

Whipple 防护结构弹道极限方程的多指标修正

贾光辉, 欧阳智江, 蒋 辉, 李 轩

(北京航空航天大学宇航学院, 北京 100191)

摘 要: 为获得适用于国内情况的 Whipple 防护结构超高速弹道极限方程, 研究了指标寻优方法, 对国外的 Christiansen 改进型方程, 以国内实验数据为依据进行多指标修正。结果发现: 以预测概率型指标 (包括总体预测率、安全预测率) 和预测误差型指标 (如: 预测误差平方和) 联合进行方程系数的逐级修正, 可获得预测效果更好的修正方程。通过对低速段和高速段方程的整体系数进行修正, 最终得到的新方程在国内 107 个实验数据上的总体预测率达到了 89.7%, 安全预测率则高达 100%, 分别较修正前的相应指标提高了 10.3% 和 2.8%。

关键词: Whipple 防护结构; 弹道极限方程; 总体预测率; 安全预测率; 预测误差平方和

中图分类号: V423.4+3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1328(2013)12-1651-06

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2013.12.016

Multiple Indicator Correction for Whipple Shield Ballistic Limit Equation

JIA Guang-hui, OU-YANG Zhi-jiang, JIANG Hui, LI Xuan

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: In order to obtain the hypervelocity ballistic limit equation suiting for domestic Whipple shield, an indicator optimization method is studied. Based on domestic data, the modified Christiansen equation is revised by multi-indicators. The results show that, combining the predicted probability indicators (including totality predicted rate, safety predicted rate) with the prediction error indicator such as sum of squared prediction errors, the better predicted equation can be obtained by correcting the coefficients of the modified Christiansen equation step-by-step. By correcting the coefficients of ballistic region and hypervelocity region, the new equation's totality predicted rate achieves 89.7% and safety predicted rate reaches up to 100% for 107 domestic experimental data. Relative to the modified Christiansen equation, the indicators increase by 10.3% and 2.8%, respectively.

Key words: Whipple shield; Ballistic limit equation; Totality predicted rate; Safety predicted rate; Sum of squared prediction errors

0 引 言

为了提高航天器对碎片的被动防护能力, 1947年, Whipple 提出了一种在航天器舱壁外一定间距处增设防护屏的结构, 以提高航天器的抗撞击能力^[1], 该结构通常称为 Whipple 防护结构或双层板防护结构。

在空间碎片超高速撞击问题的研究中, 弹道极限方程一直是最主要的研究内容之一, 也是航天器

空间碎片撞击风险评估失效判断的依据^[2]。当前描述弹道极限方程的预测指标主要有两类, 一类以预测概率为基础, 主要刻画方程成功预测实验结果的个数情况, 如: 总体预测率和安全预测率; 另一类则针对预测错误情况, 以错误大小 (即方程预测错误时的计算直径与实验直径间的偏差) 为基础, 如: 预测误差平方和。研究表明, 弹道极限方程的预测误差对航天器的在轨风险评估结果有很大影响^[3]。

由于 Whipple 防护结构是各种防护结构的基

础,因此国外学者针对 Whipple 防护结构提出了多种弹道极限方程。其中,NASA 工程师 Christiansen 于 1993 年在文献[4]中提出的三个速度区间的 Christiansen 方程最为典型。之后,德国宇航中心工程师 Reimerdes 等人,针对 Christiansen 方程速度区间固定的不足,提出了 Christiansen 改进型方程^[5],进一步提高了方程的预测能力。

由于国内、外航天器材料必然存在差异,如何根据国外已有的弹道极限方程,获得适用于国内 Whipple 防护结构超高速撞击特性数据的极限方程成为国内学者关心的问题,同时也是航天工程需要迫切解决的问题。本文将利用多指标寻优的方法提出该结构的弹道极限方程修正的一种思路。

1 Christiansen 改进型方程简介

2006 年,Reimerdes 等人在 Christiansen 提出的 Whipple 防护结构弹道极限方程的基础上,提出了

$$F_2^* = \begin{cases} 1 & t_b/d_p \geq (t_b/d_p)_{\text{crit}} \\ r_{S/D} - 10(t_b/d_c)(r_{S/D} - 1) + 25(t_b/d_c)^2(r_{S/D} - 1) & t_b/d_p < (t_b/d_p)_{\text{crit}} \end{cases}$$

当 $S/d_p \geq 30$ 时(即前后板大间距), $(t_b/d_p)_{\text{crit}} = 0.2(\rho_p/\rho_b)$; 当 $S/d_p < 30$ 时(即相对小间距), $(t_b/d_p)_{\text{crit}} = 0.25(\rho_p/\rho_b)$, d_p 指的是实验弹丸直径。 $r_{S/D}$ 为比例系数,可由下式获得:

$$r_{S/D} = \frac{t_w, \text{当}(t_b = 0)}{t_w, \text{当}(t_b/d_p = (t_b/d_p)_{\text{crit}})}$$

式中,分子表示将式(1)的 d_c 作为自变量, t_w 作为因变量,取 $t_b = 0$ 、 $V_n = 7\text{km/s}$; 分母表示将式(2)的 d_c 作为自变量, t_w 作为因变量,取 $t_b/d_p = (t_b/d_p)_{\text{crit}}$ 、 $V_n = 7\text{km/s}$ 。

中速段的弹道极限方程形式由高速段和低速段通过线性插值得到。

2 方程对国内实验数据的预测

为考察 Christiansen 改进型方程对国内数据的预测能力,调研得到了 107 个国内铝合金材料制成的 Whipple 防护结构超高速撞击实验数据,其中文献[7]有 8 个、文献[8]18 个、文献[9]8 个、文献[10]8 个、文献[11]20 个、文献[12]45 个。为便于分析,实验中后板出现穿孔、剥落或处于临界时,均

Christiansen 改进型方程^[6],其形式如下:

低速段 ($V_n < V_{\text{lim}}$):

$$d_c = \left(\frac{t_w/k + t_b}{0.796K_\infty \rho_p^{0.518} V_n^{2/3}} \right)^{18/19} \quad (1)$$

对于铝弹丸撞击铝板而言, $V_{\text{lim}} = 1.853 + 0.397(t_b/d_c)^{-0.565}$ 。式中, V_n 为法向撞击速度, d_c 为临界弹丸直径, t_w 为后板厚度, t_b 为前板厚度, ρ_p 为弹丸密度, K_∞ 为依赖于靶板材料的常数(铝合金材料取 0.42), k 根据失效模式取值(靶板内部无层裂时, $k = 3.0$; 靶板背面有剥落时, $k = 2.2$; 靶板背面没有被穿透时, $k = 1.8$)。

高速段 ($V_n > 7\text{km/s}$):

$$d_c = \frac{3.918 t_w^{2/3} S^{1/3} (\sigma_w/70)^{1/3}}{(F_2^*)^{2/3} \rho_p^{1/3} \rho_b^{1/9} V_n^{2/3}} \quad (2)$$

其中, ρ_b 为前板密度, S 为防护间距, σ_w 为后板屈服强度, F_2^* 按以下两个条件取值:

$$F_2^* = \begin{cases} 1 & t_b/d_p \geq (t_b/d_p)_{\text{crit}} \\ r_{S/D} - 10(t_b/d_c)(r_{S/D} - 1) + 25(t_b/d_c)^2(r_{S/D} - 1) & t_b/d_p < (t_b/d_p)_{\text{crit}} \end{cases}$$

作为失效处理, k 值取 2.2。

采用 Christiansen 改进型方程对以上 107 个实验数据进行预测,其预测结果如图 1 所示,图中横轴表示弹丸的法向撞击速度分量,纵轴为实验弹丸直径 d_p 与方程预测的临界弹丸直径 d_c 的比值。对于失效数据,当方程预测结果与实验结果一致(即预测正确)时, $d_p > d_c$, 数据点位于 1 线上方,预测错误时则位于 1 线下方,对未失效数据而言正好相反。

由图 1 可见,在 77 个失效实验数据中,方程成功预测了 74 个,30 个未失效实验数据则被方程成功预测了 11 个,即 107 个实验数据被方程成功预测的个数是 85 个。为此,方程的总体预测率 P_{total} 为 79.4% ($P_{\text{total}} = \text{成功预测的总个数} / \text{实验的总个数}$),安全预测率 P_{safe} 为 97.2% ($P_{\text{safe}} = (\text{实验未失效个数} + \text{成功预测的失效个数}) / \text{实验的总个数}$,主要考虑预测安全性,排除整体数据中实际失效而预测未失效的比例^[13])。说明 Christiansen 改进型方程对国内实验数据具有一定的预测效果,只是预测率相对不高,需要进一步修正。

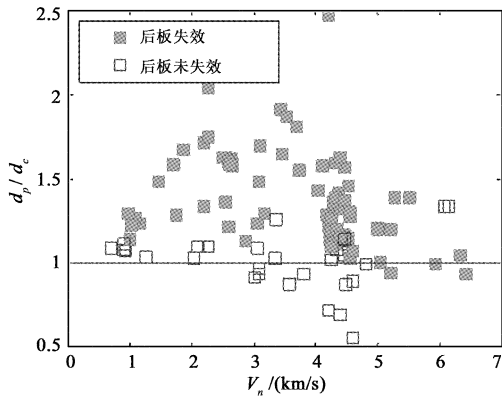


图 1 方程对国内 107 个实验数据的预测分布

Fig.1 Distribution of 107 domestic experimental data predicted by modified Christiansen equation

3 方程的修正

3.1 方程修正策略的提出

观察图 1 发现, 弹丸法向撞击速度 $V_n \leq 3\text{km/s}$ 时, 后板失效和未失效数据点之间有着明显的分界线, 说明 Christiansen 改进型方程在低速段内的基本形式可以直接应用于国内实验数据的预测, 但其整体系数存在偏差。当 $3\text{km/s} < V_n \leq 7\text{km/s}$ 时, 其速度较高区域的失效数据点比较集中且相对较低, 而该中速段是由低速段和高速段线性插值得到的, 从提高方程总体预测率方面说明高速段的整体系数也存在偏差。为此, 可对方程低速段和高速段分别添加整体系数 K_1 、 K_2 进行修正, 具体为:

低速段 ($V_n < V_{lim}$):

$$d_c = K_1 \left(\frac{t_w/k + t_b}{0.796 K_\infty \rho_p^{0.518} V_n^{2/3}} \right)^{18/19} \quad (3)$$

高速段 ($V_n > 7\text{km/s}$):

$$d_c = \frac{3.918 K_2 t_w^{2/3} S^{1/3} (\sigma_w/70)^{1/3}}{(F_2^*)^{2/3} \rho_p^{1/3} \rho_b^{1/9} V_n^{2/3}} \quad (4)$$

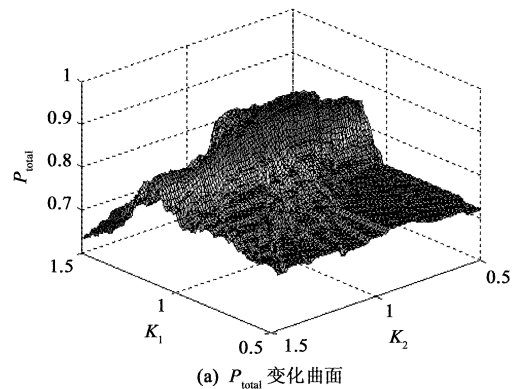
3.2 基于预测概率型指标的修正

预测概率型指标主要包含总体预测率 P_{total} 和安全预测率 P_{safe} 。为保证获得最优的 K_1 和 K_2 , 结合图 1 的预测分布情况设定系数的变化范围为 0.50 ~ 1.50, 并采用穷举法以 0.01 的步长进行搜索。

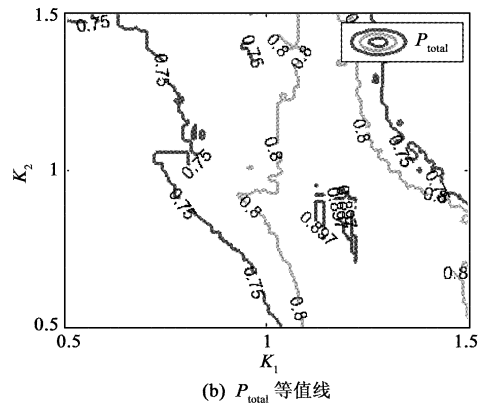
通过计算, 总体预测率 P_{total} 随系数 K_1 和 K_2 的变化情况如图 2 所示。观察图 2(a) 发现, P_{total} 变化曲面呈现平台和阶跃现象, 其原因在于实验数据数量有限, 相对于各变量为离散数据。因此, 当改变 K_1

和 K_2 的值时, 如果图 1 中的 $d_p/d_c = 1$ 直线只在数据点之间移动, 那么 P_{total} 的值就不会发生改变, 从而出现 P_{total} 的平台现象。而当 $d_p/d_c = 1$ 的直线跨越实验点时, P_{total} 就会发生阶跃变化。

图 2(b) 绘出了 P_{total} 等值线, 其形状为锯齿形, 这与 P_{total} 的三维变化曲面刚好对应。从图 2(b) 可见, 当 P_{total} 取最大值 89.7% 时, K_1 在 1.0 ~ 1.5 之间、 K_2 在 0.5 ~ 1.0 之间。也就是说, 为获得较高的 P_{total} , 方程低速段的整体系数应提高而高速段的整体系数应降低。



(a) P_{total} 变化曲面



(b) P_{total} 等值线

图 2 P_{total} 随 K_1 和 K_2 的变化情况

Fig.2 P_{total} varies by the change of K_1 and K_2

同理, 图 3 绘出了方程对 107 个国内实验数据的安全预测率 P_{safe} 随 K_1 和 K_2 的变化情况。可以看出, 方程的安全预测率 P_{safe} 最高可以达到 100%, 即所有后板失效的实验数据均被成功预测, 此时 K_1 在 0.5 ~ 1.5 之间、 K_2 在 0.5 ~ 1.0 之间。也就是说, 为获得较高的 P_{safe} , 方程低速段和高速段的整体系数应取较小值。

为同时提升弹道极限方程的双指标预测能力, 应使其 P_{total} 和 P_{safe} 都达到较大值。结合 P_{total} 和 P_{safe} 的分布情况, 选取其相应的大值进行研究, 并将 P_{total}

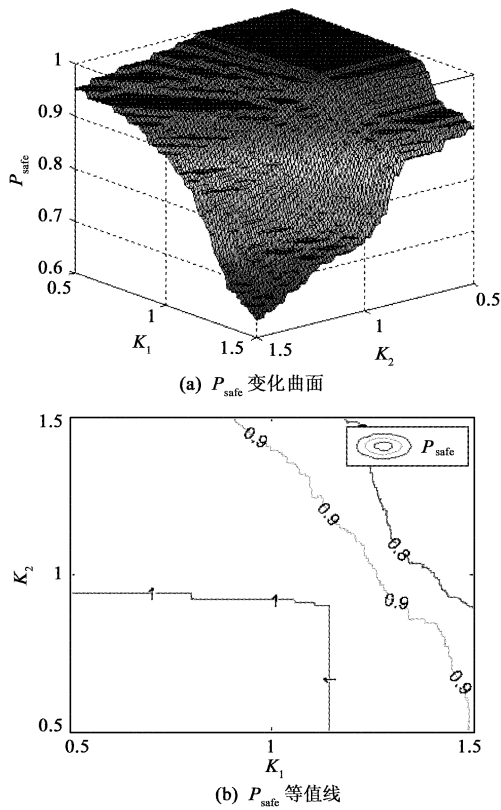


图3 P_{safe} 随 K_1 和 K_2 的变化情况

Fig. 3 P_{safe} varies by the change of K_1 and K_2

= 89.7% 和 $P_{safe} = 100\%$ 这两条等值线绘制在图4中。由图4可见,能满足 P_{total} 和 P_{safe} 同时达到最大的 K_1 和 K_2 有很多对。然而,并不是所有满足 P_{total} 和 P_{safe} 同时达到大值的 K_1 和 K_2 都是最优结果,这就要求在此基础上进一步寻优。

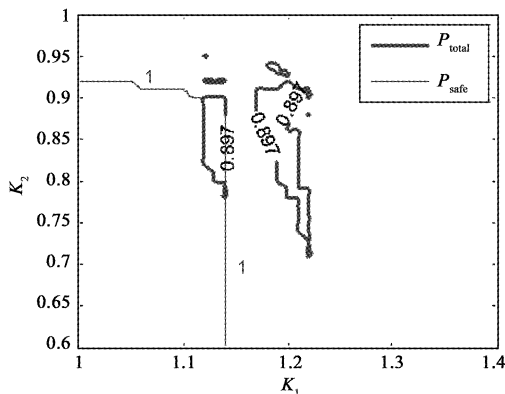


图4 P_{total} 和 P_{safe} 联合分布

Fig. 4 Simultaneous distribution of P_{total} and P_{safe}

3.3 预测误差型指标的引入

较好的 K_1 和 K_2 值除了能使方程成功预测更多

的实验数据外,还应该使没有被成功预测到的实验数据点距离直线 $d_p/d_c = 1$ 更近,即预测误差更小。

为此,本文选用预测误差平方和作为第三指标,寻求更为合理的 K_1 和 K_2 值。

文献[14]给出了预测误差平方和(即保守误差)的定义式:

$$f = \sum_i L_i (d_{c_i} - d_{p_i})^2 \quad (5)$$

式中, d_{c_i} 是由方程预测得到的第 i 个临界弹丸直径, d_{p_i} 是实验给出的第 i 个弹丸直径, L_i 是方程预测第 i 个实验数据的精确性(正确预测实验结果时取0,反之取1)。该指标的意义在于不考虑预测正确的数据,而仅针对预测错误的的数据,计算其物理实验直径和方程预测直径之间的误差平方和。

对同样的107个国内实验数据,图5绘出了方程的预测误差平方和 f 随 K_1 、 K_2 的变化情况。由图5可见,预测误差平方和 f 的等值线相对比较光滑。

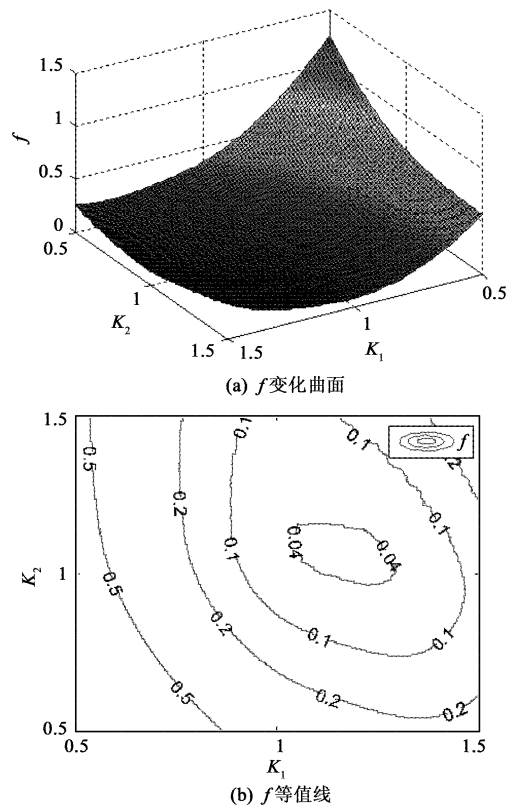


图5 f 随 K_1 和 K_2 的变化情况

Fig. 5 f varies by the change of K_1 and K_2

在图4的基础上引入预测误差平方和 f 后,其联合分布如图6所示。从图中发现,同时满足 $P_{total} = 89.7\%$ 、 $P_{safe} = 100\%$ 的点集中, f 最小取0.058,即

为图中的五角星点,对应的 K_1 、 K_2 分别为 1.14、0.90。

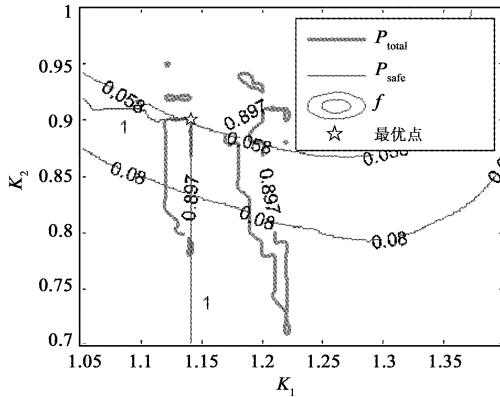


图 6 P_{total} 、 P_{safe} 和 f 联合分布

Fig. 6 Simultaneous distribution of P_{total} , P_{safe} and f

表 1 方程修正前后预测结果对比

Table 1 Contrast of predicted results between correction equations and modified Christiansen equation

修正前后	K_1	K_2	$\frac{M'_{NotFailure}}{M_{NotFailure}}$	$\frac{M'_{Failure}}{M_{Failure}}$	P_{total}	P_{safe}
修正前	1.00	1.00	11/30	74/77	79.4%	97.2%
修正后	1.14	0.90	19/30	77/77	89.7%	100%

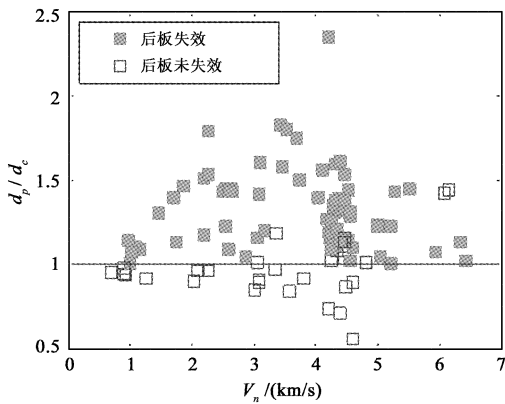


图 7 修正后方程对国内 107 个实验数据的预测分布

Fig. 7 Distribution of 107 domestic experimental data predicted by new correction equation

综上所述,修正后的方程可表示为:

低速段 ($V_n < V_{lim}$):

$$d_c = 1.14 \left(\frac{t_w/k + t_b}{0.796 K_\infty \rho_p^{0.518} V_n^{2/3}} \right)^{18/19} \quad (6)$$

高速段 ($V_n > 7\text{km/s}$):

$$d_c = \frac{3.526 t_w^{2/3} S^{1/3} (\sigma_w/70)^{1/3}}{(F_2^*)^{2/3} \rho_p^{1/3} \rho_b^{1/9} V_n^{2/3}} \quad (7)$$

4 方程修正前后对比

图 7 给出了 K_1 和 K_2 取修正的最优值时,修正后的 Christiansen 改进型方程在国内 107 个实验数据上的预测情况。与修正前相比,修正后的 Christiansen 改进型方程对未失效实验数据的预测正确个数增加了 8 个、失效实验数据增加了 3 个, P_{total} 和 P_{safe} 分别增加了 10.3% 和 2.8%, 具体如表 1 所示。表中 $M'_{NotFailure}$ 表示方程预测正确的未失效个数; $M_{NotFailure}$ 表示未失效实验数据的个数; $M'_{Failure}$ 表示方程预测正确的失效个数; $M_{Failure}$ 表示失效实验数据的个数。

5 讨论

弹道极限方程中各因素的指数反映了弹丸临界直径随该因素变化的规律,恰当的指数能更好地将后板失效/未失效的实验点在 $(d_p/d_c) - V$ 图中分离开。从图 7 发现,方程在低速段内已经能够很好地将后板失效/未失效的实验数据点分离开。高速段内没有实验数据点,而由低速段和高速段线性插值得到的中速段方程也能够将多数失效/未失效点分离开,可暂不考虑对方程指数进行修正。

以上修正后方程的预测效果相对原方程有明显的提高,说明该修正后方程对目前国内 Whipple 防护结构的普适性较强。但普适性较强的方程对某一特定材料的 Whipple 防护结构进行预测时,效果可能不好,此时应根据相应的实验数据重新对系数进行修正,或进一步考虑方程中个别因素的指数修正途径。

6 结论

本文基于实验数据,采用多指标的修正策略对 Whipple 防护结构的 Christiansen 改进型方程进行修正,获得了预测效果较好的修正系数,结果发现:

(1) 通过修正 Christiansen 改进型方程整体系数的方法可获得适用于我国航天器 Whipple 防护结构超高速撞击的弹道极限方程;

(2) 极限方程优化建模时同时考虑多指标(总体预测率、安全预测率、预测误差平方和)是一种有效手段,避免了单指标优化建模时片面追求单一指标,而对其它指标造成负面影响;

(3) Christiansen 改进型方程的指数基本适用于国内 Whipple 防护结构,在现有实验数据条件下暂时不必对其进行修正。

本文主要针对 Whipple 防护结构的弹道极限方程进行了多指标修正建模工作,对论文中所用实验数据的作者和单位表示感谢。

参 考 文 献

- [1] Whipple F L. Meteorites and space travel[J]. The Astronomical Journal, 1947, 52: 131.
- [2] Christiansen E, Lambert M, Stokes H. IADC protection manual [Z]. Germany, Inter Agency Debris Committee, 2002.
- [3] Schonberg W P, Evans H J, Williamsen J E, et al. Uncertainty considerations for ballistic limit equations[C]. The 4th European Conference on Space Debris, Darmstadt, Germany, 2005.
- [4] Christiansen E L. Design and performance equations for advanced meteoroid and debris shields[J]. International Journal of Impact Engineering, 1993, 14: 145 - 156.
- [5] Reimerdes H G, Stecher B G, Lambert M. Ballistic limit equations for the Columbus-double bumper shield concept[C]. First European conference on space debris, Darmstadt, Germany, 1993.
- [6] Reimerdes H G, Nolke D, Schafer F. Modified cour-palais/christiansen damage equations for double-wall structures [J]. International Journal of Impact Engineering, 2006, 33: 645 - 654.
- [7] 柳森,李毅. Whipple 防护屏弹道极限参数试验[J]. 宇航学报, 2004, 25(2): 205 - 207. [Liu Sen, Li Yi. Ballistic limit parameter test of the Whipple shield[J]. Journal of Astronautics, 2004, 25(2): 205 - 207.]
- [8] 林木森,庞宝君,龚海鹏,等. 球形弹丸超高速正撞击 Whipple 防护结构损伤分析[J]. 宇航学报, 2009, 30(4): 1686 - 1692. [Lin Mu-sen, Pang Bao-jun, Gong Hai-peng, et al.

Damage of 5A06 Whipple shield caused by hypervelocity impact of Al2017 sphere[J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(4): 1686 - 1692.]

- [9] 柳森,李毅,黄洁,等. 用于验证数值仿真的 Whipple 屏超高速撞击试验结果[J]. 宇航学报, 2005, 26(4): 505 - 508. [Liu Sen, Li Yi, Huang Jie, et al. Hypervelocity impact test results of Whipple shield for the validation of numerical simulation[J]. Journal of Astronautics, 2005, 26(4): 505 - 508.]
- [10] 徐坤博,杨继运,龚自正,等. Whipple 防护结构超高速撞击特性低温效应研究[C]. 第六届全国空间碎片学术交流会, 中国成都,2011. [Xun Kun-bo, Yang Ji-yun, Gong Zi-zheng, et al. The effects of hypervelocity impact on Whipple shield at cryogenic temperatures [C]. The 6th National Academic Exchange on Space Debris, Chengdu, China, 2011.]
- [11] 管公顺,朱耀,迟润强,等. 铝双层板结构撞击损伤的板间距效应实验研究[J]. 材料科学与工艺, 2008, 16(5): 692 - 695. [Guan Gong-shun, Zhu Yao, Chi Run-qiang, et al. Experimental investigation of space effect on damage of aluminum dual-wall structure by hypervelocity impact [J]. Materials Science and Technology, 2008, 16(5): 692 - 695.]
- [12] 管公顺,庞宝君,哈跃,等. 铝双层板结构超高速撞击防护性能实验[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2007, 39(3): 402 - 405. [Guan Gong-shun, Pang Bao-jun, Ha Yue, et al. Experimental investigation of resist capability about aluminum dual-wall structure by high-velocity impact[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2007, 39(3): 402 - 405.]
- [13] Christiansen E L, Kerr J H. Ballistic limit equations for spacecraft shielding [J]. International Journal of Impact Engineering, 2001, 26: 93 - 104.
- [14] 徐小刚. 航天器防护结构超高速撞击弹道极限方程综合建模方法研究[D]. 北京:北京航空航天大学,2009. [Xu Xiao-gang. Ballistic limit equations integrated method of spacecraft shields under space debris hypervelocity impact[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2009.]

作者简介:

贾光辉(1965 -),男,博士,副教授,主要从事飞行器结构分析与撞击动力学响应研究。

通信地址:北京市海淀区学院路37号(100191)

电话:(010)82339067

E-mail:jiaguanghui@buaa.edu.cn

(编辑:曹亚君)