

# 单侧变截面辊弯成型装备动力学建模与分析

那日苏<sup>\*1</sup>, 李强<sup>2</sup>

(1. 内蒙古工业大学 机械学院, 呼和浩特 010051;  
2. 北方工业大学 机电工程学院, 北京 100144)

**摘要:**机械系统的动力学建模与分析对深入研究和改善系统性能具有理论指导意义。针对四自由度单侧变截面辊弯成型装备,建立了该系统基于拉格朗日方程的动力学模型。通过求解系统微分方程组得到了驱动电机角加速度以及角速度的表达式。计算出在确定载荷下,该系统驱动电机的角加速度以及角速度的变化曲线,为伺服电机的控制以及系统的结构优化奠定了基础。

**关键词:**辊弯成型;动力学模型;拉格朗日方程;变截面;四自由度

**中图分类号:**TH113.2;O347 **文献标志码:**A **doi:**10.7511/jslx201401005

## 1 引言

辊弯成型是一种高效节能的板金属成型技术,是将板材通过串列布置的具有不同型面的成型轧辊机组连续成型,最终获得具有一定断面几何形状的产品加工方法<sup>[1,2]</sup>。辊弯成型方法节能省材,生产率高,产品尺寸精度高、刚度与强度大,在某些部件的成型中具有其他工艺不可替代的优势。随着社会经济的发展以及环保意识的提高,目前辊弯成型技术已经广泛应用于国民生产的各个领域。

变截面辊弯成型技术是在辊弯成型技术基础上实现沿板材长度方向上连续变化的与载荷分布相匹配的截面形状。变截面辊弯成型装备与技术是目前发达国家竞相开发的高端制造技术,是一种节能、节材、高效及先进的近净成形技术。辊弯成型过程是多个因素耦合交互作用下的复杂变形过程。为了获得辊弯成型的规律,国内外很多学者进行了相关的研究<sup>[3-5]</sup>。

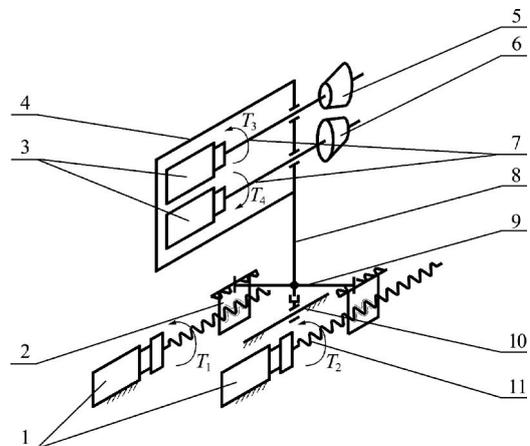
机械系统动力学是典型的多输入、多输出、非线性及多参数耦合的系统问题,涉及多个学科<sup>[6]</sup>。用能量的方法建立辊弯成型装备的数学模型,研究其运动规律,对指导辊弯成型生产实践具有重要意义。因此,本文以四自由度单侧变截面辊弯成型装

备为研究对象,建立了该系统的拉格朗日方程;并对方程进行了求解,得到了角加速度和角速度的表达式。

## 2 机构运动分析

单道次单侧变截面辊弯成型装备是四自由度系统,分别为上下轧辊绕自身轴线旋转、轧辊横向移动及轧辊绕齿轮中心轴摆动,机构示意图如图1所示。

两侧运动伺服电机1驱动滚珠丝杠11带动丝母座组件2做直线运动,在丝母座组件内侧装有齿条,两侧齿条同时与齿轮9相啮合。在两侧齿条同步运动时,齿轮9平动,带动旋转机架装配体4沿



1—驱动伺服电机;2—丝母座组件;3—运动伺服电机;  
4—旋转机架装配体;5—上轧辊;6—下轧辊;7—轧辊轴;  
8—齿轴;9—齿轮;10—导轨;11—滚珠丝杠

图1 单侧变截面辊弯成型装备示意图  
Fig.1 Sketch map of one-sided variable cross section roll-forming machine

收稿日期:2012-07-21;修改稿收到日期:2012-11-25.

基金项目:国家科技支撑项目计划(2011BAG03B03)资助项目.

作者简介:那日苏\*(1976-),女,博士生,讲师  
(E-mail: nrs3000@163.com);  
李强(1963-),男,博士,教授,博士生导师.

板料垂直方向平动。两侧齿条异步运动时,带动齿轮 9 及旋转机架装配体 4 绕齿轮轴线方向转动。上下两个轧辊绕自身轴线的回转运动由两个驱动伺服电机 3 实现。

设两个运动伺服电机和两个驱动伺服电机的主轴转角、角速度和转矩分别为  $\varphi_k, \omega_k$  和  $T_k (k=1, 2, 3, 4)$ , 转矩方向如图 1 所示。滚珠丝杠螺距为  $h$ , 连接电机轴与滚珠丝杠的减速器速比为  $i$ 。

由以上所述配合关系, 可得齿条直线速度为  $v_j = (h/2\pi)(\dot{\varphi}_j/i) (j=1, 2)$ , 其中  $v_1$  和  $v_2$  分别为与齿轮 9 啮合的左右两侧齿条的直线速度, 进而可得齿轮平移速度为  $v_3 = \frac{1}{2}(v_1 + v_2) = \frac{h}{4\pi i}(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2)$ , 齿轮绕轴线的转速为  $\omega_z = \frac{1}{2r}(v_1 - v_2) = \frac{h}{4\pi r i}(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2)$ 。

### 3 系统动力学方程

系统的动力学方程又称为运动方程, 是建立系统的输入、系统的参数与系统的状态之间关系的数学表达式<sup>[7]</sup>。拉格朗日方程是分析力学中的一个重要的基本方程, 它的表达式简洁, 基于能量建立微分方程, 应用时只需要计算系统的动能和广义力。

$(d/dt)(\partial T/\partial \dot{q}_k) - \partial T/\partial q_k = Q_k, k=1, 2, \dots, N$  (1)  
式中  $T$  为系统的动能,  $q_k$  为系统的广义坐标,  $Q_k$  为广义力。拉格朗日方程是一组方程数目等于系统自由度数目的方程组, 每个方程都是二阶常微分方程。

#### 3.1 广义坐标与广义力

设  $F_{sj}$  为上轧辊径向反力,  $F_{sz}$  为上轧辊轴向反力,  $M_{sz}$  为上轧辊绕齿轮中心轴旋转扭矩,  $M_{ss}$  为上轧辊绕水平轧辊轴线扭矩,  $F_{xj}$  为下轧辊径向反力,  $F_{xz}$  为下轧辊轴向反力,  $M_{rx}$  为下轧辊绕齿轮中心轴旋转扭矩,  $M_{rs}$  为下轧辊绕水平轧辊轴线扭矩。

设两个运动伺服电机和两个驱动伺服电机的主轴转角  $\varphi_k (k=1, 2, 3, 4)$  为广义坐标, 则对该四自由度系统, 虚功原理的表达式为

$$\sum_{k=1}^N \delta W = \sum_{k=1}^N Q_k \cdot \delta q_k = 0, k=1, 2, 3, 4 \quad (2)$$

分别令质点系一个广义虚位移  $\delta q_k \neq 0$ , 而其他三个广义虚位移都等于零, 方程(2)中所有主动力在相应的虚位移中所做的虚功之和用  $\sum \delta W'_k$  表示,

$$\sum \delta W'_k = Q_k \delta q_k, k=1, 2, 3, 4 \quad (3)$$

由此可求得系统的广义力为

$$Q_k = \sum \delta W'_k / \delta q_k, k=1, 2, 3, 4 \quad (4)$$

即

$$Q_1 = T_1 + \frac{h}{4\pi r i}(M_{sz} + M_{rx}) - \frac{h}{4\pi i}(F_{sz} + F_{xz})$$

$$Q_2 = T_2 - \frac{h}{4\pi r i}(M_{sz} + M_{rx}) - \frac{h}{4\pi i}(F_{sz} + F_{xz})$$

$$Q_3 = T_3 + M_{ss}/i, Q_4 = T_4 + M_{rs}/i \quad (5)$$

#### 3.2 动力学微分方程及求解

$$\text{质点系的动能为 } T = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i u_i^2 \quad (6)$$

分别表示出运动伺服电机 1 和驱动伺服电机 2、与四个电机相连的减速器、由驱动伺服电机驱动的两个滚珠丝杠、齿轮 9、齿轮轴 8、旋转机架装配体 4、上下轧辊 5 和 6 及上下轧辊轴 7 做回转运动的动能表达式; 同理表示出由齿轮 9 和齿轮轴 8 以及滑块等组件构成的旋转主轴装配体、左右丝母座组件 2 及旋转机架装配体 4 做平移运动的动能表达式。将上述表达式分别代入式(6)可得单侧变截面辊弯成型装备系统动能为

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} J_{dj1} \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} J_{dj2} \dot{\varphi}_2^2 + \frac{1}{2} J_{js1} \dot{\varphi}_1^2 + \\ & \frac{1}{2} J_{js2} \dot{\varphi}_2^2 + \frac{1}{2} J_{sg1} (\dot{\varphi}_1^2/i) + \frac{1}{2} J_{sg2} (\dot{\varphi}_2^2/i) + \\ & \frac{1}{2} J_{cl} (h/4\pi r i)^2 (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2)^2 + \\ & \frac{1}{2} m_{zz} (h/4\pi i)^2 (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2)^2 + \\ & \frac{1}{2} J_{zz} (h/4\pi r i)^2 (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2)^2 + \frac{1}{2} m_{zs} (h/2\pi i)^2 \dot{\varphi}_1^2 + \\ & \frac{1}{2} m_{ys} (h/2\pi i)^2 \dot{\varphi}_2^2 + \frac{1}{2} m_{xj} (h/4\pi i)^2 (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2)^2 + \\ & \frac{1}{2} J_{xj} (h/4\pi r i)^2 (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2)^2 + \frac{1}{2} J_{dj3} \dot{\varphi}_3^2 + \\ & \frac{1}{2} J_{dj4} \dot{\varphi}_4^2 + \frac{1}{2} J_{js3} \dot{\varphi}_3^2 + \frac{1}{2} J_{js4} \dot{\varphi}_4^2 + \\ & \frac{1}{2} (1/i^2) J_{sz} \dot{\varphi}_3^2 + \frac{1}{2} (1/i^2) J_{xz} \dot{\varphi}_4^2 + \\ & \frac{1}{2} (1/i^2) J_{sg} \dot{\varphi}_3^2 + \frac{1}{2} (1/i^2) J_{xg} \dot{\varphi}_4^2 \quad (7) \end{aligned}$$

式中  $J_{dj1}, J_{dj2}, J_{dj3}$  和  $J_{dj4}$  为运动伺服电机和驱动伺服电机转子转动惯量,  $J_{js1}, J_{js2}, J_{js3}$  和  $J_{js4}$  为与电机相连的四个减速器的转动惯量,  $J_{sg1}$  和  $J_{sg2}$  为滚珠丝杠转动惯量,  $J_{cl}$  为齿轮转动惯量,  $m_{zz}$  为旋转主轴装配体的质量,  $J_{zz}$  为旋转主轴的转动惯量,  $m_{zs}$  和  $m_{ys}$  为左右丝母座装配体的质量,  $m_{xj}$  和  $J_{xj}$  为旋转机架装配体的质量及转动惯量,  $J_{sz}$  和  $J_{xz}$  为上下轧辊轴的转动惯量,  $J_{sg}$  和  $J_{xg}$  为上下轧辊的转动惯量。令

$$\begin{aligned} J_{11} = & \frac{1}{i^2} [i^2 J_{dj1} + i^2 J_{js1} + J_{sg1} + (h/4\pi r)^2 J_{cl} + \\ & m_{zz} (h/4\pi)^2 + J_{zz} (h/4\pi)^2 + m_{zs} (h/2\pi)^2 + \\ & m_{xj} (h/4\pi)^2 + J_{xj} (h/4\pi r)^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_{22} &= \frac{1}{i^2} [i^2 J_{dj2} + i^2 J_{js2} + J_{sg2} + (h/4\pi r)^2 J_{cl} + \\
&\quad m_{zz}(h/4\pi)^2 + J_{zz}(h/4\pi r)^2 + m_{ys}(h/2\pi)^2 + \\
&\quad m_{xj}(h/4\pi)^2 + J_{xj}(h/4\pi r)^2] \\
J_{33} &= \frac{1}{i^2} [i^2 J_{dj3} + i^2 J_{js3} + J_{sg} + J_{sz}] \\
J_{44} &= \frac{1}{i^2} [i^2 J_{dj4} + i^2 J_{js4} + J_{xg} + J_{xz}] \quad (8)
\end{aligned}$$

式中  $J_{11}, J_{22}, J_{12}, J_{33}$  和  $J_{44}$  具有转动惯量的量纲,是系统几何参数、零件转动惯量的函数,可称为等效转动惯量。代入等效转动惯量后,系统的动能可以表示为

$$T = \frac{1}{2} J_{11} \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} J_{22} \dot{\varphi}_2^2 + J_{12} \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 + \frac{1}{2} J_{33} \dot{\varphi}_3^2 + \frac{1}{2} J_{44} \dot{\varphi}_4^2 \quad (9)$$

对  $T$  求偏导数可得

$$\begin{aligned}
\partial T / \partial \dot{\varphi}_1 &= J_{11} \dot{\varphi}_1 + J_{12} \dot{\varphi}_2, \quad \partial T / \partial \dot{\varphi}_2 = J_{22} \dot{\varphi}_2 + J_{12} \dot{\varphi}_1 \\
\partial T / \partial \dot{\varphi}_3 &= J_{33} \dot{\varphi}_3, \quad \partial T / \partial \dot{\varphi}_4 = J_{44} \dot{\varphi}_4 \quad (10)
\end{aligned}$$

则该四自由度系统的拉格朗日方程可以表示为如下具有四个方程的方程组:

$$\begin{cases} J_{11} \ddot{\varphi}_1 + J_{12} \ddot{\varphi}_2 = Q_1, & J_{22} \ddot{\varphi}_2 + J_{12} \ddot{\varphi}_1 = Q_2 \\ J_{33} \ddot{\varphi}_3 = Q_3, & J_{44} \ddot{\varphi}_4 = Q_4 \end{cases} \quad (11)$$

在拉格朗日方程中代入广义力可得

$$\begin{cases} J_{11} \ddot{\varphi}_1 + J_{12} \ddot{\varphi}_2 = T_1 + \frac{h}{4\pi ri} (M_{sz} + M_{xz}) - \\ \quad \frac{h}{4\pi i} (F_{sz} + F_{xz}) \\ J_{22} \ddot{\varphi}_2 + J_{12} \ddot{\varphi}_1 = T_2 - \frac{h}{4\pi ri} (M_{sz} + M_{xz}) - \\ \quad \frac{h}{4\pi i} (F_{sz} + F_{xz}) \\ J_{33} \ddot{\varphi}_3 = T_3 + M_{ss}/i, & J_{44} \ddot{\varphi}_4 = T_4 + M_{xs}/i \end{cases} \quad (12)$$

则四自由度单道次单侧变截面辊弯成型装备的动力学方程为

$$\begin{cases} \ddot{\varphi}_1 = \begin{vmatrix} T_1 + \frac{h}{4\pi ri} (M_{sz} + M_{xz}) - \frac{h}{4\pi i} (F_{sz} + F_{xz}) & J_{12} \\ T_2 - \frac{h}{4\pi ri} (M_{sz} + M_{xz}) - \frac{h}{4\pi i} (F_{sz} + F_{xz}) & J_{22} \\ J_{11} & J_{12} \\ J_{12} & J_{22} \end{vmatrix} \\ \ddot{\varphi}_2 = \begin{vmatrix} J_{11} & T_1 + \frac{h}{4\pi ri} (M_{sz} + M_{xz}) - \frac{h}{4\pi i} (F_{sz} + F_{xz}) \\ J_{12} & T_2 - \frac{h}{4\pi ri} (M_{sz} + M_{xz}) - \frac{h}{4\pi i} (F_{sz} + F_{xz}) \\ J_{11} & J_{12} \\ J_{12} & J_{22} \end{vmatrix} \\ \ddot{\varphi}_3 = \frac{1}{J_{33}} (T_3 + M_{ss}/i), & \ddot{\varphi}_4 = \frac{1}{J_{44}} (T_4 + M_{xs}/i) \end{cases} \quad (13)$$

该方程组为线性方程组,已知轧辊载荷  $F_{sz}, M_{sz}, M_{ss}, F_{xz}, M_{xz}$  和  $M_{xs}$  随时间  $t$  变化的数值,利用求解  $\varphi''=f(t)$  的方法求解上述方程组,可得角速度表达式为

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_i(t) &= \dot{\varphi}_i(0) + \int_0^t f_i(t) dt = \\ &\dot{\varphi}_i(0) + \sum_{t_k \leq t} f_i(t_{k-1})(t_k - t_{k-1}) \\ &i = 1, 2, 3, 4 \quad (14) \end{aligned}$$

## 4 算例

以加工某变截面构件辊弯成型过程中某道次单侧辊弯成型装备为例。已知板材进料速度为 5 m/s。上轧辊径向反力  $F_{sj}$ , 上轧辊轴向反力  $F_{sz}$ , 上轧辊绕齿轮中心轴旋转扭矩  $M_{sz}$ , 上轧辊绕水平轧辊轴线扭矩  $M_{ss}$ , 下轧辊径向反力  $F_{xj}$ , 下轧辊轴向反力  $F_{xz}$ , 下轧辊绕齿轮中心轴旋转扭矩  $M_{xz}$ , 下轧辊绕水平轧辊轴线扭矩  $M_{xs}$  随时间  $t$  变化的曲线如图 2~图 5 所示。电机和机构参数列入表 1。

表 1 电机和机构参数表

Tab. 1 Motor and mechanism parameters

名称	数值
运动伺服电机转子转动惯量 $J_{dj1}, J_{dj2}/\text{kg} \cdot \text{m}^2$	0.0026
驱动伺服电机转动惯量 $J_{dj3}, J_{dj4}/\text{kg} \cdot \text{m}^2$	0.0026
运动伺服电机额定转矩 $T_1, T_2/\text{N} \cdot \text{m}$	3
驱动伺服电机额定转矩 $T_3, T_4/\text{N} \cdot \text{m}$	3
运动伺服电机减速器转动惯量 $J_{js1}, J_{js2}/\text{kg} \cdot \text{m}^2$	0.00076
运动伺服电机减速器速比 $i$	20
滚珠丝杠转动惯量 $J_{sg1}, J_{sg2}/\text{kg} \cdot \text{m}^2$	0.007
滚珠丝杠导程 $h/\text{m}$	0.008
齿轮分度圆半径 $r/\text{m}$	0.132
齿轮转动惯量 $J_{cl}/\text{kg} \cdot \text{m}^2$	0.27
旋转主轴装配体质量 $m_{zz}/\text{kg}$	263.4
旋转主轴转动惯量 $J_{zz}/\text{kg} \cdot \text{m}^2$	0.02
丝母座装配体质量 $m_{zs}, m_{ys}/\text{kg}$	35.3
旋转机架装配体质量 $m_{xj}/\text{kg}$	441.53
旋转机架装配体转动惯量 $J_{xj}/\text{kg} \cdot \text{m}^2$	32.38
驱动伺服电机减速器转动惯量 $J_{js3}, J_{js4}/\text{kg} \cdot \text{m}^2$	0.00076
驱动伺服电机减速器速比 $i$	20
上下轧辊轴转动惯量 $J_{sz}, J_{xz}/\text{kg} \cdot \text{m}^2$	0.0044
上轧辊转动惯量 $J_{sg}/\text{kg} \cdot \text{m}^2$	0.0326
下轧辊转动惯量 $J_{xg}/\text{kg} \cdot \text{m}^2$	0.031
上轧辊中心处半径 $r_{sg}/\text{m}$	0.118
下轧辊中心处半径 $r_{xg}/\text{m}$	0.112

将表 1 中的机构参数代入方程(13)可解得驱动伺服电机和运动伺服电机角加速度随时间变化的曲线如图 6~图 9 所示,电机角加速度是在实际工作过程中产生冲击的主要因素,是优化设计中主要的控制对象。

根据方程(14),对电机角加速度求积分可得电机角速度随时间变化的曲线,如图 10~图 13 所示。

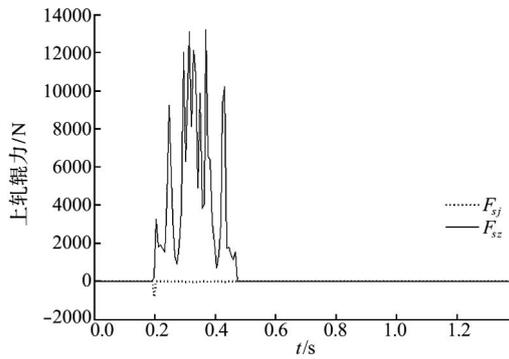


图2 上轧辊力  
Fig. 2 Force of upper roll

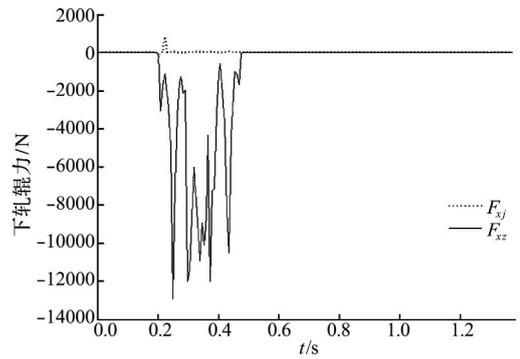


图3 下轧辊力  
Fig. 3 Force of lower roll

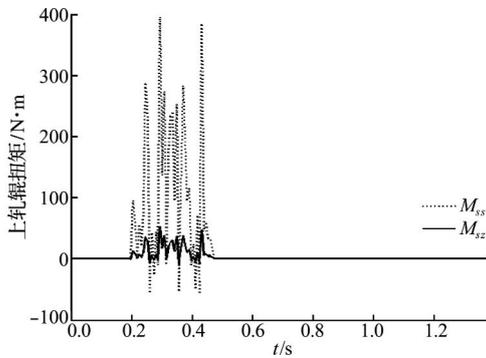


图4 上轧辊扭矩  
Fig. 4 Torque of upper roll

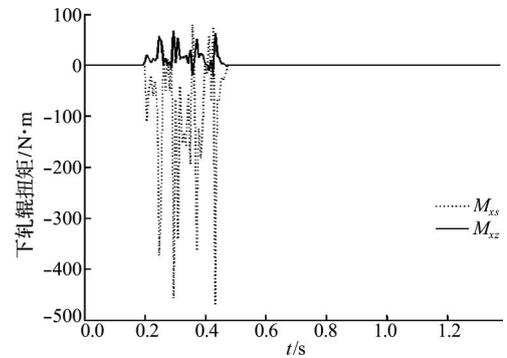


图5 下轧辊扭矩  
Fig. 5 Torque of lower roll

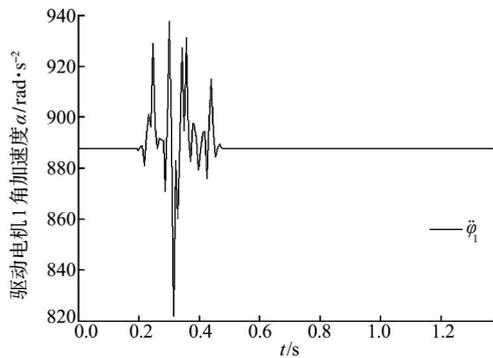


图6 驱动伺服电机1角加速度  
Fig. 6 Angular acceleration of driving servo motor 1

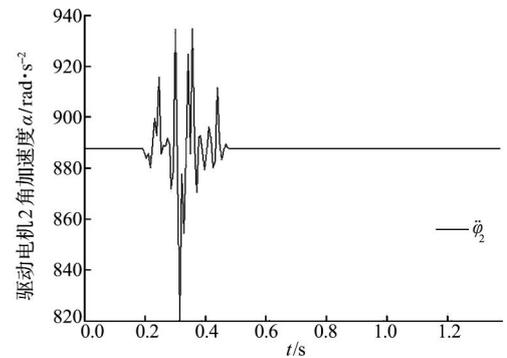


图7 驱动伺服电机2角加速度  
Fig. 7 Angular acceleration of driving servo motor 2

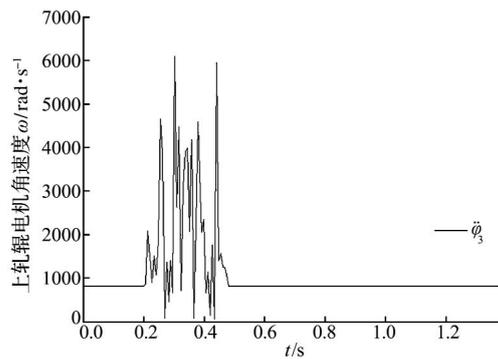


图8 上轧辊运动伺服电机角加速度  
Fig. 8 Angular acceleration of upper roll servo motor

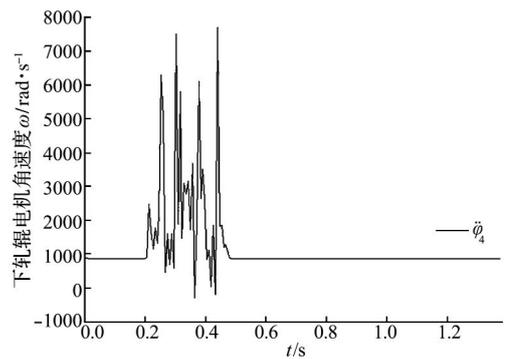


图9 下轧辊运动伺服电机角加速度  
Fig. 9 Angular acceleration of lower roll servo motor

由板材进料速度和表1所示上下轧辊中心处半径计算,可得上下轧辊驱动电机角速度为

$$\begin{aligned}\dot{\varphi}_3 &= \frac{u}{r_{sg}} \times i = 5000/118 \times 20 = 847.46 \text{ rad/s} \\ \dot{\varphi}_4 &= \frac{u}{r_{xg}} \times i = 5000/112 \times 20 = 892.86 \text{ rad/s}\end{aligned}\quad (15)$$

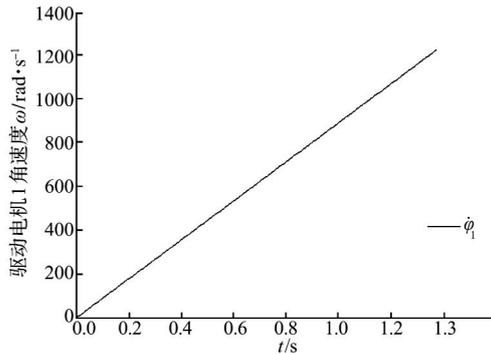


图10 驱动伺服电机1角速度

Fig. 10 Angular velocity of driving servo motor 1

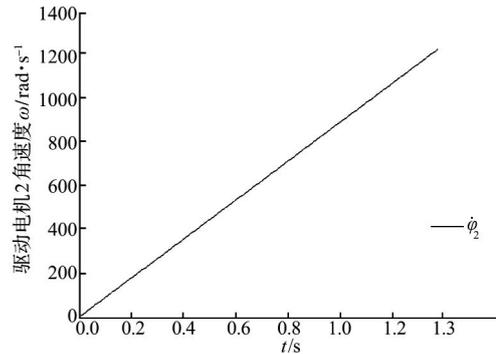


图11 驱动伺服电机2角速度

Fig. 11 Angular velocity of driving servo motor 2

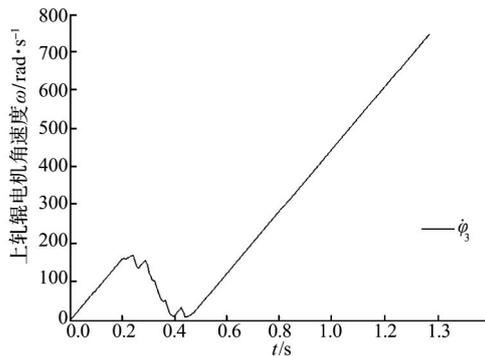


图12 上轧辊运动伺服电机角速度

Fig. 12 Angular velocity of lower roll servo motor

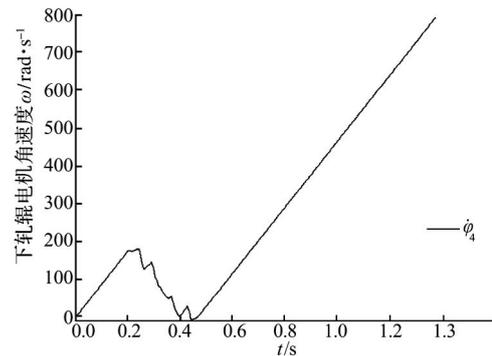


图13 下轧辊运动伺服电机角速度

Fig. 13 Angular velocity of upper roll servo motor

## 5 结论

本文以四自由度单道次单侧变截面辊弯成型装备为研究对象,基于拉格朗日方程建立了该系统的动力学模型。通过求解拉格朗日方程得到了运动伺服电机和驱动伺服电机角加速度以及角速度的表达式,并通过算例得到运动伺服电机和驱动伺服电机的角加速度以及角速度随时间变化的曲线。计算结果为实现电机的控制及优化设计提供了理论依据。

## 参考文献(References):

[1] 李大永,蒋劲茂,彭颖红,等. 辊弯成型过程仿真与参数优化[J]. 系统仿真学报, 2007, 19(4): 894-896. (LI Da-yong, JIANG Jin-mao, PENG Ying-hong, et al. Study on roll forming process simulation and roll diameters optimization [J]. *Journal of System*

从图12和图13可以看出,经动力学方程求解得到的上下轧辊驱动电机角速度的最大值分别为742.34 rad/s和788.06 rad/s,与式(15)计算出的上下轧辊驱动电机实际运动速度基本相符,从而证明了单侧变截面辊压成型装备动力学方程的正确性。

*Simulation*, 2007, 19(4): 894-896. (in Chinese))

- [2] 王爱玲,王俊元,丁爱玲. 辊弯生产系统的反求设计及其应用[J]. 华北工学院学报, 2001, 22(4): 308-312. (WANG Ai-ling, WANG Jun-yuan, DING Ai-ling. The reversing design of production system for rolling-form and its application [J]. *Journal of North China Institute of Technology*, 2001, 22(4): 308-312. (in Chinese))
- [3] Sheikh M A, Palavilayil R R. An assessment of finite element software for application to the roll-forming process [J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2006(180): 221-232.
- [4] Boman R, Papeleux L, Bui Q V, et al. Application of the arbitrary lagrangian eulerian formulation to the numerical simulation of cold roll forming process [J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2006(177): 621-625.

- [5] Boman R, Ponthot J P. Finite elementsimulation of lubricated contact in rolling using the arbitrary lagrangian-eulerian formulation[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2004 (193): 4323-4353.
- [6] 杨义勇,金德闻. 机械系统动力学[M]. 北京:清华大学出版社, 2009. (YANG Yi-yong, JIN De-wen. *Mechanical System Dynamics* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009. (in Chinese))
- [7] 王振发. 分析力学[M]. 北京:科学出版社, 2002. (WANG Zhen-fa. *Analytical Mechanics*[M]. Beijing: Science Press, 2002. (in Chinese))
- [8] 刘颖,马建敏,苏芳,等. 多体系统动力学方程的无
- 约束数值计算方法[J]. 计算力学学报, 2010, **27**(5): 942-947. (LIU Ying, MA Jian-min, SU Fang, et al. Precise numerical solution for multi-body system's equations of motionbased on algorithm without constraint violation [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2010, **27** (5): 942-947. (in Chinese))
- [9] 王阳阳,余卓平,靳晓雄. 整车多体动力学模型验证[J]. 计算力学学报, 2011, **28**(1): 59-62. (WANG Yang-yang, YU Zhuo-ping, JIN Xiao-xiong. Validation of multi-body dynamic model for full vehicle[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2011, **28**(1): 59-62. (in Chinese))

## Dynamical modeling and analysis of one-sided variable cross section roll-forming machine

NA Ri-su<sup>\*1</sup>, LI Qiang<sup>2</sup>

(1. School of Mechanics, Inner Mongolia University of Technology, Hohhot 010051, China;

2. School of Mechanical and Electrical Engineering, North China University of Technology, Beijing 100144, China)

**Abstract:** Dynamical modeling and analysis of mechanical system has a theoretical guiding significance in the further study and improving the system performance. In this study, a dynamical model, which is based on Lagrange equations, was established for a 4-DOF one-sided variable cross section roll-forming system. Through solving the differential equations of this system, the expressions for angular acceleration and angular velocity of driving motor are obtained. In the given loads, the curves of angular acceleration and angular velocity of driving motors were calculated. Therefore, it was suggested that the results in this study establish the foundation for the effective control of servo motor and optimization of system structure.

**Key words:** roll-forming; dynamic model; lagrange equation; variable cross section; 4-DOF