第31卷第1期
2014 年 2 月

计 算 力 学 学 报
Chinese Journal of Computational Mechanics

Vol. 31, No. 1
February 2014

文章编号：1007-4708(2014)01-0072-06

状态模糊下主客观不确定性同时存在的重要性测度分析

程 蕾*， 吕震宙， 王 攀

（西北工业大学 航空学院，西安 710072）

摘 要：为了分析状态模糊下主观不确定性对失效概率的影响，定义了两种重要性测度指标：相关系数和相关比。针对传统的 Monte Carlo 方法计算量大的缺点，利用近似方法引入一个比例系数 C 将三层 Monte Carlo 循环简化成双层循环。为了进一步减小计算量，本文建立了一种状态模糊下主客观不确定性同时存在时重要性测度指标求解的移动最小二乘 MLS(Move Least Square)法。该方法通过移动最小二乘策略拟合主观变量与响应量输出之间的映射关系，并根据此关系可以很方便地得到模型的条件响应输出，进而得到主客观不确定性同时存在情况下的重要性测度。本文算例验证了所提方法的效率和精度。

关键词：状态模糊；主观不确定性；重要性测度；移动最小二乘；比例系数

中图分类号：TB114.3　　**文献标志码**：A　　doi：10.7511/jslx201401013

1 引 言

工程实际中，失效的边界往往是一个渐变的过程，很难用一个比较清晰的界线划分安全与失效状态。因此，在模型失效概率的重要性分析中考虑状态的模糊性变得很重要。

研究与分析一个系统模型的状态或输出响应量对系统输入参数和周围条件的敏感程度称为灵敏度分析 SA(Sensitivity Analysis)[1]。重要性分析作为灵敏度分析的一个重要分支，在工程设计及概率安全评估中具有很重要的作用。目前，研究广泛的有变量重要性分析，还有针对不同失效模式的重要性分析[2]，本文主要研究状态模糊时主客观变量的重要性分析。对于随机不确定性，即客观不确定性的重要性分析方法已经发展的比较成熟，如 Helton和 Saltelli 等[3,4]分别提出的非参数方法(nonparametric technique)，Sobol、Iman 和 Saltelli 等[1,5,6]分别提出的各自基于方差的重要性测度指标和求解方法，Chun、Liu 和 Borgonovo 等[7,8]各自提出的相应的矩独立重要性测度指标(moment independent importance measure)。然而，在工程实际中，影响结构系统的输入不确定性通常还包括主观不确定性(分布参数的不确定性)。应用传统的 Monte Carlo 方法对模型的客观不确定性进行重要性分析时，通常会用到双层的循环抽样过程，而在进行主观变量的重要性分析时，通常还需要额外的模型计算，尤其是在计算基于方差的重要性测度指标时，往往还需额外的三层抽样；同时，计算量随着变量维数的增加呈指数形式增长，这对于复杂的模型来说，通常是很难实现的。文献[9]的近似灵敏度分析方法通过引入一个比例系数 C 将 Monte Carlo 方法中的双重抽样近似简化成两个单层抽样，进而将基于方差的重要性分析中的三层抽样简化为一个双层和一个单层，这在很大程度上提高了主客观变量重要性分析的计算效率。但该方法并没有充分利用输入输出之间的映射关系，同时对于非线性程度比较大的功能函数还存在一定的偏差。针对文献[9]的不足，本文提出了一种计算状态模糊下主客观不确定性同时存在时重要性测度求解的移动最小二乘方法(Moving Least Square Method)[10,11]，该方法利用移动最小二乘策略拟合模糊失效域隶属函数与主观参数之间的函数关系，进而可以方便得到模型的条件输入与条件输出之间的关系，这样就避免了复杂的抽样过程。本文建立的状态模糊下主客观不确定性同时存在的移动最小二乘方法仅需要一组模型输入与输出，其计算不依赖于功能函数的表示形式，可以适用于线性、非线性及显隐式等各种形式的功能函数，因此具有

收稿日期：2012-07-11；**修改稿收到日期**：2012-12-28.
基金项目：国家自然科学基金(51175425)；航天支撑基金(2011XW010001)；航空基金(2011ZA53015)；博士学科点专项科研基金(20116102110003)资助项目.
作者简介：程 蕾*(1990-)，女，博士
(E-mail：mangoclei@mail.nwpu.edu.cn).

更广泛的适用范围。

2　状态模糊时主客观不确定性同时存在情况下变量的重要性测度

许多情况下,结构系统的失效边界不能明确的给出,失效域具有模糊性。考虑失效域模糊性时的失效概率可被称为模糊失效概率 $P_{\tilde{F}}$,其计算公式为

$$P_{\tilde{F}}=\int_{R^n}\mu_{\tilde{F}}[g(\mathbf{V})]f(\mathbf{V})\mathrm{d}\mathbf{V}=E[\mu_{\tilde{F}}(\mathbf{V})|\mathbf{U}] \quad (1)$$

式中 $\tilde{F}$ 为模糊失效域,$\mathbf{U}=(U_1,\cdots,U_k)$ 为主观分布变量,$\mathbf{V}$ 为客观输入变量,$\mu_{\tilde{F}}$ 为模糊状态下功能函数 $g(\boldsymbol{x})$ 对 $\tilde{F}$ 的隶属度。

目前,描述结构系统输入输出不确定性关系的指标已有很多,如非参数的指标,基于方差的指标,矩独立的指标等。为了定量描述主观变量 $\mathbf{U}$ 对模糊失效概率 $P_{\tilde{F}}$ 的影响程度,本文基于文献[12]中提出的重要性指标,定义了模糊失效边界时的两种参数的重要性指标。

(1) Pearson 相关系数 CC

$$CC(E[\mu_{\tilde{F}}(\mathbf{V})|\mathbf{U}],U_i)=\mathrm{cov}(E[\mu_{\tilde{F}}(\mathbf{V})|\mathbf{U}],U_i)/\sqrt{\mathrm{var}E[\mu_{\tilde{F}}(\mathbf{V})|\mathbf{U}]\cdot\mathrm{var}U_i} \quad (2)$$

(2) 相关比 CR^2

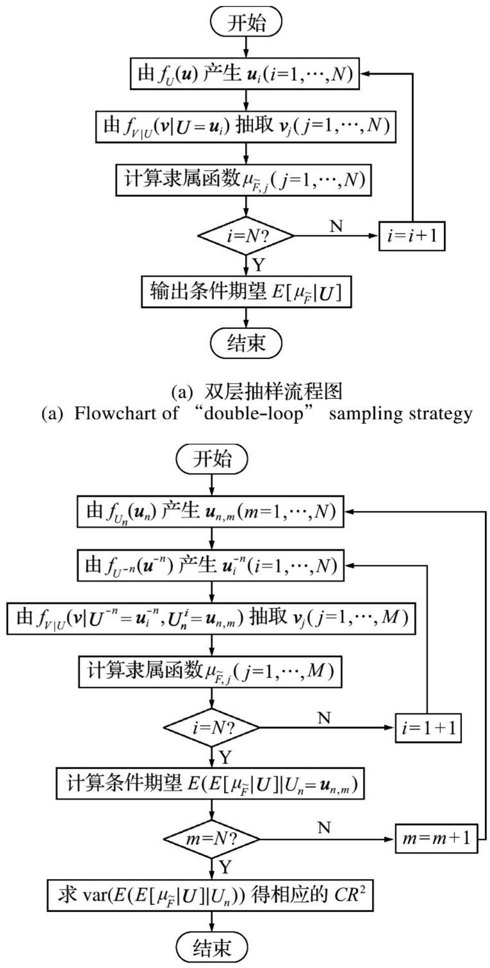
$$CR^2(E[\mu_{\tilde{F}}(\mathbf{V})|\mathbf{U}],U_i)=\mathrm{var}\,E[E[\mu_{\tilde{F}}(\mathbf{V})|\mathbf{U}]|U_i]/\{\mathrm{var}\,E[\mu_{\tilde{F}}(\mathbf{V})|\mathbf{U}]\} \quad (3)$$

相关系数 CC 可以表示主观变量 U_i 和失效概率 $P_{\tilde{F}}$ 的相关程度,它的绝对值越大,表示主观变量 U_i 对失效概率 $P_{\tilde{F}}$ 的影响程度越大。相关比 CR^2 可以表示单个变量 U_i 作用下失效概率 $P_{\tilde{F}}$ 的方差在无条件方差中所占的比例,它的值越大,表示主观变量 U_i 对失效概率 $P_{\tilde{F}}$ 的影响程度越大。

3　基于 Monte Carlo 的重要性分析方法

按照传统的 Monte Carlo 方法进行重要性分析时,式(2,3)中定义的两种重要性测度指标分别需要两重和三重抽样,其流程如图 1 所示。

从图 1 可以看出,Monte Carlo 法在计算两种重要性指标时,相关系数 CC 需要两重循环,其总计算量为 $N\times N$,相关比 CR^2 需要三重循环,其总计算量为 $N\times N\times N$,所以利用 Monte Carlo 方法计算两种指标的计算成本巨大,并随维数增加呈指数形式增长,这在工程实际中是难以接受的。



(a) 双层抽样流程图
(a) Flowchart of "double-loop" sampling strategy

(b) 三层抽样流程图
(b) Flowchart of "triple-loop" sampling strategy

图 1　Monte Carlo 重要性分析流程图
Fig. 1　Flowchart of Monte Carlo method for importance analysis

4　重要性分析的近似方法

文献[9]引入一种基于单层 Monte Carlo 方法的近似重要性分析方法,并提出了双状态假设前提下失效概率的近似重要性分析方法。本文将文献[9]的思想进行推广,通过引入一个比例系数 C,可得到失效边界具有模糊性时,主观变量的重要性测度指标简化形式如下。

(1) Pearson 相关系数 CC

$$CC(E[\mu_{\tilde{F}}(\mathbf{V})|\mathbf{U}],U_i)=CC(\mu_{\tilde{F}}(\mathbf{V}),U_i)\cdot 1/C_{P_{\tilde{F}}}=\mathrm{cov}(\mu_{\tilde{F}}(\mathbf{V}),U_i)/\sqrt{\mathrm{var}\,\mu_{\tilde{F}}(\mathbf{V})\cdot\mathrm{var}\,U_i}\cdot\sqrt{\mathrm{var}\,\mu_{\tilde{F}}(\mathbf{V})/\mathrm{var}\,E[\mu_{\tilde{F}}(\mathbf{V})|\mathbf{U}]} \quad (4)$$

(2) 相关比 CR^2

$$CR^2(E[\mu_{\tilde{F}}(\mathbf{V})|\mathbf{U}],U_i)=CR^2(\mu_{\tilde{F}}(\mathbf{V}),U_i)\cdot 1/C^2_{P_{\tilde{F}}}=\mathrm{var}\,E[\mu_{\tilde{F}}(\mathbf{V})|\mathbf{U}_i]/\mathrm{var}\,\mu_{\tilde{F}}(\mathbf{V})\cdot\mathrm{var}\,\mu_{\tilde{F}}(\mathbf{V})/\mathrm{var}E[\mu_{\tilde{F}}(\mathbf{V})|\mathbf{U}] \quad (5)$$

式中 $C_{P_{\tilde{F}}}$ 为比例系数，可以表示为

$$C_{P_{\tilde{F}}}=\sqrt{\operatorname{var}E[\mu_{\tilde{F}}|\mathbf{U}]/\operatorname{var}\mu_{\tilde{F}}} \tag{6}$$

本文在求解比例系数 $C_{P_{\tilde{F}}}$ 时，将其看作是输出变量 $Y=h(\mathbf{U},\mathbf{V})$ 和 $Y'=h(\mathbf{U},\mathbf{V}')$ 的相关系数 $\rho(Y,Y')$。通过对 (Y,Y') 的双变量分布进行抽样，得到二维样本 $(y_1,y_1'),\cdots,(y_N,y_N')$，便可计算样本相关系数 $r(\mathbf{y},\mathbf{y}')$，以此来估计比例系数 $C_{P_{\tilde{F}}}$。计算比例系数公式如下：

$$\hat{C}^2_{P_{\tilde{F}}}=r(\mathbf{y},\mathbf{y}')=\sum_{i=1}^{N}(y_i-\bar{y})\cdot(y_i'-\bar{y}')/\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(y_i-\bar{y})^2\cdot\sum_{i=1}^{N}(y_i'-\bar{y}')^2} \tag{7}$$

用近似的重要性方法进行分析时，求解过程如图2所示，其重要性分析步骤如下。

（1）由边缘概率密度函数 $f_U(\boldsymbol{u})$ 抽取 $\boldsymbol{U}$ 的样本 $\boldsymbol{u}_i(i=1,\cdots,N)$，对于每一个 $\boldsymbol{u}_i$，由条件概率密度函数 $f_{\mathbf{V}|\mathbf{U}}(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{U}=\boldsymbol{u})$ 抽取一组二维客观变量的样本 $(\boldsymbol{v}_i,\boldsymbol{v}_i')$，进而得到模糊失效域隶属函数的二维无条件样本 $(\mu_{\tilde{F}_i},\mu'_{\tilde{F}_i})$。

（2）$\boldsymbol{\mu}_{(-j)i}=\{E[u_{1i}],\cdots,E[u_{(j-1)i}],E[u_{(j+1)i}],\cdots,E[u_{ki}]\}$ 则对于每一组 $\boldsymbol{u}_i=\{u_{ji},\boldsymbol{\mu}_{(-j)i}\}$，抽取一组客观样本 $(\boldsymbol{v}_{j1},\cdots,\boldsymbol{v}_{jN})$，进而得到模糊失效域指示函数的条件样本 $(\mu_{\tilde{F}_{i1}},\cdots,\mu_{\tilde{F}_{iN}})$。

（3）利用式(7)和步骤(1)中得到的模糊失效域隶属函数的二维无条件样本 $(\mu_{\tilde{F}_i},\mu'_{\tilde{F}_i})$ 求解比例系数 $C_{P_{\tilde{F}}}$。

（4）由样本 $\boldsymbol{u}_i=\{u_{1i},u_{2i},\cdots,u_{ki}\}$ 中的 u_{ji} 和 $\mu_{\tilde{F}_j}$ 计算 $CC(\mu_{\tilde{F}},U_i)$，并由 $\mu_{\tilde{F}_i}$ 计算 $\operatorname{Var}(\mu_{\tilde{F}})$。由模糊失效域隶属函数的条件样本 $(\mu_{\tilde{F}_{i1}},\cdots,\mu_{\tilde{F}_{iN}})(i=1,\cdots,N)$ 可得到一组均值样本 $\bar{\mu}_{\tilde{F}_i}(i=1,\cdots,N)$，进而计算 $\operatorname{var}(E[\mu_{\tilde{F}}(\mathbf{V})|\mathbf{U}_i])$，从而得到 $CR^2(\mu_{\tilde{F}}(\mathbf{V}),U_i)$。根据步骤3中求得比例系数，即可计算 $CC(E[\mu_{\tilde{F}}(\mathbf{V})|\mathbf{U}],U_i)$ 和 $CR^2(E[\mu_{\tilde{F}}(\mathbf{V})|\mathbf{U}],U_i)$。

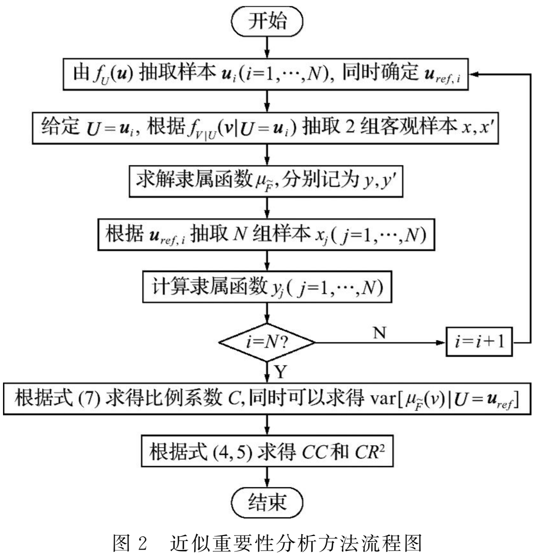


图2 近似重要性分析方法流程图
Fig.2 Flowchart of approximate method for importance analysis

从图2可以看出，在得到隶属函数的样本和条件样本情况下，只需要双层循环$(N\times N)$便可实现条件期望的求解，从而求得两种重要性测度指标。近似的重要性分析方法将三层的 Monte Carlo 循环简化成两层，这大大减少了计算成本。

5 主客观变量重要性测度求解的移动最小二乘方法

移动最小二乘法是通过对模型已有的输入输出数据在局部区域上进行拟合来建立近似的模型输入输出关系的一种方法[10,11]。针对模型简化后的重要性测度指标，本小节根据模型的一组真实输入输出，采用移动最小二乘方法拟合其条件期望的解析表达式，进而可以方便的得到模型的条件输入与条件输出之间的关系，此过程避免了求解条件期望方差的复杂抽样过程。

由前文可知，本文求解两个重要性测度指标的关键是对单个主观变量作用下模糊失效域隶属函数条件期望的方差 $\operatorname{Var}(E[\boldsymbol{\mu}_{\tilde{F}}|U_i])$ 进行计算，通过建立模糊域隶属函数 $\boldsymbol{\mu}_{\tilde{F}}$ 和主观变量 U_i 的关系来计算此方差。为此，需要获得一组模糊失效域隶属函数的真实样本。首先，根据主观变量的边缘概率密度函数 $f_U(U_i)(i=1,2,\cdots,k)$ 抽样，再根据主观变量抽样得到客观变量，得到 N 组二维样本 $(\mathbf{U}_1,\mathbf{V}_1),(\mathbf{U}_2,\mathbf{V}_2),\cdots,(\mathbf{U}_N,\mathbf{V}_N)$，由此得到模型的输出响应 $\boldsymbol{\mu}_{\tilde{F}}=(\mu_{\tilde{F}_1},\mu_{\tilde{F}_2},\cdots,\mu_{\tilde{F}_N})$，进而得到一组模糊失效域隶属函数的样本：

$$\boldsymbol{\mu}_{\tilde{F}}=\begin{pmatrix}\mu_{\tilde{F}_1}\\ \mu_{\tilde{F}_2}\\ \vdots\\ \mu_{\tilde{F}_N}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\varphi(U_{11},U_{21},\cdots,U_{k1})\\ \varphi(U_{12},U_{22},\cdots,U_{k2})\\ \vdots\\ \varphi(U_{1N},U_{2N},\cdots,U_{kN})\end{pmatrix} \tag{8}$$

式中 φ 为移动最小二乘得到的拟合函数。

由此可以得到模糊失效域隶属函数的无条件样本方差：

$$\operatorname{var}(\mu_{\tilde{F}})=\frac{1}{N-1}\sum_{j=1}^{N}(\mu_{\tilde{F}_j}-\bar{\mu}_{\tilde{F}}) \tag{9}$$

式中 $\bar{\mu}_{\tilde{F}}$ 为模糊失效域隶属函数样本的平均值。

为了得到模糊失效域隶属函数条件期望的样本，利用移动最小二乘方法建立模糊失效域隶属函数 $\widehat{\mu}_{\tilde{F}_j}^{(i)}$ 与单个主观变量 U_i 之间的拟合关系式：

$$\widehat{\mu}_{\tilde{F}}^{(i)}=\boldsymbol{\zeta}^k(U_i)\boldsymbol{\mu}_{\tilde{F}}^{(U_i)}+e \tag{10}$$

式中 $\boldsymbol{\mu}_{\tilde{F}}^{(U_i)}$ 为 U_i 影响区域内实验点的真实失效域隶属函数向量，$\boldsymbol{\zeta}^k(U_i)$ 为主观变量 U_i 的 k 阶形函数，e 为估计误差。

实际上，$\widehat{\mu}_{\tilde{F}_j}^{(i)}$ 可以认为是在 U_i 影响区域内实验点处真实失效域隶属函数样本的加权平均值，可以表示为

$$\widehat{\mu}_{\tilde{F}_j}^{(i)}=E[\mu_{\tilde{F}}|U_i] \tag{11}$$

可以看出，式(11)可以表示真实模糊失效域隶属函数条件期望 $E[\mu_{\tilde{F}}|U_i]$ 和分布参数 U_i 之间的关系，所以根据样本 $(U_{i1},U_{i2},\cdots,U_{iN})$ 可以得到 $\widehat{\mu}_{\tilde{F}}^{(i)}$ 的样本 $(\widehat{\mu}_{\tilde{F}_1}^{(i)},\widehat{\mu}_{\tilde{F}_2}^{(i)},\cdots,\widehat{\mu}_{\tilde{F}_N}^{(i)})$，由此可以计算模糊失效域隶属函数条件期望的方差：

$$\mathrm{var}(E[\mu_{\tilde{F}}|U_i])=\frac{1}{N-1}\sum_{j=1}^{N}(\widehat{\mu}_{\tilde{F}_j}^{(i)}-\bar{\widehat{\mu}}_{\tilde{F}}^{(i)}) \tag{12}$$

式中 $\bar{\widehat{\mu}}_{\tilde{F}}^{(i)}$ 为失效概率 $\widehat{\mu}_{\tilde{F}}^{(i)}$ 的均值。

至此，根据式(9,12)可以很容易得到模糊失效域隶属函数的式(4,5)中的重要性测度指标 CC 和 CR^2。

传统的 Monte Carlo 方法需要一个双层循环求得相关系数 CC 之后还需要一个三层循环来求解相关比，计算成本过大，工程中很难实现。文献[9]中近似的重要性分析方法通过引入一个比例系数 C，将两种重要性测度的分析减少了一重循环，大大降低了计算量。而本文则将移动最小二乘方法应用于近似重要性分析方法中的条件期望求解，仅仅需要一组样本输入输出就可以建立模型条件输入与条件输出之间的关系，这避免了求解模糊失效域隶属函数条件期望方差的复杂抽样过程。可以看出，移动最小二乘方法的总计算量取决于模型真实输入输出的总计算量（N×N），这大大减小了重要性测度的计算量。

6　算例分析

本节采用算例来验证本文移动最小二乘方法，求解状态模糊时主客观不确定性同时存在情况下变量的重要性测度指标求解的效率和精度，并将本文方法所得结果与 Monte Carlo 的三层抽样以及文献[9]的近似法进行对比分析，以证明所提方法的优越性。在算例的结果列表中将 Monte Carlo 数字模拟的重要性测度指标估计值看作近似精确解，记为 MC，将文献[9]的近似重要性分析方法记为 TSL，本文方法记为 MLS。本文选取了模糊状态下的线性型、正态型和柯西型隶属函数来验证所提方法的合理性和可行性，算例中分别计算了这三种隶属函数下的重要性测度指标。

表 1　三种方法的对比

Tab. 1　Contrast of three methods

方法	Monte Carlo	TSL	MLS
循环层数	三层	两层	两层
计算量	$k\times N\times N\times N$	$k\times N\times N$	$N\times N$

注：表中计算量为计算主观变量 CR^2 时所需计算功能函数次数，其中 k 为主观变量维数。

算例 1

线性极限状态函数 $g(\boldsymbol{x})=4-x_1-x_2$，变量 x_1 和 x_2 均服从独立的正态分布，即 $x_i\sim N(\mu_i,1)$ $(i=1,2)$，其中均值 μ_i 的不确定性采用正态分布描述，即 $\mu_i\sim N(3,1)(i=1,2)$。其重要性指标列入表 2。

算例 1 中的简单线性功能函数，检验了移动最小二乘方法的可行性和合理性，其理论结果应该两个基本变量的分布参数 μ_1 和 μ_2 分别对于输出响应量的影响程度相同。可见，在线性型、柯西型和正态型三种模糊状态下，两种基本参数的影响程度都基本相同。同时，由表 3 可知，在内外层均抽取 2×10^3 个样本的情况下，三种方法在求解相关系数 CC 时均需求解 2000×2000 次功能函数，而在求解

表 2　算例 1 的计算结果对比分析

Tab. 2　Computational results for example 1

方法		线性型			柯西型			正态型		
		MC	TSL	MLS	MC	TSL	MLS	MC	TSL	MLS
CC	μ_1	0.5835	0.5890	0.5847	0.6069	0.5925	0.6004	0.6725	0.6822	0.6736
	μ_2	0.5851	0.5873	0.5871	0.6077	0.5836	0.6078	0.6782	0.6855	0.6789
CR^2	μ_1	0.4076	0.3981	0.3989	0.4637	0.4613	0.4699	0.4455	0.4419	0.4486
	μ_2	0.4043	0.3990	0.4021	0.4645	0.4622	0.4612	0.4412	0.4432	0.4417
C			0.5657	0.5625		0.5419	0.5401		0.5429	0.5433

表 3 算例 1 中三种方法的抽样次数及计算时间
Tab. 3 Sampling frequency and time consuming of three methods for example 1

	MC	TSL	MLS
抽样次数	2000	2000	2000
计算时间/s	3379	565	4.5

相关比 CR^2 时，本文方法可以利用与求解相关系数 CC 相同的一组输入输出就可以得到所有主观变量的重要性测度指标 CR^2，而 Monte Carlo 方法和近似解析方法还需要额外的模型计算量，而且计算量与变量的维数有关。由表 2 和表 3 可知，本文方法在保证计算精度的同时还大大提高了计算效率。

算例 2

有一截面为圆形的钢杆，杆的极限状态函数可表达为 $g(R,d,P)=\pi/4d^2R-P$。其中杆承受的轴向力 P，材料的屈服极限 R 和圆杆直径 d 均服从正态分布，各变量的标准差分别为 $\sigma_R=3.5\ \mathrm{kN\cdot cm^{-2}}$，$\sigma_d=0.8$ cm，$\sigma_P=1$ kN，均值 $\mu=\{\mu_R,\mu_d,\mu_P\}$ 的不确定性均采用正态分布来描述，即 $\mu_R\sim N(40,1.5)$，$\mu_d\sim N(3,0.8)$，$\mu_P\sim N(100,1)$。其重要性指标列入表 4。

对于该工程算例，由表 4 可知，移动最小二乘方法的计算结果与 Monte Carlo 方法基本一致，这表明移动最小二乘方法在保证计算精度的情况下大大提高了处理工程问题的效率。如表 4 所示，Monte Carlo 方法和本文所提方法针对失效概率的重要性指标排序相同。同时可以看出，两种重要性测度指标的排序为 CC：$\mu_d>\mu_R>\mu_P$，CR^2：$\mu_d>\mu_R>\mu_P$。移动最小二乘方法与 Monte Carlo 方法计算结果排序一致。由表 4 可知，μ_d 的影响最大，说明 μ_d 对结构系统输出响应和失效概率影响最大，通过合理控制 μ_d，可以有效地减小结构系统输出响应的变异性和失效概率，重要性测度的结果也可以为结构系统的设计提供参考。

表 4 算例 2 的计算结果对比分析
Tab. 4 Computational results for example 2

方法		线性型			柯西型			正态型		
		MC	TSL	MLS	MC	TSL	MLS	MC	TSL	MLS
CC	μ_R	−0.0368	−0.0432	−0.0370	−0.0398	−0.0288	−0.0325	−0.0258	−0.0226	−0.0236
	μ_d	−0.8658	−0.8964	−0.8571	−0.8699	−0.9085	−0.8975	−0.8705	−0.9179	−0.8916
	μ_P	−0.0052	−0.0028	−0.0046	−0.0087	−0.0045	−0.0092	−0.0072	−0.0049	−0.0080
CR^2	μ_R	0.0476	0.0365	0.0477	0.0225	0.0062	0.0186	0.0347	0.0126	0.0331
	μ_d	0.9875	0.9952	0.9941	0.9781	0.9893	0.9802	0.9787	0.9912	0.9658
	μ_P	0.0324	0.0230	0.0295	0.0058	0.0034	0.0052	0.0041	0.0019	0.0035
C			0.5398	0.5362		0.5307	0.5294		0.5297	0.5337

7 结 论

针对状态模糊下主客观不确定性同时存在的重要性分析问题，本文在文献[9]基础上，首先将模糊状态下主客观变量同时存在情况下主观变量的重要性测度指标进行降一维的简化；然后，将客观变量基于方差分析高效的移动最小二乘方法扩展到主客观变量共同存在的情况，进一步提高了简化后主观变量的重要性测度指标的求解效率。该方法仅需要一组样本值，就可以利用移动最小二乘拟合输入输出之间的映射关系，从而求得相关系数 CC 和相关比 CR^2。相比于 Monte Carlo 方法的三层循环和文献[9]中近似重要性分析方法的双层循环，既保持了计算精度，也大大节约了计算成本，提高了计算效率。而且，由于同样适用于线性与非线性的情况，因此具有更广泛的适用范围。

参考文献(References)：

[1] Castillo E, Minguez R, Castillo C. Sensitivity analysis in optimization and reliability problems[J]. *Reliab Eng Sys Saf*, 2008, **93**(12): 1788-1800.

[2] 周长聪，吕震宙，王 奇. 多失效模式下的模式重要性测度及解法[J]. 计算力学学报, 2012, **29**(3): 399-404. (ZHOU Chang-cong, LÜ Zhen-zhou, WANG Qi. Mode importance measures under multiple failure modes and their solutions[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2012, **29**(3): 399-404. (in Chinese))

[3] Helton J C, Davis F J. Latin hypercube sampling and the propagation of uncertainty in analyses of complex systems[J]. *Reliab Eng Syst Saf*, 2003, **81**(1): 23-69.

[4] Saltelli A, Marivoet J. Non-parametric statistics in

sensitivity analysis for model output: a comparison of selected techniques[J]. *Reliab Eng Syst Saf*, 1990, **28**(2): 229-253.

[5] Sobol I M. Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their monte carlo estimates [J]. *Mat Comput Simulation*, 2001, **55**(1): 221-280.

[6] Iman R L, Hora S C. A robust measure of uncertainty importance for use in fault tree system analysis[J]. *Risk Anal*, 1990, **10**(3): 401-406.

[7] Liu H B, Chen W, Sudjianto A. Relative entropy based method for probabilistic sensitivity analysis in engineering design [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2006, **128**(3): 326-333.

[8] Borgonovo E. A new uncertainty importance measure [J]. *Reliab Eng Syst Saf*, 2007, **92**(6): 771-784.

[9] Hofer E, Kloos M, Krzykacz-Hansmann B, et al. An approximate epistemic uncertainty analysis approach in the presence of epistemic and aleatory uncertainties [J]. *Reliability Engineering and System Safety*, 2002, **77**(3): 229-238.

[10] Tian L F, Lü Z Z, Wei P F. A global sensitivity analysis method using moving least squares for models with correlated input variables[J]. *Journal of Aircraft*, 2011, **48**(6): 2107-2113.

[11] Breitkpf P, Naceur H, Rassineux A, et al. Moving least squares response surface approximation: formulation and metal forming applications[J]. *Computers & Structures*, 2005, **83**(17-18): 1411-1428.

[12] Saltelli A, Chan K, Scott M, editors. *Sensitivity Analysis*[M]. New York: Wiley, 2000.

Importance analysis in the presence of epistemic and aleatory uncertainties under fuzzy state

CHENG Lei*, LÜ Zhen-zhou, WANG Pan

(School of Aeronautics, Northwestern Ploytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: To analyze the effect of epistemic uncertainty on failure probability under the condition of fuzzy state, two importance measures: Correlation Coefficient and Correlation Ration are defined. For the problem of large computational cost of Monte Carlo method, an approximate method is utilized by introducing a proportional coefficient to decrease a "three-loop" procedure to a "double-loop" procedure. In order to decrease the computational cost further, a novel Moving Least Square (MLS) method is constructed in the presence of epistemic and aleatory uncertainties. This method fits the approximate mapping relationship between epistemic parameters and output by moving least square strategy, which can be used to compute the conditional expectation of output conveniently, and then the proposed importance measure can be obtained. Some examples are employed to validate the reasonability and efficiency of the proposed method.

Key words: fuzzy state; epistemic uncertainty; importance measure; Move Least Square method; proportional coefficient