

# 并列仿生鱼自主游动的数值模拟研究

王亮<sup>\*1</sup>, 王明<sup>2,3</sup>, 付强<sup>1</sup>, 苗仁德<sup>1</sup>

(1. 解放军理工大学 气象海洋学院, 南京 211101; 2. 大连理工大学 水利工程学院, 大连 116024;  
3. 黄河水利科学研究院, 郑州 450003)

**摘要:**采用自适应浸没边界方法,数值模拟了两条并列仿生鱼在不同间距下的同相位和反相位自主游动。通过与相同游动参数下单条仿生鱼自主游动的比较,可以得到结论:(1)并列自主游动的速度小于单条鱼游动的速度,并且随着间距减小而减小。相同间距下,反相位并列游动时的速度大于同相位;(2)并列游动时的阻力均大于单条鱼,且随着间距减小而增大;(3)反相位游动时功率消耗随间距减小而增大,但同相位游动则相反;(4)当间距大于0.5个身长时,推进效率都略有增大。所以,在综合考虑了游动速度和推进效率两方面的因素后认为,鱼群中并列相邻的两条鱼应当以反相位摆动,且侧向间距保持在0.5个身长以上,这与自然界中观察的结果是一致的。

**关键词:**并列;侧向间距;自主游动;速度

**中图分类号:**O35      **文献标志码:**A      doi:10.7511/jslx201401018

## 1 引言

鱼类的群游是自然界中一种非常普遍的自然现象,生物学家的观测发现,80%的鱼类具有群游特性,尤其是小型鱼类,几乎是100%具有群游特性。除了生物学上增强对抗天敌的能力,降低被捕食的几率,提高觅食效率,并增进鱼类之间的交往和繁殖等原因外,从流体力学的角度来看,更为重要的是,鱼类群游能够增强鱼类自身的运动能力并提高游动效率。

目前,关于鱼类游动的研究大多集中在单条鱼的游动上,涉及鱼类群游的很少。20世纪70年代,Weihs<sup>[1]</sup>假定鱼群中相邻的鱼以同相位摆动,并利用无粘模型分析了鱼群游动的水动力学特性,发现这种相互干扰可以使得游动时阻力减少,推力增加,能耗降低;Partridge和Pitcher<sup>[2]</sup>通过实验观察发现鱼群中相邻的鱼都是以反相位摆动的。

董根金和陆夕云<sup>[3]</sup>利用有限元方法对鱼群的并列巡游进行了数值模拟,发现同相位摆动可以节省功耗,而反相位可以增大推力;张来平等<sup>[4]</sup>采用动态混合网格生成方法以及不可压缩流非定常计算方法,研究了鱼类“钻石”状群游流动干扰及其减

阻机理。

但是,已有研究<sup>[3,4]</sup>采用的模型都是鱼在均匀来流下的原地摆动,这种模型无法保证仿生鱼达到自主推进状态。所谓自主推进状态指的是鱼匀速巡游时运动方向上合力为零的状态。对于真实的鱼来说,游动速度是随着游动参数(如摆动频率,摆动幅度等)的变化而变化的。当仿生鱼在均匀来流下进行原地摆动时,如果来流速度不随着摆动参数变化而变化,那么自主推进状态就无法达到,从而会导致数值模拟结果无法反应鱼游真实的水动力学特性。

本文作者<sup>[5]</sup>在研究三条仿生鱼自主游动中的减阻机制时,发现三条仿生鱼在摆频不同的情况下能够以相同的速度游动,但前面两条并列仿生鱼的游动速度要小于相同参数下单条鱼游动的速度。是两条鱼并列游动时的侧向相互作用导致速度下降?还是第三条仿生鱼的影响造成的呢?文献<sup>[5]</sup>无法给出明确的答案。

为了进一步揭示鱼群游动中奥秘,本文研究了并列仿生鱼在静水中自主游动时的水动力学特性,分析了侧向间距和相位差对游动速度、阻力、功耗、推进效率以及尾涡结构的影响,为深入了解鱼群的游动机理提供了基础。

## 2 物理模型

### 2.1 鱼游摆动规律和参数

本研究采用鲹科模式的摆动规律<sup>[6]</sup>,鱼体中线

收稿日期:2012-04-17;修改稿收到日期:2012-09-28.

基金项目:国家自然科学基金(11102232);解放军理工大学

预研基金(20110508)资助项目.

作者简介:王亮\*(1979-),男,博士,讲师

(E-mail: wangliang49101@163.com).

摆动规律为

$$h(x, t) = a(x) \sin(kx - \omega t + \phi_0) \quad (1)$$

式中  $a(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) 为振幅, 三个系数分别取为  $a_0 = 0.02$ ,  $a_1 = -0.08$  和  $a_2 = 0.16$ ; 波数为  $k = 2\pi/\lambda$ , 波长取为  $\lambda = 0.95$ , 圆频率  $\omega = 2\pi/T$ , 摆动周期取为  $T = 1.0$ ,  $\phi_0$  为初始相位。

图 1 给出了并列仿生鱼反相位摆动时的示意图, 上面的鱼称为鱼 1, 下面的鱼称为鱼 2, 侧向间距为  $d$ 。本文采用无量纲计算, 以鱼体长度为特征量进行无量纲化, 运动学粘性系数  $\nu = 1.0 \times 10^{-4}$ , 鱼身厚度与 NACA0012 翼型相同。

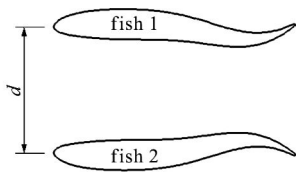


图 1 并列仿生鱼示意图

Fig. 1 Schematic of two fish in a side-by-side arrangement

## 2.2 鱼游控制方程

仅考虑二维鱼的直线自主游动, 其控制方程为

$$M(dU/dt) = F_x \quad (2)$$

式中  $M$  为鱼的质量,  $U$  为鱼的瞬时游动速度,  $F_x$  为鱼在  $X$  方向上所受的合力。值得注意的是,  $F_x$  和  $U$  都随着鱼身体的摆动而变化, 当达到自主推进状态时, 二者都是周期变化的, 其随时间的变化曲线可参考文献[7]。此外, 在并列仿生鱼自主游动过程中, 侧向间距  $d$  会对鱼周围的压力场产生影响, 从而导致仿生鱼受力和速度的变化, 这也就是本文的主要研究内容。

## 2.3 数值方法

本文求解的二维不可压 Navier-Stokes 方程组为

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (3, 4)$$

式中  $\mathbf{u}$ ,  $p$  和  $\nu$  分别是速度、压力和动力学粘性系数。

时间离散采用经典的分数步投影法。在任意给定时间步  $n$ , 假定该时刻的速度场  $\mathbf{u}^n$  和分数步压力  $p^{n-1/2}$  已知。首先, 用式(5)计算速度的临时值  $\mathbf{u}^*$  为

$$\frac{\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^n}{\Delta t} + \nabla p^{n-1/2} = [- (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}]^{n+1/2} + \frac{\nu}{2} \nabla^2 (\mathbf{u}^* + \mathbf{u}^n) \quad (5)$$

然后, 将投影算子作用于  $\mathbf{u}^*$  就可以计算出新的速度场  $\mathbf{u}^{n+1}$  以及分数步压力  $p^{n+1/2}$ 。

计算区域采用二叉树结构进行网格划分, 该结构非常适用于自适应网格; 求解泊松方程时采用了多重网格法, 对流项的离散采用二阶迎风格式<sup>[8]</sup>。动边界采用 ghost-cell 浸没边界方法<sup>[9]</sup>来处理。该数值算法在空间和时间上都具有二阶精度, 其详细描述可参考文献[7]。

## 2.4 计算区域和初边条件

计算区域取为  $16 \times 4$ , 四个边界上都取为第二类边界条件, 即  $\partial u_i / \partial n_j = 0$ , 其中  $n_j$  为边界的外法线方向。初始条件为  $u = v = 0$ , 即鱼在静水中游动。

## 2.5 推力、阻力和推进效率

本研究中, 二维鱼沿  $X$  轴负向运动, 则  $X$  方向上受到的合力为

$$F_x(t) = \int_A (-p n_1 + \tau_{1j} n_j) dA \quad (6)$$

式中  $p$  是面元  $dA$  上的压力,  $n_i$  是面元  $dA$  上单位法向量的第  $i$  个分量,  $\tau_{ij}$  是粘性应力张量。

本研究采用文献[6]的方法将合力分解为两部分, 即

$$-T(t) = \frac{1}{2} \int_A (-p n_1 - |p n_1|) dA + \frac{1}{2} \int_A (\tau_{1j} n_j - |\tau_{1j} n_j|) dA \quad (7)$$

$$D(t) = \frac{1}{2} \int_A (-p n_1 + |p n_1|) dA + \frac{1}{2} \int_A (\tau_{1j} n_j + |\tau_{1j} n_j|) dA \quad (8)$$

将  $T(t)$  和  $D(t)$  分别定义为推力和阻力。平均推力和阻力系数分别定义为

$$\bar{C}_D = \bar{D} / (0.5 \rho \bar{U}^2 L), \quad \bar{C}_T = \bar{T} / (0.5 \rho \bar{U}^2 L) \quad (9)$$

鱼游的推进效率(Froude 效率)可以定义为

$$\eta = \bar{T} \bar{U} / (\bar{T} \bar{U} + \bar{P}_L) \quad (10)$$

式中  $\bar{T}$  为平均推力,  $\bar{U}$  为平均游动速度,  $\bar{P}_L$  为平均侧向力功率。侧向力功率定义为

$$P_L = \int_A (-p n_2 + \tau_{2j} n_j) \dot{h} dA \quad (11)$$

式中  $\dot{h}$  为侧向摆动速度。平均阻力功率系数  $\bar{C}_{PD}$ 、平均侧向力功率系数  $\bar{C}_{PL}$  分别定义为

$$\bar{C}_{PD} = \bar{D} \bar{U} / (0.5 \rho \bar{U}^3 L), \quad \bar{C}_{PL} = \bar{P}_L / (0.5 \rho \bar{U}^3 L) \quad (12)$$

由于仿生鱼自主游动时平均推力与平均阻力大小相等, 所以平均总功率系数  $\bar{C}_{PT}$  定义为

$$\bar{C}_{PT} = \bar{C}_{PD} + \bar{C}_{PL} \quad (13)$$

值得注意的是, 仿生鱼的自主游动速度会随着游动参数的变化而变化。所以, 为了使结果具有可

比性,本研究中用来无量化功率和受力的平均速度  $\bar{U}$  均采用单条仿生鱼的自主游动速度。

### 3 结果和讨论

#### 3.1 反相位摆动

图2给出了两列仿生鱼并列反相位自主游动时平均速度随侧向间距  $d$  的变化。从图2可以看出,两条鱼的游动速度完全相等,都随着  $d$  的减小而减小。当  $d = 1.5$  时,并列游动的速度几乎与单条仿生鱼的速度相等;当  $d = 2.0$  时,并列游动的速度略大于单条仿生鱼的游动速度。由雷诺数定义  $Re = \bar{U}L/\nu$  可知,反相位自主游动时  $Re$  在 6100 ~ 6600 之间。

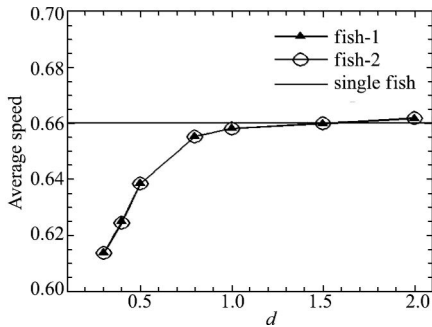
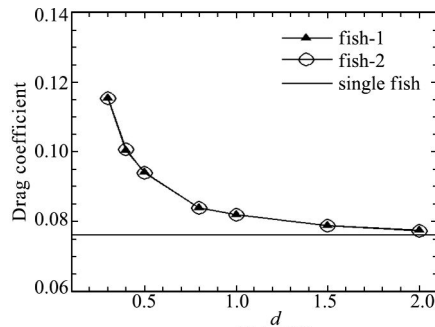
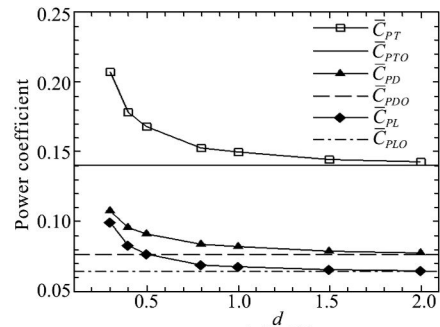


图2 鱼游平均速度随间距  $d$  的变化(反相位)  
Fig. 2 Time-averaged swimming speed as a function of  $d$  in the anti-phase case

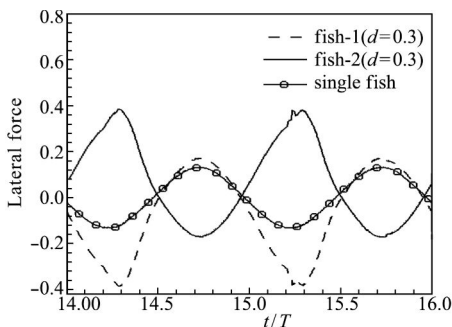


(a) 阻力系数  
(a) Drag coefficient

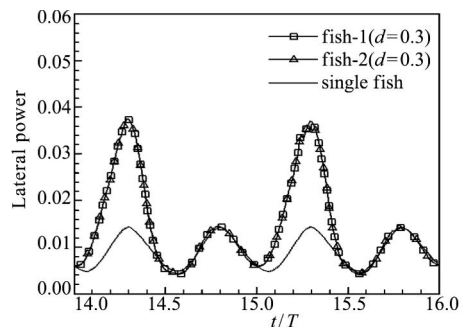


(b) 功率系数  
(b) Power coefficient

图3 平均阻力系数和功率系数随间距  $d$  的变化(反相位)  
Fig. 3 Time-averaged drag and power coefficients in the anti-phase case



(a) 侧向力  
(a) Lateral force



(b) 侧向力功率  
(b) Lateral power

图4  $d = 0.3$  时并列仿生鱼的侧向力和侧向力功率曲线(反相位)  
Fig. 4 Time history of lateral force and lateral power at  $d = 0.3$  in the anti-phase case

对于自主游动来说,推力和阻力的平均值是大小相等的,所以本文仅给出平均阻力系数随  $d$  的变化,如图3(a)所示。当仿生鱼并列游动时,其阻力系数随着  $d$  减小而增大,且大于单条鱼的阻力系数。图3(b)给出了平均功率系数随  $d$  的变化,其中  $\bar{C}_{PD0}$ ,  $\bar{C}_{PL0}$  和  $\bar{C}_{PT0}$  分别为单条鱼自主游动时的平均阻力功率系数、平均侧向力功率系数和平均总功率系数。从图3可以看出,当两条仿生鱼并列反相位游动时,无论阻力的功率系数还是侧向力的功率系数,都要大于单条鱼游动时的值。间距越小,消耗的功率越大。当  $d > 2.0$  以后,两者之间所消耗的功率就几乎完全相等了。

图4(a)比较了单条仿生鱼自主游动和  $d = 0.3$  时,两条仿生鱼并列反相位游动时的侧向受力。由伯努利原理可知,当单条鱼游动时,鱼身体两侧会交替出现高压区和低压区,鱼尾摆向哪一侧,哪一侧就是低压区,所以单条鱼所受到的侧向力是关于零值对称的。当两条鱼反相位游动时,低压区和高压区都会相互加强,从图5(a)可以看出,相互加强的低压区,其结果就是导致图4(a)侧向力的峰值大大增加,以及侧向力不再关于零值对称。侧向力的增大直接导致侧向力功率的增大,如图4(b)所示。虽然从图5(b)可以看出两条鱼之间出现了

高压区,但从图 4(a)反应的结果可以看到高压区相互加强的效果不很明显。此外,低压区之间的相互影响会随着  $d$  的增大而减弱,所以从图 6 可以看出,鱼 1 的侧向力峰值随  $d$  增大而减小,最终接近单条鱼的侧向力峰值,这一变化趋势表现在功率系数上就是逐渐减小并趋向于单条鱼的值,如图 3(b) 所示。

图 7 给出了推进效率随间距  $d$  的变化。从图 7 可以看出,当  $d < 0.5$  时,并列游动的效率低于单独游动,间距越小,推进效率越低;当  $d = 0.3$  时,效率下降了 2.3%;当  $d > 0.5$  时,并列游动的效率要高于单独游动;当  $d = 0.8$  左右时,推进效率最高,大约提高了 0.55%;当  $d > 1.0$  时,并列游动的推进效率会随着间距增大而有所降低,但仍高于单独游动时的效率。所以,从推进效率的角度来说,侧向间距为 0.8~1.0 个身长是比较有利的。

图 8 给出了侧向间距分别为 0.3 和 0.8 时的涡

量图。从图 8 可以看出,当两条鱼反相位摆动时,同一时刻从两条鱼尾部脱落的涡是反号的,这一点与文献[3]中的结果是一致的。当  $d = 0.3$  时,尾迹中形成两列涡街,涡街间的距离随着向下游传播而逐渐加大。而在文献[3]中,当  $d = 0.3$  时,反相位游动的并列仿生鱼的尾涡是平行的,与本文中的尾涡结构完全不同,造成尾涡结构不同的原因应该是文献[3]中未满足自主推进条件造成的;当  $d = 0.8$  时,两列涡街几乎是平行的,说明两条仿生鱼尾涡间的相互影响随着  $d$  的增大而逐渐减弱。

### 3.2 同相位摆动

图 9 给出了并列仿生鱼同相位自主游动时平均速度随侧向间距  $d$  的变化。从图 9 可以看出,速度的变化规律与反相位时相同,都是随着  $d$  减小而减小。通过与图 2 对比可以看出,在相同间距下,反相位的游动速度要大于同相位。当  $d = 0.3$  时,同相位并列游动的速度比单条鱼下降了 27%,



图 5  $d=0.3$  时两条仿生鱼附近的压力场(反相位)  
Fig. 5 Pressure field around two fish for  $d=0.3$  in the anti-phase case

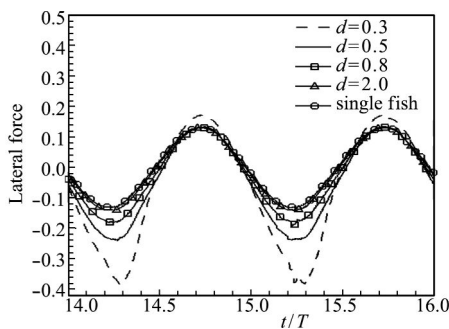


图 6 并列游动时鱼 1 的侧向力随间距  $d$  的变化(反相位)  
Fig. 6 Lateral force of fish-1 for various  $d$  in the anti-phase case

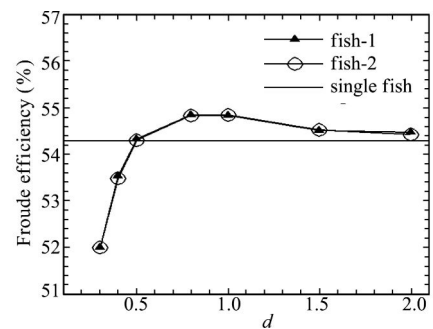


图 7 推进效率随间距  $d$  的变化(反相位)  
Fig. 7 Froude efficiency as a function of  $d$  in the anti-phase case

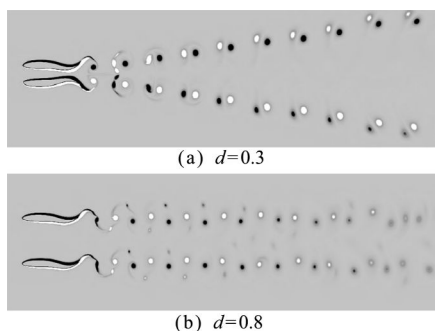


图 8 不同间距下的涡量图(反相位)  
Fig. 8 Vorticity field around two fish in the anti-phase case

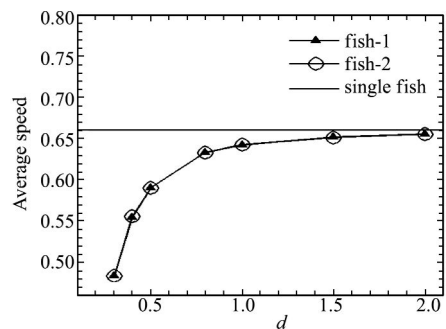


图 9 鱼游平均速度随间距  $d$  的变化(同相位)  
Fig. 9 Time-averaged swimming speed as a function of  $d$  in the in-phase case

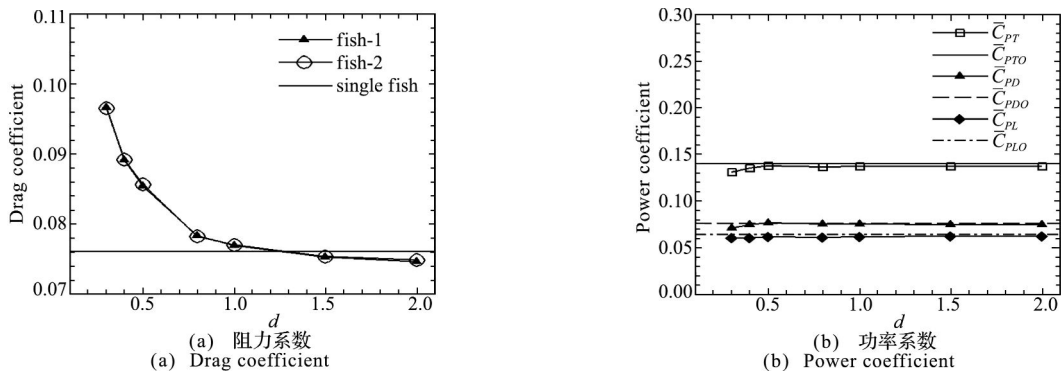


图 10 平均阻力系数和功率系数随间距  $d$  的变化(同相位)  
Fig. 10 Time-averaged drag and power coefficients in the in-phase case

而反相位游动时仅下降了 7%。此外,也可以从图 9 得知同相位自主游动时  $Re$  在 4800~6600 之间。

并列仿生鱼同相位游动时,平均阻力系数也是随  $d$  的减小而增大,如图 10(a)所示。在相同间距下,反相位时的阻力系数要大于同相位。从图 10(b)可以看出,同相位并列自主游动时的功率系数要小于单条鱼,并且随  $d$  的减小而减小,与反相位游动时的结果完全相反,说明同相位摆动能有利于减小功耗,这与 Wehs<sup>[1]</sup>的理论分析结果是一致的。

图 11 给出了推进效率随间距  $d$  的变化。从图 11 可以看出,当  $d > 0.4$  时,并列游动的效率要高于单独游动;当  $d = 0.5$  时,推进效率最高,大约

提高了 1.2%;当  $d > 0.5$  时,并列游动的推进效率会随着  $d$  增大而有所降低;当  $d = 2.0$  时,并列游动的推进效率就几乎与单条鱼游动时一致了。通过与图 7 对比可以看出,当  $d < 1.0$  时,同相位的推进效率要高于反相位,这主要是由于总功率减小而引起的;当  $d > 1.0$  时,侧向间的相互影响随着  $d$  的增大而减弱,所以二者相差不大。

从图 12(a)可以看出,同样是  $d = 0.3$  的情况,但侧向力随时间的变化曲线与反相位时完全不同,整条受力曲线就像是对单条鱼受力曲线进行了平移,侧向力峰值没有明显的放大和缩小,说明鱼身体两侧的高压区和低压区没有发生明显的加强和削弱,如图 13 所示。从图 12(b)可以看出,并列游动时的侧向力功率在半个周期内大于单条鱼的值,而在另半个周期内则小于单条鱼的值,在整个周期内的积分值相差不大。从图 14 可以看出,侧向力随着  $d$  的变化也不很明显,因此侧向力功率随着  $d$  的变化也不明显,这与图 10(b)的结果是一致的。

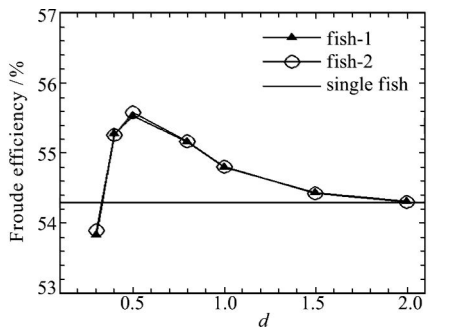


图 11 推进效率随间距  $d$  的变化(同相位)  
Fig. 11 Froude efficiency as a function of  $d$  in the in-phase case

图 15 给出了同相位自主游动时  $d$  分别为 0.3 和 0.8 时的涡量图。从图 15 可以看出,当两条鱼同

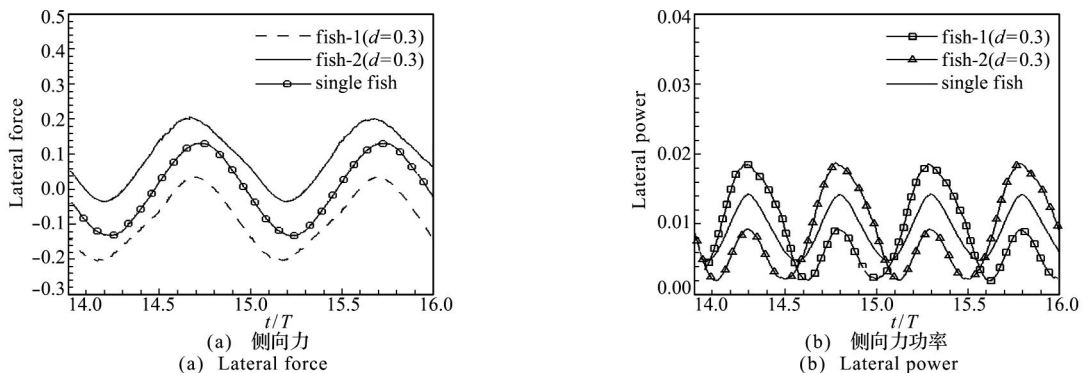


图 12  $d=0.3$  时两条仿生鱼的侧向力和侧向力功率曲线(同相位)  
Fig. 12 Time history of lateral force and lateral power at  $d=0.3$  in the in-phase case

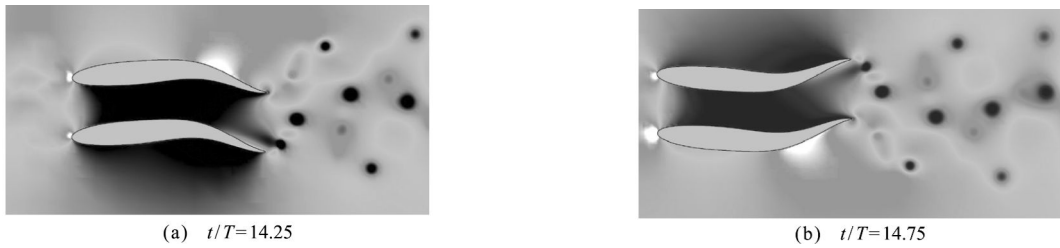


图 13  $d=0.3$  时两条仿生鱼附近的压力场(同相位)  
Fig. 13 Pressure field around two fish for  $d=0.3$  in the in-phase case

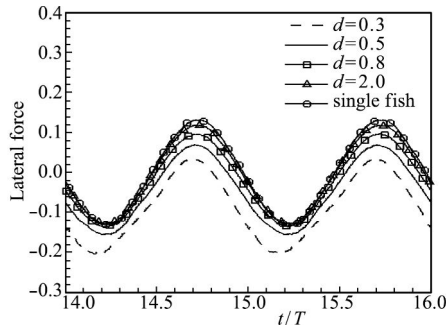


图 14 并列游动时鱼 1 的侧向力随间距  $d$  的变化(同相位)  
Fig. 14 Lateral force of fish-1 for various  $d$  in the in-phase case

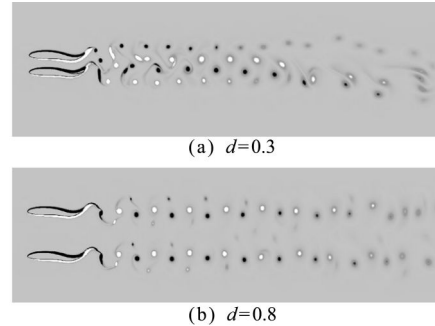


图 15 不同间距下的涡量图(同相位)  
Fig. 15 Vorticity field around two fish in the in-phase case

相位摆动时,同一时刻从两条鱼尾部脱落的涡是同号的。当  $d=0.3$  时,下游的尾迹不会像反相位时变宽,但耗散的速度要比反相位时要快,如图 15 (a)所示。从图 15(b)可以看出,当  $d=0.8$  时,两列反卡门涡街几乎是平行的,但与反相位游动时不同的是,上下两列涡中两两相对的涡是同号的,这与文献[3]给出的尾涡结构相一致。

## 4 结 论

本研究数值模拟了两条并列仿生鱼在不同间距下的同相位和反相位自主游动,并与相同游动参数下单条仿生鱼的自主游动进行了比较。通过研究发现,在摆动参数完全相同的情况下,两条仿生鱼并列游动时的速度要小于单条鱼的速度,并且会随着间距减小而减小,同相位游动时,速度减小尤为明显。这也是文献[5]中前面两条并列仿生鱼的游动速度要小于相同参数下单条鱼游动速度的原因,至于第三条仿生鱼对前面并列仿生鱼游动速度的影响仍需深入研究才能确定。

此外,无论是同相位还是反相位并列游动,随着间距的减小,阻力都会增加;反相位游动时功率消耗会随着间距减小而增大,但同相位游动则相反;无论哪种情况,当间距大于 0.5 个身长时,推进效率都略有增大。虽然同相位游动时功耗会减小,但同时游动速度也会大幅下降,这或许就是为什么自然界中观察到鱼群中相邻的鱼都是以反相位摆动<sup>[2]</sup>的原因。

尽管本文从压力场相互作用的角度解释了反相位游动时功耗增加、效率下降的原因,并发现了自主游动中一种独特的尾涡结构,但却很难从压力场和尾涡结构的角度解释并列游动速度会减小的原因。

综上所述,两条仿生鱼并列游动时,在水动力学特性方面整体上是弊大于利。从推进效率的角度来说,节能效果甚微。所以,鱼群在游动过程中,侧向间距不能太小,至少应保持在 0.5 个身长以上。

## 参考文献(References):

- [1] Weihs D. Hydromechanics of fish schooling[J]. *Nature*, 1973, **241**: 290-291.
- [2] Partridge B, Pitcher T. Evidence against a hydrodynamic function for fish schools [J]. *Nature*, 1979, **279**: 418-419.
- [3] Dong G J, Lu X Y. Characteristics of flow over traveling wavy foils in a side-by-side arrangement [J]. *Physics of Fluids*, 2007, **19**: 057107.
- [4] 张来平,常兴华,段旭鹏,等. 鱼类“钻石”状群游流动干扰及其减阻机理的数值研究[J]. *空气动力学报*, 2009, **27**(4): 385-393. (ZHANG Lai-ping, CHANG Xing-hua, DUAN Xu-peng, et al. Numerical simulations for four fish schooling in diamond array[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2009, **27**(4): 385-393. (in Chinese))
- [5] 王亮,吴锤结. “槽道效应”在鱼群游动中的节能机

- 制研究[J]. 力学学报, 2011, **43**(1): 18-23. (WANG Liang, WU Chui-jie. Energy saving mechanism of "channeling effect" in fish school swimming [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2011, **43**(1): 18-23. (in Chinese))
- [6] Borazjani I, Sotiropoulos F. Numerical investigation of the hydrodynamics of carangiform swimming in the transitional and inertial flow regimes[J]. *Journal of Experimental Biology*, 2008, **211**: 1541-1558.
- [7] Wang L, Wu C J. An adaptive version of ghost-cell immersed boundary method for incompressible flows with complex stationary and moving boundaries[J]. *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, 2010, **53**(5): 923-932.
- [8] Popinet S, Gerris: a tree-based adaptive solver for the incompressible euler equations in complex geometries [J]. *Journal of Computational Physics*, 2003, **190**: 572-600.
- [9] Mittal R, Dong H, Bozkurttas M, et al. A versatile sharp interface immersed boundary method for incompressible flows with complex boundaries[J]. *Journal of Computational Physics*, 2008, **227**: 4825-4852.

## Numerical simulation of two self-propelled fish swimming in a side-by-side arrangement

WANG Liang<sup>\*1</sup>, WANG Ming<sup>2,3</sup>, FU Qiang<sup>1</sup>, MIAO Ren-de<sup>1</sup>

(1. School of Meteorology and Oceanography, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101, China;

2. School of Hydraulic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

3. Yellow River Institute of Hydraulic Research, Zhengzhou 450003, China)

**Abstract:** Numerical simulations of two self-propelled fish in a side-by-side arrangement has been numerically investigated using an adaptive version of immersed boundary method. Two typical cases of the phase difference between the adjacent fish, i. e. , in-phase and anti-phase self-propelled swimming, are considered. Compared with the performance of a single self-propelled fish swimming, the results show that: (1) the swimming speed of fish school is smaller than that of an individual fish, and decrease as the lateral distance decrease, and that of the anti-phase case is bigger than that of the in-phase case with the same lateral distance; (2) the drag of fish school is bigger than that of an individual fish, and increases as the lateral distance decreases; (3) the power consumption of the anti-phase case increases as the lateral distance decreases, which is opposite to that of the in-phase case; (4) the propulsive efficiency increases slightly when the lateral distance is bigger than  $0.5L$  ( $L$  is the fish body length). Therefore, with the consideration of the swimming speed and the propulsive efficiency, two side-by-side arranged fish should beat their tails in anti-phase and the lateral distance should be bigger than  $0.5L$ , which is consistent with the observations in nature.

**Key words:** side-by-side arrangement; lateral distance; self-propelled swimming; speed