

非概率不确定性结构的鲁棒性分析

张成¹, 吴慧², 高博青^{*1}, 董石麟¹

(1. 浙江大学 建筑工程学院, 杭州 310058; 2. 浙江财经学院 工商分院, 杭州 310018)

摘要:针对目前评价结构的鲁棒性还没有统一标准的问题,基于 H_∞ 鲁棒控制理论,建立了不确定性结构鲁棒性定量的评价方法。将外部荷载和结构自身的非概率不确定性用凸集模型表达,采用结构系统传递函数的 H_∞ 范数作为结构鲁棒性的定量评价指标。引入 L_2 范数作为评价信号的度量,给出了考虑弹塑性的结构鲁棒性计算公式。分析单自由度并联结构体系,表明不考虑塑性将会高估结构的鲁棒性。分析桁架结构在静力与动力条件下结构的鲁棒性,验证了 H_∞ 鲁棒性评价指标可以合理有效地反映结构的鲁棒性。结果表明,增大结构的冗余度、提高关键构件的承载力储备可以增强结构的鲁棒性,而外部荷载和结构本身的属性的波动将降低结构的鲁棒性。

关键词:鲁棒性;鲁棒 H_∞ 控制;凸集模型;弹塑性

中图分类号: TU323.4; TU352

文献标志码: A

doi:10.7511/jslx201301009

1 引言

结构的鲁棒性通常可以定义为结构不产生与起因不相称(disproportionate)破坏的能力^[1]。目前研究从冗余度^[2]、敏感性^[3]、易损性^[4]及抗倒塌性能^[5]等角度,分析影响结构鲁棒性的因素,并探索了提高结构鲁棒性的定性措施。但是工程应用中需要明确的定量评价标准,才能评估不同结构布置的优劣,识别影响鲁棒性的关键构件,进而进行鲁棒性设计。

评价结构的鲁棒性主要有两种思路:一是分析结构在满足某种性能要求下,允许存在多大幅度的不确定性干扰,例如, Au^[6]使用物理规划的优化方法,通过定义不满意度函数计算鲁棒性; Kanno^[7]考虑荷载和结构刚度的不确定性可以互相独立地存在于结构不同位置的情况,分析了鲁棒性函数的下界;苏永华^[8]基于 Info-Gap 理论分析了围岩参数不确定性对地下结构鲁棒性的影响。二是分析在指定幅度的干扰下,结构性能的波动大小,例如 Lignon^[9]使用积分能量界限凸集模型描述地震作用的不确定性,分析了单自由度线性系统位移的上

界。但以上研究主要基于叠加原理,分析结构处于线弹性状态下的性能;而分析结构的鲁棒性时,通常需要考虑局部破坏及超越荷载等干扰,应允许结构部分进入塑性状态,因此这些评价方法还不能准确地全面地反映结构的鲁棒性。

目前, H_∞ 理论是系统鲁棒控制领域中比较成功且比较完善的理论体系,许多鲁棒性能准则均可以用 H_∞ 范数约束条件来描述^[10,11]。本文基于 H_∞ 鲁棒控制理论,利用凸集模型描述结构的非概率不确定性量,建立了考虑弹塑性的结构鲁棒性定量评价方法。通过单自由度体系分析构件的弹塑性对结构鲁棒性的影响,进而分析桁架结构在静力与动力条件下结构的鲁棒性,验证了该评价方法的有效性。

2 考虑弹塑性的结构鲁棒性

结构系统的运动方程可以写为

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = f(t) \quad (1)$$

式中 M 、 C 、 K 分别为结构的质量、阻尼和刚度矩阵。如果从输入输出特性来分析结构系统,可以认为结构是输入函数空间 F 到输出函数空间 U 的一个映射,即节点荷载向量 f 作为输入将使系统输出节点位移向量 u 。实际的结构系统往往存在不确定性,包括结构自身的属性 M 、 C 、 K 的不确定性 x , 以及外部干扰荷载 $w(x, t)$; 这些不确定性影响结构的性能,使实际节点位移相对名义值偏差 $\Delta u(x, t)$ 。

收稿日期:2011-11-22;修改稿收到日期:2012-03-24.

基金项目:国家自然科学基金(51178414);浙江省自然科学基金(Y1110438)资助项目.

作者简介:张成(1986-),男,博士生;
高博青*(1963-),男,博士,教授,博士生导师
(E-mail: bqgao@zju.edu.cn).

根据定义“鲁棒的结构不会产生与起因不相称的破坏”,如果将“起因”和“破坏后果”分别认为是系统的输入和输出,就可以通过输入与输出之间的传递关系来表达结构鲁棒性。由于不确定的输入具有多种可能,根据 H_∞ 理论^[12],以上结构鲁棒性的定性描述可用数学形式表达为

$$I_R = \|\mathbf{G}(s)\|_\infty = \sup_{\omega \in [0, \infty)} \sigma_{\max}[\mathbf{G}(j\omega)] \quad (2)$$

式中 I_R 是结构的鲁棒性指标, $\mathbf{G}(s)$ 是系统的传递函数矩阵。

对于线性系统,可以将结构的运动方程改写为状态方程的形式,通过拉普拉斯变换计算传递函数矩阵,进而根据式(2)计算鲁棒性指标;对于考虑构件弹塑性的非线性系统,由于传递函数与输入函数有关,不能根据式(2)直接计算鲁棒性指标。引入 L_2 性能准则^[12],以输入输出的 L_2 范数作为评价其能量的度量,鲁棒性可以用结构系统的 L_2 诱导范数表示为

$$I_R = \|\mathbf{G}(s)\|_\infty = \sup_{\|\mathbf{w}(\mathbf{x}, t)\|_2 \neq 0} \frac{\|\Delta \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)\|_2}{\|\mathbf{w}(\mathbf{x}, t)\|_2} \quad (3)$$

对于静力作用, $\mathbf{w}(\mathbf{x}, t)$ 和 $\Delta \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ 可以简化为时间 t 不变的 $\mathbf{w}(\mathbf{x})$ 和 $\Delta \mathbf{u}(\mathbf{x})$, 此时鲁棒性指标为

$$I_R = \sup_{\|\mathbf{w}(\mathbf{x})\|_2 \neq 0} \frac{(\Delta \mathbf{u}(\mathbf{x})^T \Delta \mathbf{u}(\mathbf{x}))^{1/2}}{(\mathbf{w}(\mathbf{x})^T \mathbf{w}(\mathbf{x}))^{1/2}} \quad (4)$$

鲁棒性指标 I_R 体现了输入干扰到结构输出的增益,如果设计时能使此增益足够小,就可以将系统性能的偏差限制在允许的范围内。由式(3,4)可知, I_R 越小,结构对不确定性干扰越不敏感,鲁棒性越好。

3 凸集模型

目前,一般将结构本身和环境中的不确定性因素处理成随机变量,采用概率的方法进行分析。但是,某些情况下很难获取参数的概率统计信息;同时,受验收要求和质量标准控制,施工误差、构件几何尺寸、材料性能以及自重荷载等不确定性量往往只在一定的有界闭区间内波动^[13],而不是分布在无穷区间内的随机变量,这类非概率不确定性量通常可以用如下的凸集模型来描述^[6]:

$$\mathbf{x} \in \mathbf{C}_x(\boldsymbol{\beta}) = \left\{ \mathbf{x}_i \left| \frac{x_i - \bar{x}_i}{\bar{x}_i} \leq \beta_i, i = 1, 2, \dots, n \right. \right\} \quad (5)$$

式中 x_i 表示非概率的结构不确定性变量,其名义值为 \bar{x}_i , β_i 表达了 x_i 的不确定性大小。

利用 H_∞ 理论分析结构的鲁棒性,其基本思想

是将结构系统看作一个包含不确定性的结构族,通过设计使结构族中的所有对象(包括实际结构)均满足期望的性能指标^[12],因此需要分析在所有可能的干扰下结构的最不利后果。令 $f(\mathbf{x}) = \|\Delta \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)\|_2 / \|\mathbf{w}(\mathbf{x}, t)\|_2$, 考虑结构的非概率不确定性变量,式(3)的求解可以转化成如下的优化问题。

$$\max_{\mathbf{x} \in \mathbf{C}_x(\boldsymbol{\beta})} f(\mathbf{x}) \quad (6)$$

由于非概率不确定量 \mathbf{x} 属于凸集 \mathbf{C}_x , 考虑到 $f(\mathbf{x})$ 通常满足连续性和单调性,其极值将会在凸集的顶点处达到^[14]。因此使用凸集模型计算 I_R 时,可以只考虑处于 \mathbf{C}_x 顶点上的输入,降低了概率方法对不确定参数分布特征信息的要求。

4 单自由度体系的鲁棒性

为分析结构属性和外部干扰对结构鲁棒性的影响,首先分析如图1所示的单自由度并联系统。 n 根竖杆铰接于刚性横梁,横梁一端与支座铰接,可自由转动,结构的几何尺寸如图1所示。单根竖杆的截面积为 A , 材料采用双线性强化模型,弹性模量为 E , 应变强化系数为 k , 屈服应力 $\sigma_y = E\epsilon_y$, 其中 ϵ_y 为屈服应变。输入荷载 F 作用于第 n 根竖杆处,方向竖直向下;以横梁转角 θ 为输出。考虑荷载的不确定性,设 F 是区间变量,其名义值为 $\bar{F} = \alpha\sigma_y A$, 而 $F \in [F^l, F^u] = [\bar{F} - \Delta F, \bar{F} + \Delta F]$, 其中 $\Delta F = \beta\sigma_y A$ 。

当只有一根竖杆即 $n = 1$ 时, 设 $\alpha = 0.8$, 即 $\bar{F} = 0.8\sigma_y A$, 根据平衡条件与变形协调关系可知,当 $\beta \leq 1 - \alpha = 0.2$ 时,系统保持弹性,横梁转角为

$$\theta = \frac{\Delta h}{l} = \frac{Fh}{EA l} \quad (7)$$

式中 Δh 为竖杆变形。根据式(4)计算结构的鲁棒性指标为

$$I_R = \frac{\|\Delta \theta\|_2}{\|\Delta F\|_2} \Big|_{F=F^u} = \frac{h}{EA l} \quad (8)$$

当 $\beta > 1 - \alpha = 0.2$ 时,竖杆进入塑性,总应变

$$\epsilon = \epsilon_y + \frac{F - \sigma_y A}{kEA} \quad (9)$$

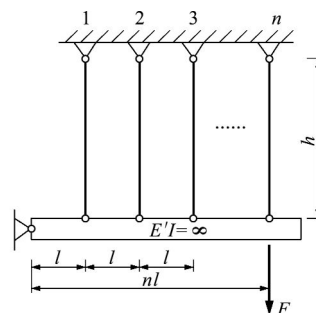


图1 单自由度并联系统

Fig. 1 A single degree of freedom parallel system

横梁转角

$$\theta = \frac{\varepsilon h}{l} = \frac{\varepsilon_y h}{l} + \frac{(F - \sigma_y A)h}{kEA l} \quad (10)$$

又可以分为名义荷载 \bar{F} 和干扰荷载 ΔF 的贡献,

$$\theta = \bar{\theta} + \Delta\theta = \frac{\bar{F}h}{EA l} + \Delta\theta \quad (11)$$

因此,鲁棒性指标为

$$I_R = \frac{\|\Delta\theta\|_2}{\|\Delta F\|_2} \Big|_{F=F^*} = \frac{h}{EA l} \left[\frac{0.2}{\beta} + \frac{\beta - 0.2}{k\beta} \right] \quad (12)$$

以鲁棒性指标 I_R 除以 $h/EA l$ 得到的无量纲量为纵坐标,并取 $k=0.014$,得到结构鲁棒性与荷载波动范围的关系如图 2 所示。可以看出,当干扰荷载较小时,结构保持弹性, $I_R = h/EA l$,即结构的鲁棒性与干扰荷载的大小无关;随干扰荷载增大构件进入塑性,结构的整体刚度产生突变,鲁棒性随之减弱。

因此,鲁棒性本质上是结构自身的性质,受几何、材料等属性影响;外部干扰通过改变结构的属性可以影响结构的鲁棒性。如果不考虑构件的塑性, I_R 将始终保持弹性时的 $h/EA l$,从而高估了结构的鲁棒性;而如果不考虑构件的塑性和延性,结构将在 β 超过 0.2 后破坏。

当有 n 根竖杆时,令第 i 根竖杆内力为 f_i 。当第 i 根竖杆刚进入塑性,即 $f_i = \sigma_y A = E\varepsilon_y A$ 时,横梁转角:

$$\theta = \frac{\varepsilon_y h}{i l} \quad (13)$$

根据几何关系,第 j 根竖杆的变形为

$$\Delta h_j = \theta j l = \frac{j}{i} \varepsilon_y h \quad (14)$$

根据物理关系,各竖杆内力:

$$f_j = \begin{cases} \sigma_y A \frac{j}{i}, & j=1,2,\dots,i \\ (1+k(\frac{j}{i}-1))\sigma_y A, & j=i+1,i+2,\dots,n \end{cases} \quad (15)$$

又由平衡条件:
$$Fnl = \sum_{j=1}^n f_j j l \quad (16)$$

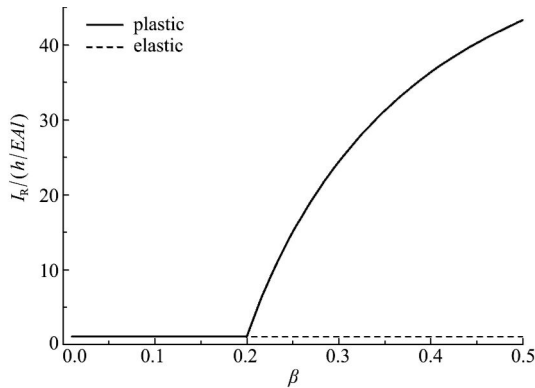


图 2 $n=1$ 时结构鲁棒性与荷载波动范围的关系
Fig. 2 Structural robustness versus load fluctuation ($n=1$)

联立式(15,16),有

$$F = \sigma_y A \cdot g(i, n) \quad (17)$$

式中

$$g(i, n) = (1-k) \frac{3i^2 + 3n - i^2 + 1}{6n} + k \frac{2i^2 + 3n + 1}{6i} \quad (18)$$

因此,当 $g(i+1, n) \leq \alpha + \beta < g(i, n)$ 时,第 1, 2, ..., i 号竖杆处于弹性状态,而 $i+1, i+2, \dots, n$ 号竖杆进入塑性。此时各竖杆内力为

$$f_j = \begin{cases} EA \frac{\theta j l}{h}, & j=1,2,\dots,i \\ (1-k)\sigma_y A + kEA \frac{\theta j l}{h}, & j=i+1,i+2,\dots,n \end{cases} \quad (19)$$

结构仍然满足平衡条件式(16)。将输出 θ 分成 $\bar{\theta}$ 和 ΔF 的贡献:

$$\theta = \bar{\theta} + \Delta\theta = \frac{6}{(n+1)(2n+1)} \frac{h}{EA l} \alpha \sigma_y A + \Delta\theta \quad (20)$$

综合式(16,19,20),鲁棒性指标:

$$I_R = \frac{\beta - (1-k) \left[\alpha - \alpha \frac{i(i+1)(2i+1)}{n(n+1)(2n+1)} - \frac{n^2 + n - i^2 - i}{2n} \right]}{\beta \left[k \frac{(n+1)(2n+1)}{6} + (1-k) \frac{i(i+1)(2i+1)}{6n} \right]} \frac{h}{EA l} \quad (21)$$

根据式(21)分别计算 $n=2, \alpha=0.8$ 和 $n=3, \alpha=1.2$ 时结构的鲁棒性如图 3 所示。系统保持弹性时 $I_R-\beta$ 曲线为水平线; β 分别大于 0.45 和 0.36 时,最外一根竖杆首先进入塑性,结构的鲁棒性略有削弱;随着干扰荷载增大,构件达到塑性的数目增多、塑性程度发展,鲁棒性下降速度加快。而在相同的干扰荷载下,构件数目越多的结构在弹性状态下的鲁棒性越好,而且部分构件进入塑性对鲁棒性的削弱较小。

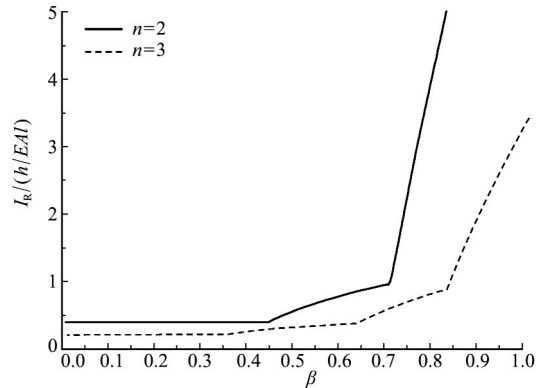


图 3 $n=2,3$ 时结构鲁棒性与荷载波动范围的关系
Fig. 3 Structural robustness versus load fluctuation ($n=2,3$)

对于单自由度并联系统,构件数目越多可以认为结构的冗余度越大;在部分构件进入塑性后,结构可以对干扰荷载进行有效的重分布,因此抵抗干扰的能力更强,通过 I_R 可以反映出其鲁棒性也较强。

5 桁架结构的鲁棒性

对于多输入多输出的结构系统,以图 4 所示的桁架结构为例,材料采用双线性等向强化模型,屈服应力 $\sigma_y = 235$ MPa,弹性模量 $E = 206$ GPa,应变强化系数 $k = 0.014$,密度 $\rho = 7850$ kg/m³;令构件截面积 $A = 700$ mm²,长度 $l = 2$ m,计算结构自振频率为 71.3 Hz。在节点 3、5 作用有节点荷载 $\mathbf{P} = [P_1 \ P_2 \ P_3]^T$ 作为输入,以各节点的位移 $\boldsymbol{\delta} = [\delta_{1,x} \ \delta_{1,y} \ \dots \ \delta_{6,x} \ \delta_{6,y}]^T$ 为输出。

5.1 静力荷载的不确定性

当节点荷载 P_i 为静力荷载时,设其名义值分别为 $\bar{P}_1 = 100$ kN, $\bar{P}_2 = \bar{P}_3 = 50$ kN,且满足 $|(P_i - \bar{P}_i)/\bar{P}_i| \leq \beta$,计算结构的鲁棒性如图 5 所示。

桁架结构鲁棒性随荷载波动范围变化的趋势与单自由度体系类似。当荷载波动较小时,结构保持弹性,结构的鲁棒性较强且与外界干扰无关。根据受力分析, $\beta = 0.37$ 时,7 杆首先进入塑性,但是由于塑性构件的比例较小,图 5 中结构鲁棒性变化不大; $\beta = 0.41$ 时,上弦 1 杆也进入塑性,结构位移增大的速度变快,结构的鲁棒性减弱的速度加快,意味着较小的干扰将会使结构产生更大的输出。

处于不同位置的构件对结构的鲁棒性影响不同,支座处弦杆 1 进入塑性后结构鲁棒性发生突变,迅速减弱;而斜腹杆 7、8 进入塑性则对结构鲁棒性的影响不明显。对于图 4 荷载分布下的桁架结构,可以认为 1 杆属关键构件,而 7、8 杆则为次要构件。结构的鲁棒性受拓扑连接、荷载分布等因素综合影响,因此提高次要构件的承载力储备并不能

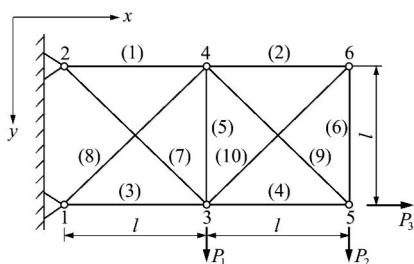


图 4 10 杆桁架模型
Fig. 4 A 10-bar truss

有效增强结构的鲁棒性,进行鲁棒性设计时需要判断结构的关键构件。

5.2 动力荷载的不确定性

考虑结构承受动力荷载的情况。设节点荷载是形为 $P_i = P_{Ai} \sin(2\pi ft)$ 的简谐荷载;考虑不确定性又可以表示为 $P_i = \bar{P}_i + \Delta P_i = (\bar{P}_{Ai} + \Delta P_{Ai}) \sin(2\pi ft)$,其幅值的名义值分别为 $\bar{P}_{A1} = 100$ kN, $\bar{P}_{A2} = \bar{P}_{A3} = 50$ kN,波动的范围为 $|\Delta P_i/\bar{P}_i| \leq \beta$ 。计算结构的鲁棒性如图 6 所示。当不考虑构件的弹塑性时,结构的鲁棒性指标 I_{Re} 与荷载波动无关,同时也会高估结构的鲁棒性。考虑构件的弹塑性,对荷载频率 $f = 15$ Hz,当荷载波动较小时,结构处于弹性状态,考虑塑性的鲁棒性指标 I_{Rp} 与 I_{Re} 相同;当荷载波动增大使构件进入塑性,结构的鲁棒性也就逐渐减弱。对 $f = 35$ Hz,其 $I_R - \beta$ 曲线的趋势与 $f = 15$ Hz 相似;由于更接近结构的自振频率,在较小的荷载波动下已有部分构件进入塑性,因此 I_{Rp} 高于 I_{Re} ,也高于 $f = 15$ Hz 时的 I_{Rp} 。对 $f = 71$ Hz 即荷载与结构产生共振时,由于在名义荷载作用下结构已经产生较大响应,而鲁棒性着重分析干扰下结构性能相对其名义值的偏差,因此结构的鲁棒性随 β 的增大只是略有下降。

5.3 结构本身的不确定性

在 4.1 节静力不确定荷载的条件下,进一步考虑构件截面积 A 存在不确定性,其名义值为 \bar{A} ,波动的范围 $|(A - \bar{A})/\bar{A}| \leq \beta_A$,荷载的波动幅值仍为 β ,计算结构的鲁棒性如图 7 所示。可见结构的鲁棒性随结构本身不确定性的增大而减弱,而且 $I_R - \beta$ 曲线的水平段也相应减少,结构在较小的荷载波动下就将产生鲁棒性突减。

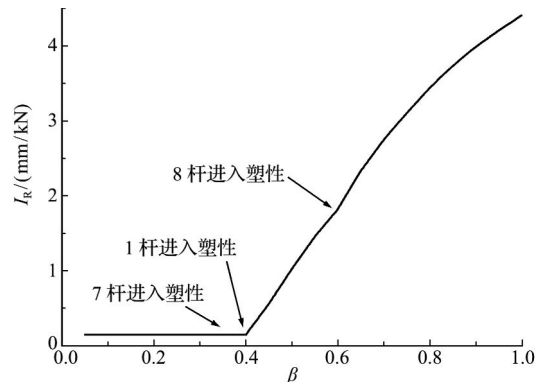


图 5 桁架结构鲁棒性与静力荷载波动范围的关系
Fig. 5 Structural robustness versus static load fluctuation

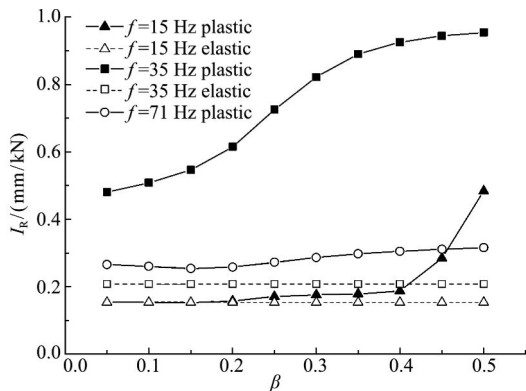


图6 桁架结构鲁棒性与动力荷载幅值波动范围的关系
Fig. 6 Structural robustness versus dynamic load fluctuation

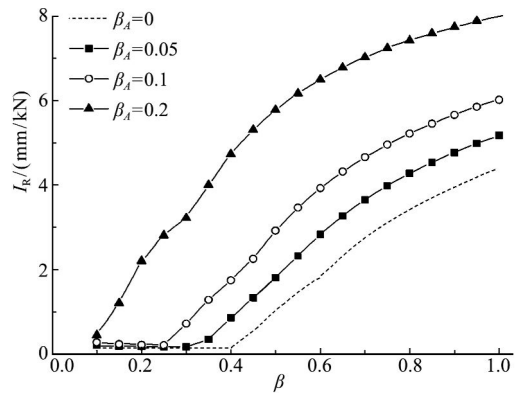


图7 桁架结构鲁棒性与构件截面面积波动范围的关系
Fig. 7 Structural robustness versus fluctuation of cross sections of components

6 结论

(1) 基于鲁棒 H_∞ 控制理论和凸集模型,从定义出发提出一种定量评估结构鲁棒性的新方法。将结构的非概率不确定性用凸集模型表达,采用系统传递函数的 H_∞ 范数作为结构鲁棒性的定量评价指标,可以反映结构的破坏程度与起因是否相称。

(2) H_∞ 范数作为结构鲁棒性的定量评价指标,可以很好地体现出结构的弹塑性、冗余度等物理性质与鲁棒性的关联性,从而更加深入全面地反映结构鲁棒性的本质。

(3) 外部荷载以及结构自身属性的波动将降低结构的鲁棒性,而不考虑构件的弹塑性将会高估结构的鲁棒性。

参考文献(References):

- [1] Starossek U, Haberland M. Disproportionate collapse; terminology and procedures [J]. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 2010, **24**(6): 519-528.
- [2] Yoshihiro Kanno, Yakov Ben-Haim. Redundancy and robustness, or when is redundancy redundant? [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2011, **137**(9): 935-945.
- [3] Lee M, Kelly D W, Degenhardt R, et al. A study on the robustness of two stiffened composite fuselage panels [J]. *Composite Structures*, 2010, **92**(2): 223-232.
- [4] England J, Agarwal J, Blockley D. The vulnerability of structures to unforeseen events [J]. *Computers & Structures*, 2008, **86**(10): 1042-1051.
- [5] 叶列平,程光煜,陆新征,等.论结构抗震的鲁棒性 [J]. *建筑结构*, 2008, **38**(6): 11-15. (YE Lie-ping, CHENG Guang-yu, LU Xin-zheng, et al. Introduction of robustness for seismic structures [J]. *Building Structure*, 2008, **38**(6): 11-15. (in Chinese))
- [6] Au F, Cheng Y S, Tham L G, et al. Robust design of structures using convex models [J]. *Computers & Structures*, 2003, **81**(28-29): 2611-2619.
- [7] Kanno Y, Takewaki I. Robustness analysis of trusses with separable load and structural uncertainties [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2006, **43**(9): 2646-2669.
- [8] 苏永华,李翔.基于 Info-Gap 理论的地下结构稳健性分析方法 [J]. *岩土工程学报*, 2011, **33**(2): 227-233. (SU Yong-hua, LI Xiang. Robust reliability analysis for underground structures based on Info-Gap theory [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2011, **33**(2): 227-233. (in Chinese))
- [9] Lignon S, Jezequel L. A robust approach for seismic damage assessment [J]. *Computers & Structures*, 2007, **85**(1-2): 4-14.
- [10] 张子健,徐敏,陈士橐.机翼颤振的混合灵敏度 H_∞ 鲁棒控制器设计 [J]. *计算力学学报*, 2010, **27**(4): 661-666. (ZHANG Zi-jian, XU Min, CHEN Shi-lu. Mixed sensitivity H_∞ controller designing for active flutter suppression [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2010, **27**(4): 661-666. (in Chinese))
- [11] 宁响亮,刘红军,谭平,等.基于 LMI 的结构振动多目标鲁棒 H_2/H_∞ 控制 [J]. *振动工程学报*, 2010, **23**(2): 167-172. (NING Xiang-liang, LIU Hong-jun, TAN Ping, et al. Multi-objective robust H_2/H_∞ control for structural vibration based on LMI [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2010, **23**(2): 167-172. (in Chinese))
- [12] 梅生伟,申铁龙,刘康志.现代鲁棒控制理论与应用

- [M]. 北京:清华大学出版社,2008. (MEI Sheng-wei, SHEN Tie-long, LIU Kang-zhi. *Modern Robust Control Theory and Application* [M]. Beijing: Tsinghua University Press,2008. (in Chinese))
- [13] 亢 战, 罗阳军. 桁架结构非概率可靠性拓扑优化 [J]. 计算力学学报, 2008, **25**(5): 589-594. (KANG Zhan, LUO Yang-jun. Topology optimization of truss structures for non-probabilistic reliability [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2008, **25**(5): 589-594. (in Chinese))
- [14] 邱志平, 陈吉云, 王晓军. 结构鲁棒优化的非概率集合理论凸方法 [J]. 力学学报, 2005, **37**(3): 295-300. (QIU Zhi-ping, CHEN Ji-yun, Wang Xiao-jun. Robust optimization for structures using non-probabilistic convex method of set theory [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2005, **37**(3): 295-300. (in Chinese))

Analysis of structural robustness with non-probabilistic uncertainties

ZHANG Cheng¹, WU Hui², GAO Bo-qing^{*1}, DONG Shi-lin¹

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China;

2. Zhejiang Finance and Economics College, Hangzhou 310018, China)

Abstract: Currently there is no generally accepted criterion for a quantitative measure of structural robustness. Taking basis in robust H_∞ control theory, a framework for quantitative assessing structural robustness considering uncertainties is proposed. Non-probabilistic uncertainties of external loads and structure itself are expressed by convex model, and structural robustness can be assessed by H_∞ norm of the transfer function. Specific formula for elastic-plastic structural robustness is given, using L_2 norm as an evaluation of signal. Analysis results of a single degree of freedom parallel system indicate that structural robustness will be overestimated without considering plasticity. Analysis of a truss structure subjected to static and dynamic load indicates that H_∞ structural robustness index can effectively and reasonably reflect structural robustness. The results show that increasing redundancy of structures or load-carrying capacity reserves of key components can enhance structural robustness, while fluctuations of external load and properties of structures will reduce structural robustness.

Key words: robustness; robust H_∞ control; convex model; elastic-plastic