

超空泡横截面独立膨胀原理解析及其应用

杨洪澜^{*1}, 史文谱²

(1. 齐齐哈尔大学 机电学院, 齐齐哈尔 161006; 2. 烟台大学 机电汽车工程学院, 烟台 264005)

摘要:应用能量守恒定律阐释了空泡横截面独立膨胀原理, 推导了空泡横截面面积与水中运动物体的相对速度及空化数之间的关系式, 对 Logvinovich 给出的公式作了进一步的完善和扩充, 并在此基础上研究了若干种非正常条件下, 圆盘后部有限轴对称超空泡长度和形态的非正常变化过程, 通过数值算例说明了方法的可行性。本文结论可为水中超空泡航行体的设计提供理论参考, 对相关数值计算有重要理论指导意义。

关键词:超空泡横截面独立膨胀原理; 圆盘空化器; 非正常过程; 空泡形态

中图分类号: O352 **文献标志码:** A **doi:** 10.7511/jslx201402023

1 引言

超空泡技术可以极大地避免水与航行体表面的粘性阻力。航行体经常是运动在变化的流场条件下, 要实现超空泡减阻, 必须维持稳定的超空泡形态, 这就要对非正常超空泡形态的变化规律加以研究。超空泡本来是非正常的, 但如果忽略空泡尾部溃灭区的非正常性, 在来流速度、空化器姿态和尺寸等不变时, 超空泡可以看作是定常的。在无粘、无旋不可压缩势流理论框架内, Semenenko^[1]采用积-微分方程方法, 运用时间有限差分离散化数值算法求解方程, 对薄对称楔体形状变化引起的非正常超空泡问题进行了研究。杨洪澜^[2]等采用类似方法, 对细长锥体速度和锥角变化等引起的非正常超空泡进行了研究, 得出了超空泡长度和形状的非正常变化过程。结果表明, 与准定常超空泡变化过程相比, 非正常变化均表现出时间滞后性质。

在非正常空泡流的研究中, Logvinovich 空泡横截面独立膨胀原理占有重要位置。运用独立膨胀原理可以求解变速运动超空泡形状和空化器作小曲率曲线运动的超空泡问题^[3]、垂直超空泡形状问题^[4]以及通气超空泡的稳定性问题^[5]。Paryshev^[6]指出, 独立膨胀原理在平面问题中也成立; Pellone 等^[7]基于 Logvinovich 独立膨胀原理建立了一个二维非正常空泡的简单模型。

本文对独立膨胀原理作了阐述, 对于公式作了进一步推导, 得出含有速度项的空泡半径的积分公式, 能够适用于多种非正常条件, 并将其应用到圆盘空化器的非正常空泡问题中。

2 空泡横截面独立膨胀原理的实验描述和理论描述

关于独立膨胀原理, 已经有若干实验证明了其正确性。在 Savchenko 的实验中, 为了验证独立膨胀原理^[8], 使超空泡模型在 1000 m/s 高速下通过一个开有圆孔的障碍物——厚度为 1.5 mm 的刚性钢板, 钢板放置在距离模型入水处 8.3 m, 与运动方向垂直, 如图 1 所示。图 1 中包含 5 幅照片, 可以看出, 阻止纵向流的障碍物的存在丝毫不影响超空泡的横向膨胀和收缩。这表明:

- (1) 邻近细长超空泡的液体主要是在横向流动。
- (2) 被钢板分开的相邻空泡截面总是以相同的方式发展, 仿佛障碍物不存在一样。

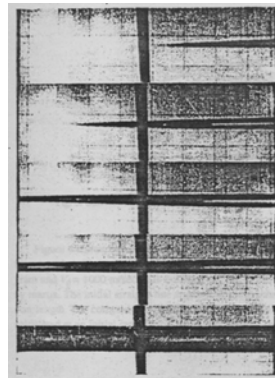


图 1 超空化模型通过障碍物的过程^[9]
Fig. 1 Passing of supercavitating model through an obstacle^[9]

收稿日期: 2012-10-29; 修改稿收到日期: 2013-06-08.

基金项目: 山东省自然科学基金(ZR2010AM002)资助项目.

作者简介: 杨洪澜^{*} (1968-), 男, 博士, 讲师

(E-mail: yanghl.20@163.com);

史文谱 (1963-), 男, 博士, 副教授.

(3) 没有蒸汽或气体随着超空泡在纵向运动,在每一段模型经过的通路上,以机械能的形式含有模型通过这段通路所作的功,最后以热能的形式消散。

当空化数等于零时,超空泡为无限的;当空化数大于零时,超空泡为有限的。Logvinovich 从动量方程出发,得出了有限超空泡横截面半径的运动方程^[3]为

$$R=R_k \sqrt{1-(1-R_1^2/R_k^2)|(1-t/t_k)|^{2/\mu}} \quad (1)$$

式中 μ 为修正系数, $\mu=0.85\sim 1$, t_k 为空泡半径从某一个值 R_1 膨胀到最大值 R_k 经历的时间。配合独立膨胀原理,式(1)也可以用来计算定常或非定常超空泡形状,当 $t/t_k > 1$, 即空泡从最大半径开始收缩时,公式仍然成立;而当 $t/t_k > 1.5$ 时,空泡边界因为开始溃灭并形成泡沫变得不确定了。

在定常条件下,由式(1)可以确定空泡半长,即 $l_k = V_0 t_k$ 。为使 $t=0$ 时,由式(1)给出的空泡形状尺寸与空泡前部相一致,有经验公式 $R=R_n[1+3(x/R_n)]^{1/3}$, 式中,当 x 很小时,空泡形状不依赖于空化数 σ ; 取联接点为 $x_1 = 2R_n$, 得到 $R_1 = 1.92R_n$ 。

如果联接点的坐标为 $x = x_1$, 则空泡半长为 $L_k = l_k + x_1$, 经过计算得到与 $x_1 = 2, \mu = 0.85$ 相应的近似公式为

$$L_k \sigma / R_n = 1.92 - 3\sigma \quad (2)$$

Logvinovich 从能量原理出发得到了积分形式的独立膨胀原理的方程^[10]。

能量原理的一般形式可以表示为

$$\frac{\partial}{\partial S}(U+T+E)=0 \quad (3)$$

式中 S 为空化器运动轨道的弧长。 $\partial U/\partial S = \pi R^2(p_\infty - p_c)$, $dT = -(\rho/2)\varphi(\partial\varphi/\partial n)(2\pi R dS)$, 对于细长超空泡有 $\partial\varphi/\partial n \approx \dot{R}$, $\partial E/\partial S = -W$ 。在一般情况下, $p_\infty - p_c = \Delta p$ 可以是时间 t 或半径 R 的函数。将这些表达式代入式(3),在轨道的点上有

$$\varphi(S) = -(W - \pi R^2 \Delta p) / \pi \rho R \dot{R} \quad (4)$$

式中 $W = c_x \pi R_n^2 \rho V^2 / 2$, V 为空化器在点 S 的速度;另外, $W = \pi R_k^2 \Delta p$, R_k 为膨胀空泡的最大截面半径(修正系数 $K(\sigma)$ 接近于单位值而忽略)。将式(4)代入空泡表面的动力学边界条件,可得

$$-\frac{W}{\pi \rho} \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{R \dot{R}} \right] + \frac{\Delta p}{\rho} \frac{d}{dt} \left[\frac{R}{\dot{R}} \right] = \frac{\Delta p}{\rho} - \frac{\dot{R}^2}{2} \quad (5)$$

对式(5)两边除以 $R \dot{R}$ 并积分,得

$$-W/\pi \rho + (\Delta p/\rho)R^2 = -(R \dot{R})^2 \ln R + \text{const}$$

或写为

$$\frac{dR}{dt} = \frac{1}{R} \{ (R_k^2 - R^2) / [\ln(R/R_1) + A] (\Delta p/\rho) \}^{1/2} \quad (6)$$

式中 A 为积分常数。

对于定常空泡, $dR/dt = V(\partial R/\partial x)$, Logvinovich 得到空泡形状公式为

$$\frac{x}{R_n} = -(\sqrt{2c_x/\sigma}) \int_{R_1}^R [\ln(R/R_1) + A]^{1/2} \cdot d(1 - R^2/R_k^2)^{1/2} \quad (7)$$

为便于应用独立膨胀原理,可以在固定截面对式(6)进行积分,有

$$V(t_0)(t - t_1) = \sqrt{2/\sigma} \int_{R_1}^R R [\ln(R/R_1) + A]^{1/2} \cdot (R_k^2 - R^2)^{-1/2} dR \quad (8)$$

式中 t_0 为空化器通过所考察截面的时刻, t_1 为所考察截面的空泡半径达到 $R_1 = 2R_n(t_0)$ 的时刻。式(8)是关于 $R_n(t_0)$ 的无量纲式,此式可更容易理解空泡横截面的独立膨胀与瞬时速度 $V(t_0)$ 和瞬时空化器半径 $R_n(t_0)$ 的关系。

3 算 例

下面应用独立膨胀原理举几个非定常有限超空泡的算例。

图2所示空泡长度的变化。空化器在流体中匀速运动,当空化数为 $\sigma = 0.1$ 时形成定常超空泡,长度 $l_0 = 32.4$ 。然后,令空化器作匀加速运动,加速度 $a = \pm 0.01$, 加速时间段 $\tau = 32.4$ 后空化器仍保持匀速运动。图2(a)所示为加速时空泡长度变化过程,图2(b)所示为减速时空泡长度变化过程。从独立膨胀原理的分析和图线可知,在这两个过程中,非定常过程滞后于准定常过程的时间为 $\tau = 32.4$ 。

图3所示空化数为 $\sigma = 0.1$ 时,圆盘空化器在 $x = 16.2$ 的位置已形成定常超空泡,这个位置作为计时起点 $t = 0$; 然后,空化器以加速度 $a = \pm 0.01$ 和匀速运动继续向原点运动,图中画出了当 $t = 16.2$ 时,变速运动超空泡和定常超空泡的形状。可以看出,在 $16.2 < x < 32.4$ 段三个超空泡外形重合,符合独立膨胀原理。

图4所示为空化器圆盘半径均匀增加或减小变化时空泡形状。空化器的半径变化规律为

$$R_n(t) = 1 + \kappa t \quad (9)$$

定常空泡长度为 $l_0 = 32.4$, 当 $t = 0$ 时,空化器位于 $x = l_0$ 。空化器运动时间为 $\tau = 32.4$ 。半径变化系数满足 $\kappa \tau = \pm 0.5$, 即圆盘运动到原点时,空

化器直径增加或减小 0.5 倍。图 4 画出了圆盘运动到原点时定常和非定常超空泡的形状。

图 5 所示空化数作均匀变化超空泡形状。空化数变化规律为

$$\sigma(t) = \sigma_0(1 + \kappa t) \quad (10)$$

图 5 中初始空化数为 $\sigma_0 = 0.04, \kappa = 0$ 时,为定常超空泡,定常空泡长度为 $l_0 = 90$; 当空化器从 $x = l_0$ 的位置运动到原点时,空化数分别为 0.02 和 0.08。

图 6 所示空化数作正弦变化时超空泡的形状。初始空化数和定常空泡长度与图 4 相同。空化器从 $x = 90$ 的位置向原点方向匀速运动,空化数变化规律为

$$\begin{cases} \sigma(t) = \sigma_0(1 + \kappa \sin \omega t), & 0 \leq t \leq 80 \\ \sigma(t) = \sigma_0, & t > 80 \end{cases} \quad (11)$$

系数 $\kappa = 0.1$, 图 6 中画出了在若干频率下, $t = 90$ 时,超空泡形状。可以看出,在 $\omega = \pi/10$ 时,空泡长度为 82.2, 比定常空泡短。

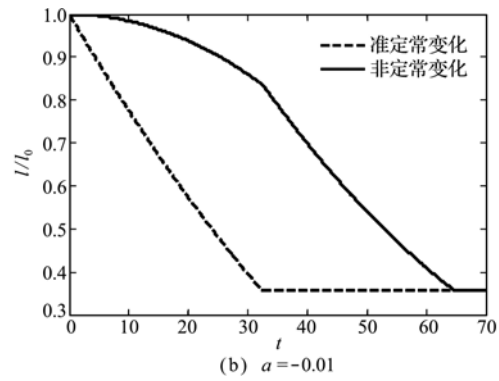
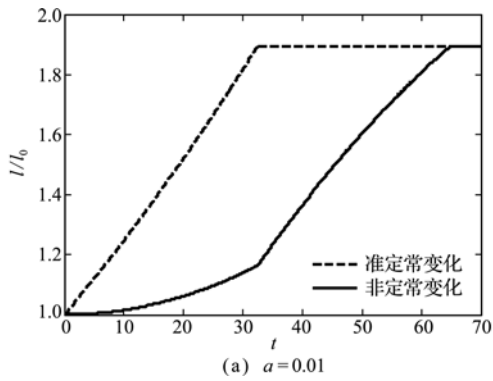


图 2 圆盘速度增加时超空泡长度变化过程
Fig. 2 History of the supercavity length at increase of the disk's velocity

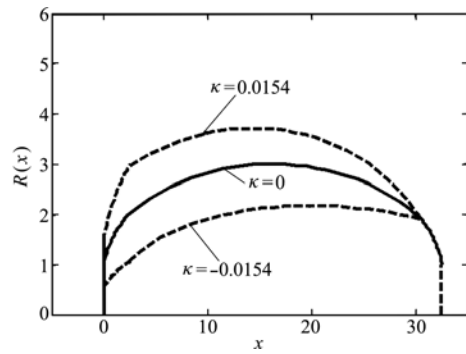
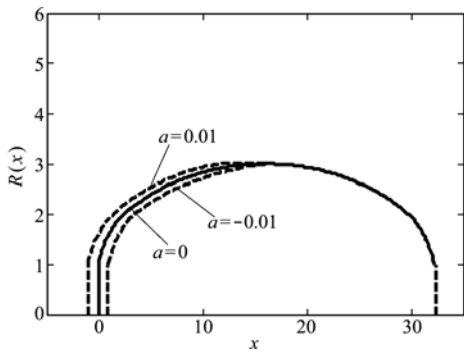


图 3 变速运动圆盘超空泡形状($\sigma=0.1$)
Fig. 3 Supercavities shape behind a disk with variational velocity motion($\sigma=0.1$)

图 4 圆盘半径变化时空泡形状($\sigma=0.1$)
Fig. 4 Supercavities shape with variational disk's radius($\sigma=0.1$)

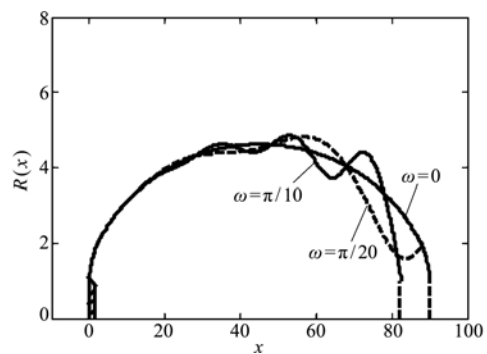
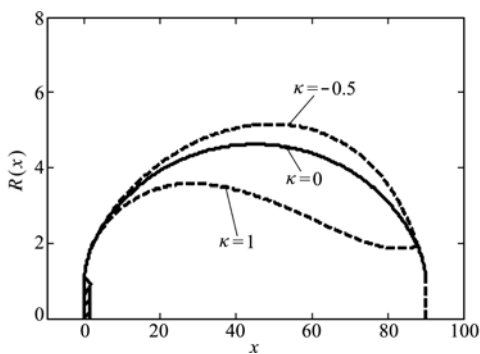


图 5 空化数均匀变化时圆盘超空泡形状
Fig. 5 Supercavity shape behind a disk at uniformly variation of cavitation number

图 6 空化数正弦变化时圆盘超空泡形状
Fig. 6 Supercavity shape behind a disk at sine variation of cavitation number

4 结 论

在圆盘空化器后部存在非定常超空泡的情况下,对 Logvinovich^[3]独立膨胀原理的公式进行了进一步的完善和推导,使其适用于多种非定常过程;并在此基础上给出了非零空化数时,空泡形状随着不同空化器速度、空化器尺寸和空化数而变化的过程,得到了非定常空泡长度变化相对于准定常变化过程具有时间的滞后性。本文方法可为水中超空泡航行体的设计提供理论指导和数据参考。

参考文献(References):

- [1] Semenenko V N. Calculation of two-dimensional unsteady supercavities at arbitrary time dependence[J]. *International Journal of Fluid Mechanics Research*, 2004, **31**(6):621-632.
- [2] 杨洪澜,张嘉钟,李凤明,等.细长体后部非定常超空泡研究[J]. *计算力学学报*, 2008, **35**(5):693-699. (YANG Hong-lan, ZHANG Jia-zhong, LI Feng-ming, et al. Investigation on unsteady supercavity behind slender bodies[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2008, **25**(5):693-699. (in Chinese))
- [3] Логвиневич Г В. Гидродинамика Течений Со Свободными Границами[M]. Киев, Наукова думка, 1969. (Logvinovich G V. *Hydrodynamics of Flow with Free Boundaries*[M]. Kiev, Naukova Dumka, 1969. (in Russian))
- [4] Basharova V N, Serebryakov V V. Analysis of a vertical axisymmetric cavitating flow around a body[J]. *Fluid Mechanics-Soviet Research*, 1979, **8**(5):33-37.
- [5] Semennko V N. Computer modeling of pulsations of ventilated supercavities[J]. *International Journal of Fluid Mechanics Research*, 1996, **23**(3,4):302-312.
- [6] Paryshev E V. Mathematical modeling of unsteady cavity flows[A]. Fifth International Symposium on Cavitation (CAV2003) [C]. Osaka, Japan, Cav03-OS-7-014.
- [7] Pellone C, Franc J P, Perrin M. Modeling of unsteady 2D cavity flows using[A]. Logvinovich Independence Principle[S]. C. R. Mecanique, 2004, **332**:827-833.
- [8] Savchenko Yu N. Experimental studies of high-speed cavitated flows[J]. *International Journal of Fluid Mechanics Research*, 1999, **26**(3):365-374.
- [9] Savchenko Yu N, Semenenko V N, Putilin S I. Unsteady supercavitated motion of bodies[J]. *International Journal of Fluid Mechanics Research*, 2000, **27**(1):109-137.
- [10] Logvinovich G V. On the law of an unsteady cavity expansion[J]. *International Journal of Fluid Mechanics Research*, 2001, **28**(5):623-630.
- [11] 杨洪澜.非定常超空泡绕流研究[D].哈尔滨工业大学, 2007. (YANG Hong-lan. Investigation of Unsteady Supercavitating Flow behind Bodies[D]. Harbin Institute of Technology, 2007. (in Chinese))

Analysis of supercavity cross section independent expansion principle and its applications

YANG Hong-lan^{*1}, SHI Wen-pu²

(1. School of Mechatronics, Qiqihar University, Qiqihar 161006, China;

2. School of Electro-mechanical Automobile Engineering, Yantai University, Yantai 264005, China)

Abstract: The law of conservation of energy is employed to interpret the supercavity cross section independent expansion principle in this paper. The formula between the cavity cross section area and the object relative movement velocity to water and the cavitation number are derived, Logvinovich' given formulas are further improved and expanded. And the unsteady changing processes of the posterior limited axisymmetric supercavitation length and form of the disk are studied under several kinds of unsteady conditions basing on this paper's investigations, the feasibility of the method here is illustrated through a given numerical example. In conclusions, it provides theoretical references for the design of water supercavitation navigation body, and has important theoretical guiding significance to the related numerical calculations.

Key words: supercavity cross section independent expansion principle; disk cavitator; unsteady process; cavity form