

# 一种航空发动机的分段实时线性动态模型

王 斌, 王 曦, 石玉麟, 王华威

(北京航空航天大学 能源与动力学院, 北京 100191)

**摘 要:** 针对喷口不可调涡扇发动机实时线性动态模型的建立问题, 提出了一种基于粒子群优化算法小偏差状态空间模型的方法. 选取高压转子换算转速为增益调度参数, 根据发动机相似原理, 建立了发动机全飞行包线分段实时线性模型. 全飞行包线内所提出的分段实时线性模型与非线性模型仿真对比结果表明: 涡扇发动机高压压气机出口总压、低压涡轮出口温度、高压转子转速和低压转子转速的最大相对误差不超过 3.5%, 仿真结果验证了该方法的有效性.

**关 键 词:** 涡扇发动机; 状态空间模型; 粒子群优化法; 增益调度; 分段实时线性动态模型

**中图分类号:** V233.7

**文献标志码:** A

## A real-time piecewise linear dynamic model of aeroengine

WANG Bin, WANG Xi, SHI Yu-lin, WANG Hua-wei

(School of Energy and Power Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** Aiming at establishing a real-time linear model of a turbofan engine with a fixed nozzle, a method of applying particle swarm optimization (PSO) algorithm to optimize state space model was proposed. The high pressure rotor corrected speed was selected as the gain scheduling parameter, a real-time piecewise linear dynamic model (RPLDM) which covers the entire operating envelop was built. The proposed optimizing method was validated by the similarity between the simulation results of the optimized linear model and the nonlinear model running in the entire flight envelop. Specifically, the comparative errors like pressure, temperature, and shaft speed of the turbofan engine are all within 3.5%.

**Key words:** turbofan engine; state space model;  
particle swarm optimization algorithm; gain scheduling;  
real-time piecewise linear dynamic model

在航空发动机多变量控制方法中, 较为完善及成熟使用的仍是线性控制方法. 另一方面, 由于发动机热力学非线性动态模型太过复杂, 并不能保证实时性, 而分段线性动态模型既有非线性模型的精确性, 又有线性动态模型的速度, 可在系统整合时, 检验控制器硬件性能<sup>[1]</sup>. 因此分段线性模型无论在航空发动机的控制、性能优化还是故障诊断中都得到了广泛应用<sup>[2]</sup>. 精确的小偏差状态空间模型是建立分段线性模型的基础. 目前, 航空

发动机小偏差状态变量建模主要是采用偏导数法和曲线拟合法. 偏导数法原理简单但是通常精度不高<sup>[3-5]</sup>. 曲线拟合法精度较高, 但是需要合理的初猜值, 以及需要求解微分方程<sup>[6-7]</sup>. 由于航空发动机本质上是一个强非线性、多模态和高阶的对象, 为了提高模型精度, 往往需要对动态系数阵的元素进行修正, 通过修正可提高模型精度, 但仍存在较大误差<sup>[8]</sup>.

近年来, 粒子群优化算法已应用于航空发动

机建模中<sup>[9-10]</sup>,但出现的问题是参数搜索范围较大的情况下,导致种群规模复杂而计算耗时。为此,本文先按顺数法<sup>[11]</sup>提取了一个初步的状态空间模型作为初始种子来设定粒子搜索范围,从而获取更高精度的状态空间模型;同时基于增益调度法<sup>[12]</sup>提出了涡扇发动机分段实时线性动态模型,并建立了数字仿真平台,进行了算法有效性验证。

## 1 小偏差状态空间模型

### 1.1 状态空间模型

某双转子涡扇发动机,喷口不可调。在海平面标准大气条件下,从慢车到最大状态,选取12个稳态工作点,利用发动机非线性动态模型按顺数法提取状态空间模型表达式为

$$\begin{cases} \Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\Delta \mathbf{x} + \mathbf{B}\Delta \mathbf{u} \\ \Delta \mathbf{y} = \mathbf{C}\Delta \mathbf{x} + \mathbf{D}_i\Delta \mathbf{u} \end{cases} \quad (1)$$

式中  $\Delta \mathbf{x} = [\Delta n_2, \Delta n_1]^T$  为一个二维状态向量,其中  $n_2, n_1$  分别为高、低压转子转速;  $\Delta \mathbf{u} = \Delta W_f$  为控制变量,其中  $W_f$  为主燃油量;  $\Delta \mathbf{y} = [\Delta n_2, \Delta n_1, \Delta p_3, \Delta T_5]^T$  为一个四维输出向量,其中  $p_3$  和  $T_5$  分别代表高压压气机出口总压、低压涡轮出口总温。

### 1.2 状态空间模型的粒子群优化

粒子群优化(PSO)算法是一种模拟鸟类捕食行为的群体智能算法,是基于迭代的随机全局优化技术,需要调整的参数少,容易实现。PSO与遗传算法不同的是:每个个体都被赋予了一个随机速度,具有记忆功能,个体的进化不是通过遗传算子,而是通过个体之间的合作和竞争来实现<sup>[13-15]</sup>。

基于粒子群优化算法原理,提出如下喷口不可调的涡扇发动机状态空间模型的粒子群优化算法:

1) 基于涡扇发动机非线性模型,首先用顺数法求出状态空间模型,以此作为粒子群优化算法的初值,其次设定粒子搜索范围,采用实数编码生成初始粒子,对粒子群优化算法中要进行调节的参数,如粒子群规模大小  $S$ 、最大速度  $V_{\max}$ 、学习因子  $c_1$  和  $c_2$ 、惯性权重  $\omega$  和中止条件等进行设置,并给出最大进化代数  $G$  作为粒子群优化的最大迭代次数,完成种群初始化。

2) 对用顺数法获得的状态空间模型初始粒子和涡扇发动机非线性模型加入相同的阶跃输入激励信号,获取两种不同模型的输出参数响应数

据,以此构成采样的样本空间集合,并建立评估粒子个体优劣离散型最优加权性能指标

$$J_i = \sum_{k=0}^N \{ \alpha [N_1(kT) - n_1(kT)]^2 + \beta [N_2(kT) - n_2(kT)]^2 \} \quad (2)$$

从式(2)可知,该优化目标是在加权误差平方和意义上对目标伺服性能的自适应最佳逼近。其中  $\alpha$  和  $\beta$  分别为对低压转子转速和高压转子转速的加权因子,  $0 < \alpha < 1$ ,  $0 < \beta < 1$ ,  $\alpha + \beta = 1$ ,  $T$  为采样周期,  $N$  为样本空间的采样总个数,  $N_1(kT)$  和  $N_2(kT)$  为非线性模型输出的低压转子转速和高压转子转速,  $n_1(kT)$  和  $n_2(kT)$  为线性模型输出的低压转子转速和高压转子转速。

3) 计算粒子个体的适应度值

$$f_i = \frac{1}{J_i} \quad (3)$$

求出种群的最优位置,完成对个体最优和全局最优的初始化。

4) 更新粒子的速度和位置,产生新种群,并对粒子的速度和位置进行越界检查。为避免算法陷入局部最优解,加入一个局部自适应变异算子进行调整。粒子速度  $V$  和位置  $X$  更新为

$$V_i^{g+1} = \omega(g) \times V_i^g +$$

$$c_1 r_1 (p_i^g - X_i^g) + c_2 r_2 (S_{i,\text{best}}^g - X_i^g) \quad (4)$$

$$X_i^{g+1} = X_i^g + V_i^{g+1} \quad (5)$$

其中  $i=1, 2, \dots, S_{\text{ize}}$ ;  $g$  为当前进化代数,  $g=1, 2, \dots, G$ ;  $r_1$  和  $r_2$  为0到1的随机数;  $c_1$  和  $c_2$  分别为局部和全局学习因子;  $p_i^g$  为个体历史最优值,  $S_{\text{best}}^g$  为整个种群的最优解。

5) 比较粒子当前适应值和自身历史最优适应值,如果优于自身历史最优适应值,则以自身历史最优适应值作为当前适应值,并更新粒子位置。

6) 比较粒子当前适应值和种群最优值,如果优于种群最优值,则以种群最优值作为当前适应值,并更新种群全局最优值。

7) 以最大进化代数作为迭代结束条件,检查这一条件是否满足,若满足,结束寻优;否则转至步骤4),进入下一次迭代。

在具体优化过程中,采用上述算法先对状态空间模型系数矩阵  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  寻优,然后保持  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  不变,再对系数矩阵  $\mathbf{C}$  和  $\mathbf{D}$  进行寻优,从而获得粒子群优化后的状态空间模型。

### 1.3 优化算例

某涡扇发动机非线性模型,在某一稳态工作点,根据顺数法求得状态空间模型为

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_1 &= \begin{bmatrix} -4.881 & 0.478 \\ 2.254 & 15.598 \end{bmatrix} & \mathbf{B}_1 &= \begin{bmatrix} 0.579 \\ -0.091 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{C}_1 &= \begin{bmatrix} 1.000 & 0 \\ 0 & 1.000 \\ -0.628 & 0.580 \\ -2.545 & -0.221 \end{bmatrix} & \mathbf{D}_1 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.153 \\ 0.328 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

按上述状态空间模型的粒子群优化算法先对状态空间模型系数矩阵  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  寻优,共有 6 个参数需要辨识,取粒子群规模为  $S=80$ ,最大迭代次数  $G=50$ ,粒子运动最大速度为  $V_{\max}=1.0$ ,即速度范围为  $[-1,1]$ .学习因子取  $c_1=1.3, c_2=1.7$ ,采用线性递减的惯性权重,惯性权重采用从 0.9 线性递减到 0.1 的策略.求得  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  矩阵,最优加权性能指标的优化过程如图 1 所示.接着对系数矩阵  $\mathbf{C}$  和  $\mathbf{D}$  进行寻优,最后得到以下粒子群优化后的状态空间模型

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_p &= \begin{bmatrix} -4.381 & 0.162 \\ 14.598 & -3.430 \end{bmatrix} & \mathbf{B}_p &= \begin{bmatrix} 0.479 \\ -0.090 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{C}_p &= \begin{bmatrix} 1.000 & 0 \\ 0 & 1.000 \\ -0.675 & 0.580 \\ 2.891 & -0.988 \end{bmatrix} & \mathbf{D}_p &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.027 \\ -0.527 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

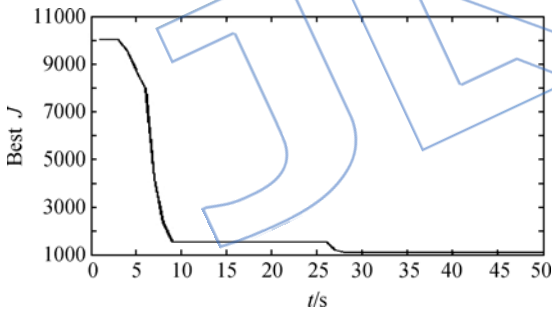
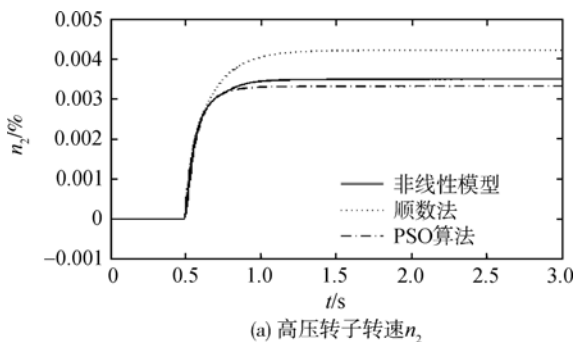


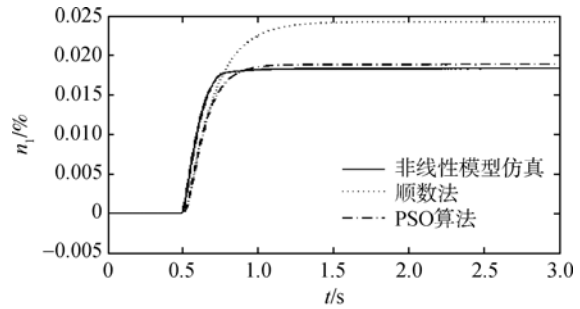
图 1 指标函数  $J$  的优化过程

Fig. 1 Optimization procedure of the indicator function  $J$

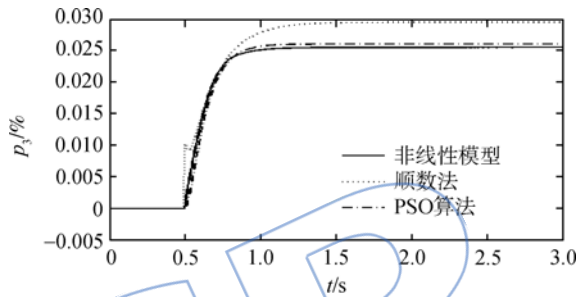
对上述用顺数法求取的线性模型和用粒子群优化的线性模型这两种模型与非线性模型进行阶跃响应对比,仿真曲线如图 2 所示.



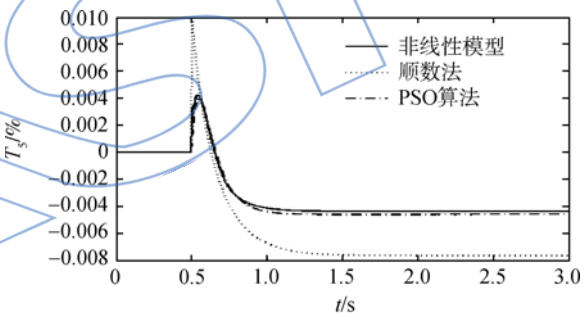
(a) 高压转子转速  $n_2$



(b) 低压转子转速  $n_1$



(c) 高压压气机出口总压  $p_3$



(d) 低压涡轮出口总温  $T_5$

图 2 供油量增加 2% 阶跃响应曲线

Fig. 2 Step response when fuel flow increases by 2%

仿真结果表明,相对于用顺数法提取的线性模型,用粒子群优化算法优化后的线性模型和非线性模型误差较小,从而进一步提高了状态空间模型的精度.

## 2 增益调度模型

### 2.1 增益调度

在整个飞行包线内,涡扇发动机性能呈现很大的变化,为了用线性化模型实现全飞行包线内的实时模拟,借鉴美国 NASA 在 F100 双转子加力涡扇发动机上采用的增益调度技术<sup>[16-17]</sup>,并根据发动机工作原理,针对喷口不可调的涡扇发动机工作特点,其各截面气动热力参数均与高压转子换算转速  $n_{2,cor}$  有对应关系,同时考虑发动机工

作状态的变化,采用分段线性插值的方法,以获取更为准确的模型.由此

$$\begin{cases} \Delta \dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{A}_i(n_{2,\text{cor}})\Delta \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{B}_i(n_{2,\text{cor}})\Delta \mathbf{u}_i(t) \\ \Delta \mathbf{y}_i(t) = \mathbf{C}_i(n_{2,\text{cor}})\Delta \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{D}_i(n_{2,\text{cor}})\Delta \mathbf{u}_i(t) \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

其中  $m$  为插值点数,  $m-1$  为分段数;  $\mathbf{A}_i(n_{2,\text{cor}})$ ,  $\mathbf{C}_i(n_{2,\text{cor}})$ ,  $\mathbf{D}_i(n_{2,\text{cor}})$  均为  $n_{2,\text{cor}}$  的线性插值函数.

### 2.2 全飞行包线模型

为了获得全飞行包线的发动机分段实时线性动态模型,可根据涡扇发动机相似换算原理<sup>[18]</sup>进行推导.对于喷口不可调涡扇发动机,当发动机工作状态相似时,对应点上同类物理量的比值不变,某些物理量的组合参数即相似参数也保持不变.

因此,根据高空飞行中发动机的实际燃油流量可求得换算到海平面标准大气条件下的换算燃油流量为

$$W_{f0} = \frac{101325}{p_m^*} \sqrt{\frac{288.15}{T_{in}^*}} W_f \quad (7)$$

其中  $p_m^*$ ,  $T_{in}^*$  和  $W_f$  分别表示实际发动机进口总压、进口总温和燃油流量.

由式(6)按分段线性插值方法求解相应的发动机换算参数:  $n_{20}$ ,  $n_{10}$ ,  $p_{30}$  和  $T_{50}$ , 如图 3 所示. 图中  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{21}$ ,  $a_{22}$ ,  $b_{11}$ ,  $b_{21}$ ,  $c_{31}$ ,  $c_{32}$ ,  $c_{41}$ ,  $c_{42}$ ,  $d_{31}$ ,  $d_{41}$  分别为状态空间模型系数矩阵  $\mathbf{A} = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ ,  $\mathbf{B} = [b_{ij}]_{2 \times 1}$ ,  $\mathbf{C} = [c_{ij}]_{4 \times 2}$ ,  $\mathbf{D} = [d_{ij}]_{4 \times 1}$  中的系数.  $p_{3st}$ ,  $T_{5st}$  为稳态数据.

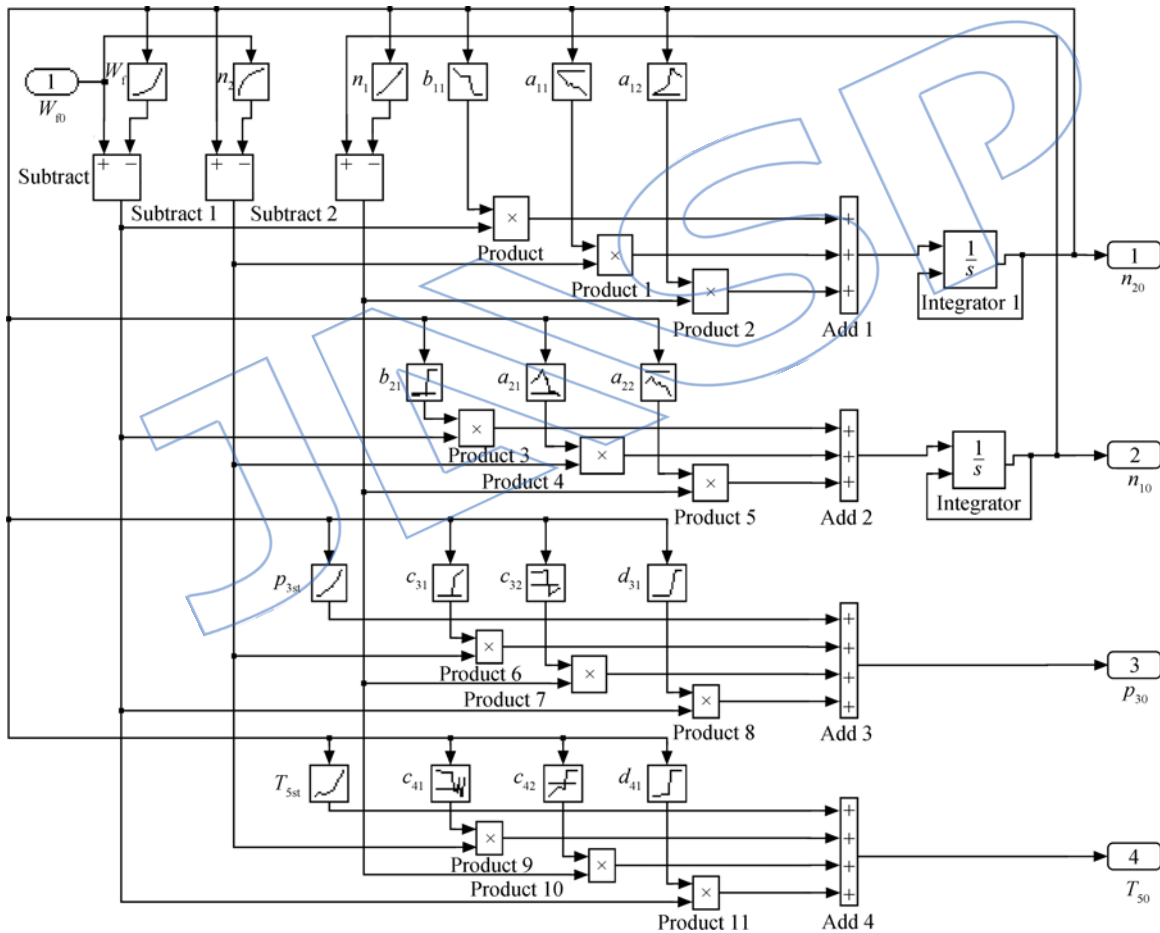


图 3 RPLDM 的 Simulink 实现图

Fig. 3 Simulink diagram of RPLDM realization

再由相似原理<sup>[18]</sup>可求不同高度和不同马赫数下的发动机实际参数,如式(8)~式(11)所示.

$$n_2 = \sqrt{\frac{T_{in}^*}{288.15}} n_{20} \quad (8)$$

$$n_1 = \sqrt{\frac{T_{in}^*}{288.15}} n_{10} \quad (9)$$

$$p_3 = \frac{p_m^*}{101325} p_{30} \quad (10)$$

$$T_5 = \frac{T_{in}^*}{288.15} T_{50} \quad (11)$$

### 3 仿真分析

在飞行包线内,通过变化油门杆角度(PLA),

模拟发动机从慢车状态加速到最大状态,进入稳定状态后再减速到慢车状态的过渡态和稳态的全过程. PLA 变化过程如图 4(a)所示,同时飞行高度和马赫数变化如图 4(b)所示. 仿真步长为 0.005 s,  $n_2$ ,  $n_1$ ,  $p_3$  和  $T_5$  的非线性模型和分段实时线性动态模型(RPLDM)的仿真曲线对比如图 4(c)~图 4(f)所示.

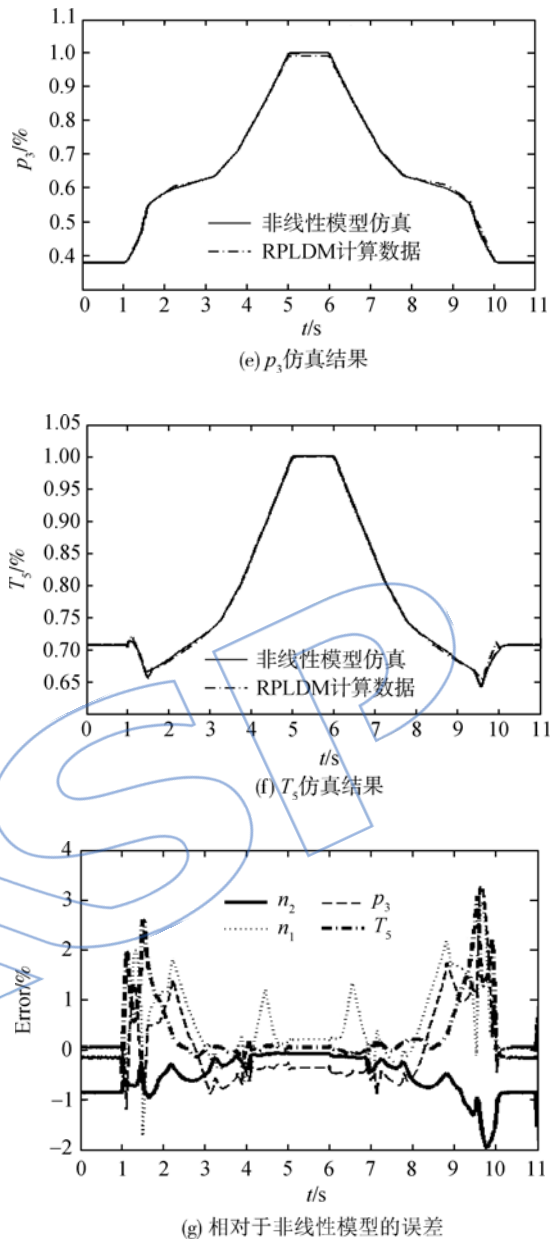
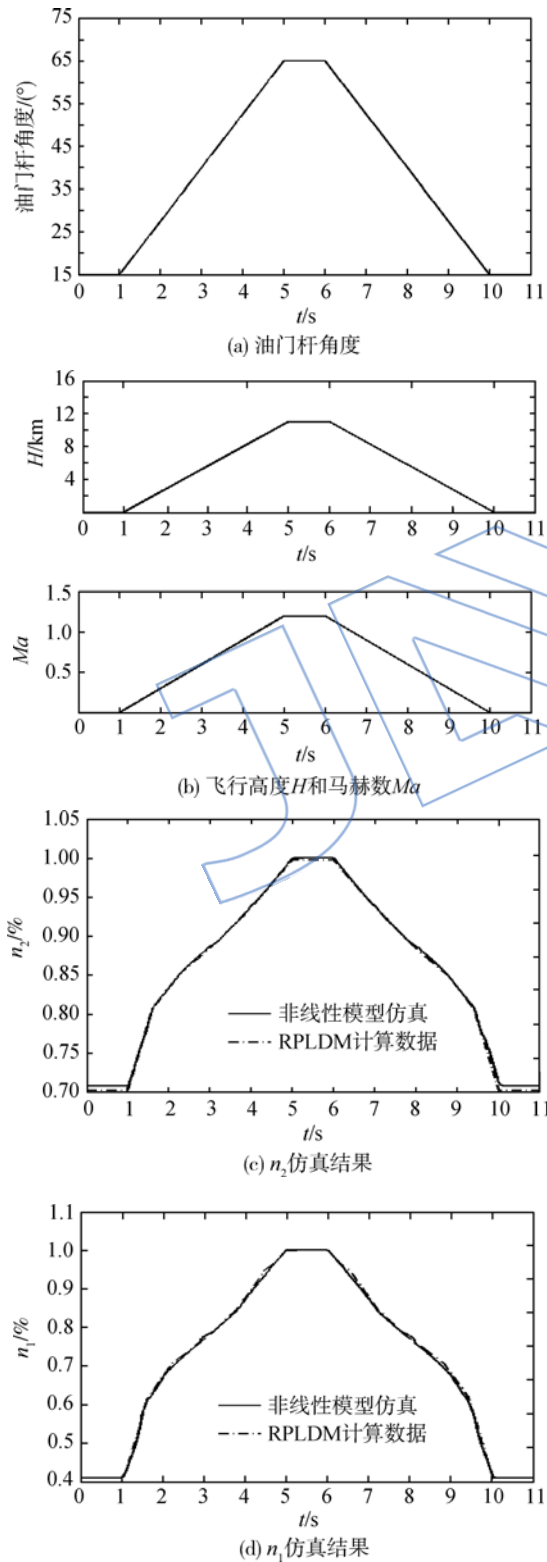


图4 RPLDM 过渡态仿真

Fig. 4 Transient simulation of RPLDM

从图 4 仿真结果可看出,RPLDM 和非线性模型吻合度好,误差在 3.5%之内,当高压转子转速工作在 85%状态以上时,  $n_2$ ,  $n_1$ ,  $p_3$  和  $T_5$  的误差在 1.5%之内.

### 4 结论

本文以某型尾喷口面积不可调的涡扇发动机为研究对象,提出了一种基于粒子群优化算法小偏差状态空间模型的方法;同时基于增益调度法建立了全飞行包线内的涡扇发动机分段实时线性动态模型,仿真结果表明,用粒子群优化算法能进一步提高状态空间模型的精度,喷口不可调的涡

扇发动机分段实时线性动态模型在全飞行包线内具有较高的仿真精度和实时性。

## 参考文献:

- [1] Kulikov G G, Thompson H A. Dynamic modelling of gas turbines; identification, simulation, condition monitoring and optimal control[M]. London:Springer-Verlag, 2004.
- [2] Leibov R. Aircraft turbofan engine linear model with uncertain eigenvalues[J]. Transactions on Automatic Control, 2002, 47(8): 1367-1369.
- [3] Sugiyama N. Derivation of ABCD system matrices from nonlinear dynamic simulation of jet engines[R]. AIAA 92-3319, 1992.
- [4] Daniele C J, Krosel S M. Generation of linear dynamic models from a digital nonlinear simulation[R]. NASA NP 21388, 1979.
- [5] Merrill W C, Lehtinen B, Zeller J. The role of modern control theory in the design of controls for aircraft turbine engines[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1984, 7(6): 652-661.
- [6] 冯正平, 孙健国, 黄金泉, 等. 一种建立航空发动机状态变量模型的新方法[J]. 航空动力学报, 1998, 13(4): 435-438.  
FENG Zhengping, SUN Jianguo, HUANG Jinquan, et al. A new method for establishing a state variable model of aeroengine[J]. Journal of Aerospace Power, 1998, 13(4): 435-438. (in Chinese)
- [7] 冯正平, 孙健国. 航空发动机小偏差状态变量模型的建立方法[J]. 推进技术, 2001, 22(1): 54-57.  
FENG Zhengping, SUN Jianguo. Modeling of small perturbation state variable model for aeroengines[J]. Journal of Propulsion Technology, 2001, 22(1): 54-57. (in Chinese)
- [8] 郑铁军, 王曦, 李秀芹, 等. 建立航空发动机状态空间模型的修正方法[J]. 推进技术, 2005, 26(1): 46-49.  
ZHENG Tiejun, WANG Xi, LI Xiuqin, et al. Modified method of establishing the state space model of aeroengine [J]. Journal of Propulsion Technology, 2005, 26(1): 46-49. (in Chinese)
- [9] 刘楠, 黄金泉. 应用改进粒子群算法的涡轴发动机性能寻优[J]. 南京航空航天大学学报, 2013, 45(3): 303-308.  
LIU Nan, HUANG Jinquan. Performance seeking of turbo-shaft engines based on improved particle swarm optimization algorithm [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2013, 45(3): 303-308. (in Chinese)
- [10] 张东方, 李应红, 陈东林. 基于 PSO 算法的航空发动机起动机燃油控制[J]. 航空动力学报, 2007, 22(6): 923-927.  
ZHANG Dongfang, LI Yinghong, CHEN Donglin. A new method to control fuel flow of aircraft engine's starting process based on PSO algorithm[J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(6): 923-927. (in Chinese)
- [11] 樊思齐. 航空发动机控制: 下册[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2008.
- [12] 赵连春, 杰克·马丁利. 飞机发动机控制-设计、系统分析和健康监视[M]. 北京: 航空工业出版社, 2011.
- [13] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization[R]. Perth, Australia: IEEE International Conference on Neural Networks, 1995.
- [14] Bratton D, Kennedy J. Defining a standard for particle swarm optimization[R]. Honolulu, HI: IEEE Swarm Intelligence Symposium, 2007.
- [15] Yuhui S, Eberhart R C. A modified particle swarm optimizer[R]. Anchorage, Alaska: IEEE International Conference on Evolutionary Computation, 1998.
- [16] Mihalow J R, Roth S P. A piecewise linear state variable technique for real time propulsion system simulation[R]. Propulsion Controls, 1979: 24-30.
- [17] Lehtinen B, Soeder J F. F100 multivariable control synthesis; a review of full-scale engine altitude test[R]. NASA CP 2137c. 1, 1979.
- [18] 朱行健, 王雪瑜. 燃气轮机工作原理及性能[M]. 北京: 科学出版社, 1992.