。如果从决定固支梁弯曲挠度的微分方程直接求解吸合电压, 再去计算材料参数, 就会使参数测量具有较高的精度。本文根据这种思想, 提出了提取材料残余应力和杨氏模量的数值算法, 用 Coventor-

基金项目: 江苏省自然科学基金资助(BK2006223); 东南大学 MEMS 教育部重点实验室开放研究基金资助项目

收稿日期: 2007-09-30 修改日期: 2008-01-11

ware 软件进行了验证。结果表明,此方法精度高、速度快,可在实际中应用。

### 1 吸合电压

对于图 1 所示的单层两端固支梁静电执行结构,梁是导体。具体参数为:长度是  $l$ ,宽度是  $b$ ,厚度是  $h$ ,材料的杨氏模量是  $E$ ,泊松比是  $\nu$ ,沿梁长度方向的残余应力是  $\sigma$ ,外加电压为零时,梁的下表面与下面固定电极间的距离是  $g_0$ , $V$  是外加直流电压。在外加电压的作用下,固支梁会由于静电吸引而发生弯曲,当外加电压增大到某一临界值时,梁就会被吸到其下方的固定电极上,这一现象称为吸合。使梁发生吸合的临界外加电压称为吸合电压  $V_{PI}$ 。决定固支梁在外加电压作用下弯曲挠度  $w(x)$  的微分方程为<sup>[3,10]</sup>:

$$\tilde{E}I \frac{d^4 w(x)}{dx^4} - [bh + \frac{\tilde{E}bh}{2l} (\frac{dw(x)}{dx})^2 dx] \frac{d^2 w(x)}{dx^2} = \frac{0V^2 b}{2(g_0 - w(x))^2} (1 + 0.65 \frac{g_0 - w(x)}{b}) \quad (1)$$

边界条件为:  $w|_{x=0,l} = 0$

$$\frac{dw}{dx} \Big|_{x=0,l} = 0$$

其中  $\tilde{E}$  为材料的等效弹性模量<sup>[3]</sup>, $\tilde{E}$  的大小与梁的宽度有关,当  $b \geq 5h$  时,梁被看成宽梁, $\tilde{E} = E/(1 - \nu^2)$  成为板模量,当  $b < 5h$  时,梁被看成窄梁, $\tilde{E} = E$ ;  $\epsilon_0$  是真空中电容率。

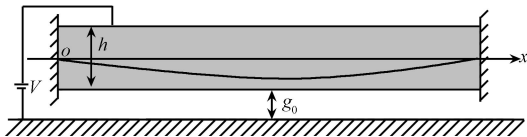


图 1 受静电力作用的单层两端固支梁

由于静电执行结构涉及机械能和电场能两个能量域,所以要从式(1)精确地得到其吸合电压的显式解析式是很困难的。由于材料参数提取的最终目的是要得到材料参数,不是要得到吸合电压的显式解析式,而式(1)具有足够的精度,直接用式(1)来确定吸合电压,就会具有很高的精度。利用式(1)直接计算吸合电压,就要对梁进行一维“网格”化,然后再用差分法求解,这必然会使计算时间延长,如何提高计算速度,以便能在可以接受的时间内计算出结果,就成为此方法能否用于材料参数在线提取的关键。求解式(1),通常有电压迭代法<sup>[3]</sup>和位移迭代法<sup>[11]</sup>。由于电压迭代法的收敛速度较位移迭代法慢很多<sup>[11]</sup>,所以本文采用位移迭代法从式(1)计算吸合电压。两端固支梁的外加电压与其中央归一化位

移<sup>[12]</sup>  $= \frac{w(x)}{g_0} \Big|_{x=\frac{l}{2}}$  的关系如图 2 所示<sup>[11]</sup>。从式(1)

用位移迭代法解吸合电压的步骤如下,首先确定临界吸合时梁中央归一化位移  $\beta_{PI}$  的初始值  $\beta_{PI}^{(0)}$ ,并且从式(1)计算在该归一化位移时的外加电压  $V^{(0)}$ ,再从  $\frac{dV}{d\beta} \Big|_{\beta=\beta_{PI}^{(0)}}$  符号的正负来判断这个假设值是大于还是小于实际的归一化位移。如果  $\frac{dV}{d\beta} \Big|_{\beta=\beta_{PI}^{(0)}} > 0$ ,则归一化位移的假设值小于实际的归一化位移,需要增大(实际模拟表明  $\beta_{PI} \leq 0.01$  就行),每增大一次归一化位移,就计算一次外加电压,并判断外加电压的单调性,当外加电压的单调性发生改变时,就停止计算,吸合电压取最后两次算得的外加电压的平均值。同样,如果  $\frac{dV}{d\beta} \Big|_{\beta=\beta_{PI}^{(0)}} < 0$ ,则归一化位移的假设值大于实际的归一化位移,需要减小(实际模拟表明  $\beta_{PI} \leq 0.01$  就行),每减小一次归一化位移,就计算一次外加电压,并判断外加电压的单调性,当外加电压的单调性发生改变时,就停止计算,吸合电压取最后两次算得的外加电压的平均值。图 3 比较了用 Coventorware 软件和式(1)计算的吸合电压,其中曲线是式(1)的计算结果,数据点是 Coventorware 的计算结果,可见式(1)确实精度较高。由于文献[12]已经给出了临界吸合时梁中央的归一化位移,而且具有较高的精度,所以根据文献[12]可以较精确地确定临界吸合时梁中央归一化位移的初值  $\beta_{PI}^{(0)}$ ,此后只需经过几次(通常为 2 ~ 3 次)迭代(调整归一化位移)就能实现外加电压单调性的改变,这就进一步提高了从式(1)计算吸合电压的速度,使

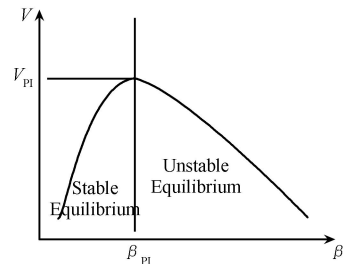
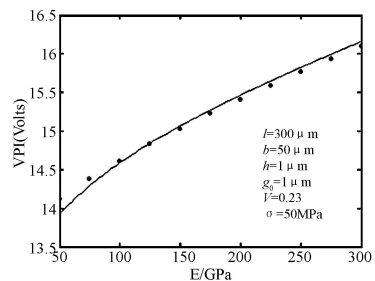
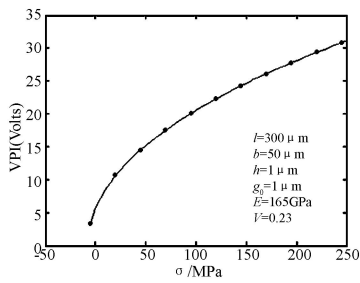


图 2 两端固支梁中央的归一化位移与外加电压关系示意图



(a)



(b)

图 3 CoventorWare 软件和式 (1) 计算结果的比较 (实线是式 (1) 的结果,数据点是 CoventorWare 的结果)

得吸合电压的求解可以在 1s 内完成。

### 2 计算材料参数的数值算法

由于吸合电压是与梁的材料参数和几何尺寸有关的量,所以制作一组不同尺寸的两端固支梁,测出它们的吸合电压值,就可以算出梁材料的等效弹性模量和残余应力。为了能得到材料的等效弹性模量和残余应力,需要制作  $n$  个宽度相同而长度不同的两端固支梁 ( $n \geq 2$ ),测出它们的吸合电压后,可以得到一个由  $n$  个方程组成的方程组

$$\begin{cases} V_{PI1}(\tilde{E}, ) - V_{PI1t} = 0 \\ \dots \\ V_{PIi}(\tilde{E}, ) - V_{PIit} = 0 \\ \dots \\ V_{PIN}(\tilde{E}, ) - V_{PINt} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

其中  $(\tilde{E}, )$  是所要求解的等效弹性模量和残余应力,  $V_{PIi} (i = 1, \dots, n)$  是由式 (1) 决定的第  $i$  个梁的吸合电压,是关于  $(\tilde{E}, )$  的函数,  $V_{PIit} (i = 1, \dots, n)$  是实际测得的第  $i$  个梁的吸合电压。已有的基于两端固支梁吸合电压的弹性模量、残余应力提取方法,都是从  $V_{PIi} (i = 1, \dots, n)$  关于  $(\tilde{E}, )$  的显式解析式出发,再从式 (2) 解材料参数值。本文提出的算法是从式 (1) 用迭代法计算  $V_{PIi} (i = 1, \dots, n)$ ,用最小二乘法从式 (2) 解材料参数值。这种算法能够避免推导吸合电压显式解析式过程中引入的近似所带来的误差,有利于保证测量的精度。

在用最小二乘法解方程组 (2) 的过程中,需要从式 (1) 用数值方法计算大量次数的吸合电压,所以这种算法比利用吸合电压显式解析式的算法所需时间长,利用吸合电压显式解析式的算法计算一次等效弹性模量和残余应力大约需要 1~2 s,用本文提出的算法计算一次等效弹性模量和残余应力大约需要 1 min。1 min 的时间在在线检测中是完全可以接收的,而且这种算法能够保证材料参数测量的精度,

所以,此种算法是一种较好的材料参数计算方法。

### 3 模拟

采用两根长度不同的单层多晶硅两端固支梁来验证本文提出的材料参数计算方法的正确性 (图 4),梁的结构及材料参数见表 1,表 1 中的材料参数是预先假设的。用假设的材料参数通过 CoventorWare 软件计算出这两根梁的吸合电压作为  $V_{PIi} (i = 1, 2)$ ,再用式 (2) 可算得材料参数 (见表 2),从表 2 可见算得的材料参数与假设材料参数的误差是很小的。

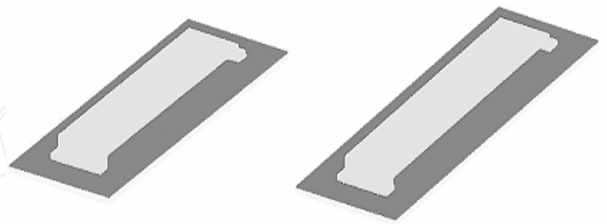


图 4 长度不同的两根多晶硅单层梁  
表 1 两端固支梁的结构及材料参数

梁长 $l$	200, 250	$\mu\text{m}$
梁宽 $b$	50	$\mu\text{m}$
厚度 $h$	0.5	$\mu\text{m}$
间隙高度 $g_0$	1.0	$\mu\text{m}$
等效弹性模量 (预设) $\tilde{E}$	201	GPa
残余应力 (预设)	100	MPa

表 2 材料参数的模拟结果

材料参数	设定值	模拟结果	误差
$\tilde{E}$ / GPa	201	201.80	0.4 %
/ MPa	100	103.33	3.3 %

### 4 结论

通过静电执行结构,利用决定固支梁在外加电压作用下弯曲挠度的微分方程直接计算固支梁的吸合电压,再计算材料的等效弹性模量和残余应力,避免了求吸合电压显式解析式过程中引入的误差,提高了测量的精度。用位移迭代法计算梁的吸合电压,以提高吸合电压的计算速度。模拟结果表明这种计算方法精度高、速度快,适用于通常 MEMS 加工工艺中材料参数的在线提取。

#### 参考文献:

[1] Senturia S D. CAD Challenges for Microsensors, Microactuators, and Microsystems[J]. Proceedings of the IEEE, 1998, 86(8):1611-1626.

[2] Zou Q, Li Z, Liu L. New Methods for Measuring Mechanical Properties of Thin Films in Micromaching: Beam Pull-in Volt-

- age(VPI) Method and Long Beam Deflection (LBD) Method [J]. Sensors and Actuators A, 1995, 48:137-143.
- [3] Osterberg P M, Senturia S D. M-TEST: A Test Chip for MEMS Material Property Measurement Using Electrostatically Actuated Test Structures [J]. Journal of Microelectromechanical Systems, 1997, 6(2):107-118.
- [4] Gupta R K. Electrostatic Pull-in Test Structure Design for IN-SITU Mechanical Property Measurement of Microelectromechanical System(MEMS) [D]:[Ph. D Dissertation]. Massachusetts:Department of Electrical Engineering and Computer Science of MIT, 1997.
- [5] Kim J-H, Kim J-G. Linear-Bending Method for the Measurement of the Residual Stress of Surface-Micromachined MEMS [J]. Sensors and Actuators A, 2005, 119:100-112.
- [6] Baeka C-W, Kima Y-K. Measurement of the Mechanical Properties of Electroplated Gold Thin Films Using Micromachined Beam Structures[J]. Sensors and Actuators A, 2005, 117:17-27.
- [7] Corigliano A, Masi B De. Mechanical Characterization of Polysilicon Through On-Chip Tensile Tests[J]. Journal of Microelectromechanical Systems, 2004, 14(2):200-219.
- [8] Biao Li, Xiaosong Tang. Strain Analysis in MEMS/NEMS Structures and Devices by Using Focused Ion Beam System [J]. Sensors and Actuators A, 2004, 111:57-62.
- [9] Kanga Y, Qiu Y. An Application of Raman Spectroscopy on the Measurement of Residual Stress in Porous Silicon[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2005, 43:847-855.
- [10] Senturia S D. Microsystem Design[M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2001:249-253.
- [11] Nemirowsky Y. An Efficient DIPIE Algorithm for CAD of Electrostatically Actuated MEMS Devices[J]. Journal of Microelectromechanical Systems, 2002, 11(5):612-620.
- [12] Rong H, Huang Q A, Nie M and Li W H. An Analytical Model for Pull-in Voltage of Clamped-Clamped Multilayer Beams[J]. Sensors and Actuators A, 2004, 116:15-21.



戎 华(1965-),男,1988年于西安交通大学获学士学位,1999年于西安交通大学获硕士学位,2004年获东南大学博士学位,现为南京师范大学副教授.主要从事微电子学及MEMS领域的教学与研究.在国内外发表MEMS器件设计与制造方向的论文10多篇,并多次被国内外学者引用,ronghua\_1965@263.net