信号与通信系统

讲授：汪源源

办公室：物理楼503室

电话：65642756×1

Email：yywang@fudan.edu.cn

电子学类专业课程体系

电子线路：

电路分析、电路理论、模拟电路、数字电路等

计算机及其应用：

微机原理、计算机体系结构、接口技术、编程语言等

信号处理：

信号与通信系统、数字信号处理

控制：

自动控制

《信号与通信系统》内容

第一章

傅里叶级数、傅里叶变换

确定性信号通过线性系统

第二章

信号与系统

随机信号通过线性系统

第三章

数字通信系统

第四章

通信基础

信号的调制传输

《信号与通信系统》教学形式

讲课：基本要求，中等水平

作业：一般每次课均布置，要求同学课余完成

习题课：习题课老师辅导，两次

《信号与通信系统》考核及要求

考核形式：期末闭卷考试

要求：

1、掌握基础理论与方法

2、运用方法解答相应的习题

绪论

§0.1 信息、信号与系统

- **信息**

  人和自然界中需传送、交换、存贮和提取的抽象内容

  为了传送和交换，通过语言、文字、图像和数据表示出来

- **消息**

  表示信息的语言、文字、图像和数据等

  有时仍不便传送和交换，借助电、光、声等物理量来运载

- **信号**

  运载消息的电、光、声等物理量

1. **定义**

广义：信号是随时间变化的某种物理量

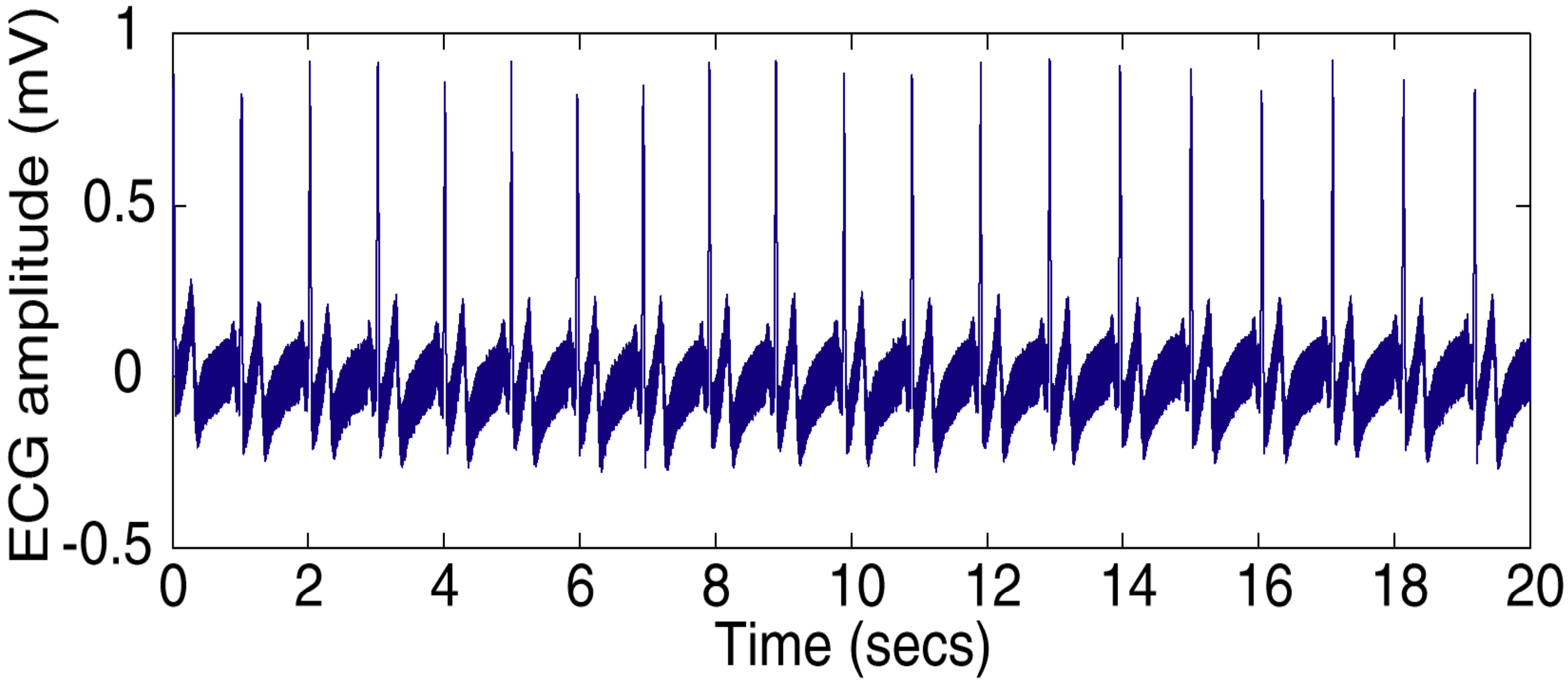
严格：信号是消息的表现形式与传送载体

常见的信号：

电信号通常是随时间变化的电压或电流

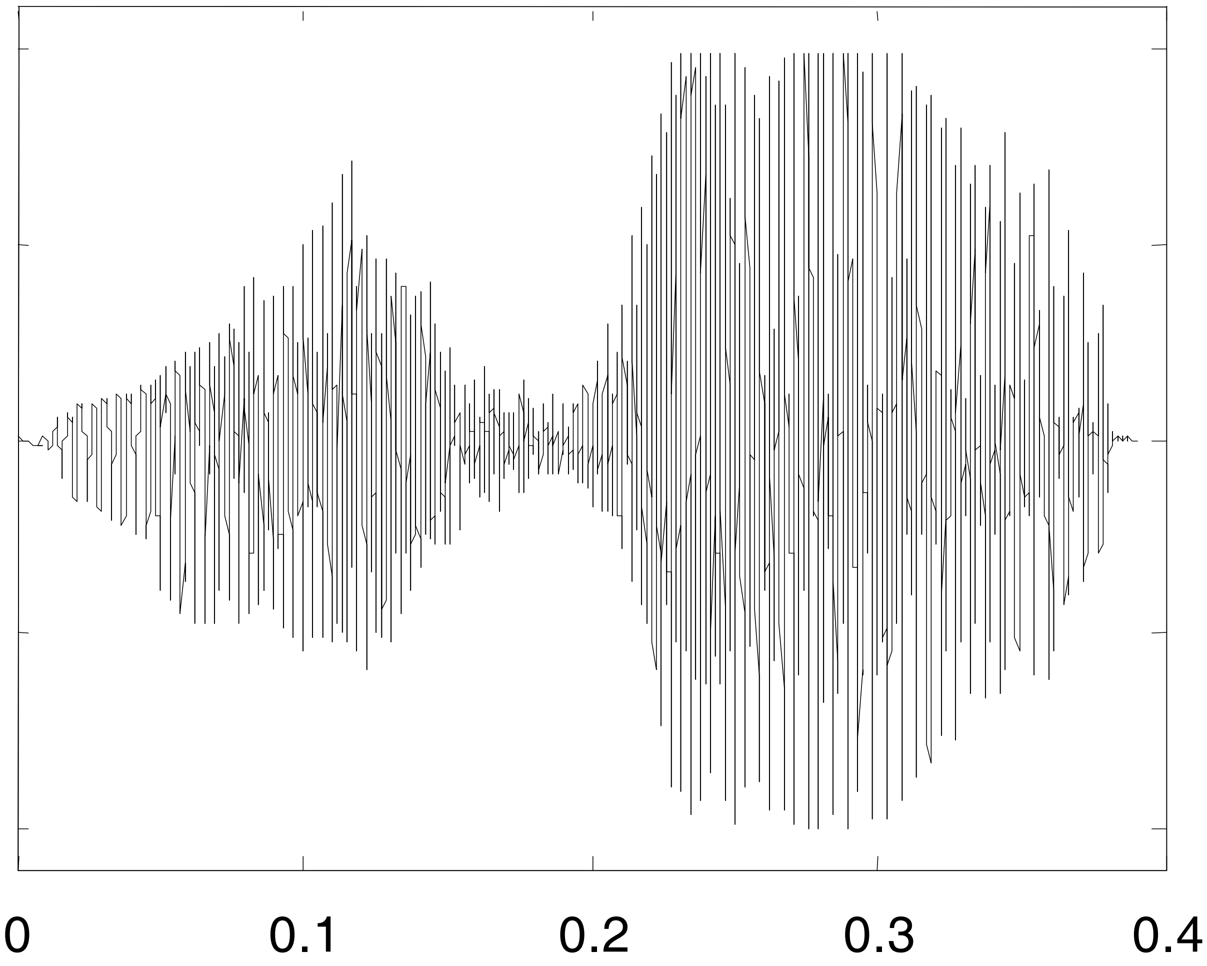
2. **表示**　　　　**数学解析式或图形**

心电信号：电压随时间变化的函数



语音信号：空气压力随时间变化的函数

“你好”的语音信号波形

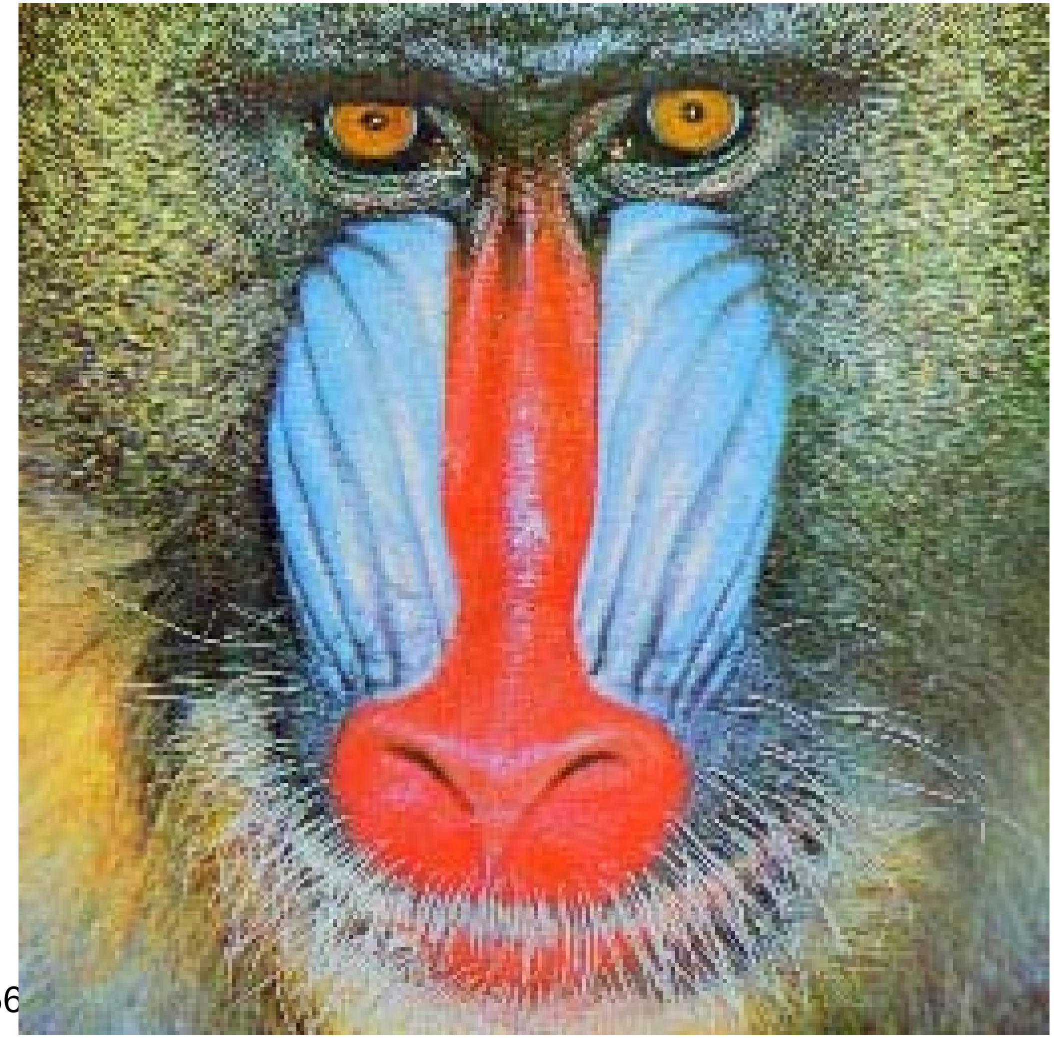


静止的单色图象：

亮度随空间位置变化的信号$f(x,y)$

静止的彩色图象：

三基色红(R)、绿(G)、蓝(B)随空间位置变化的信号



$$I(x,y)=\begin{bmatrix} I_R(x,y) \\ I_G(x,y) \\ I_B(x,y) \end{bmatrix}$$

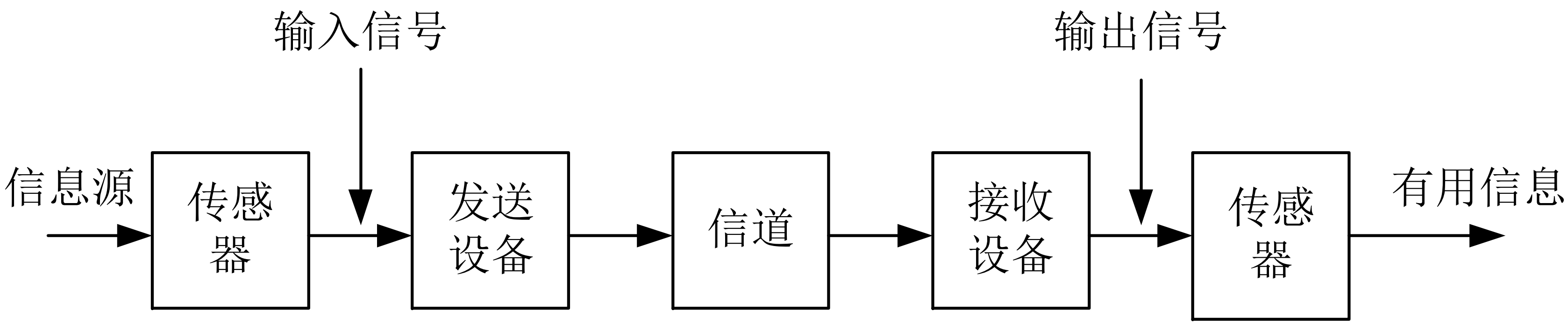
系统

信号是物理量

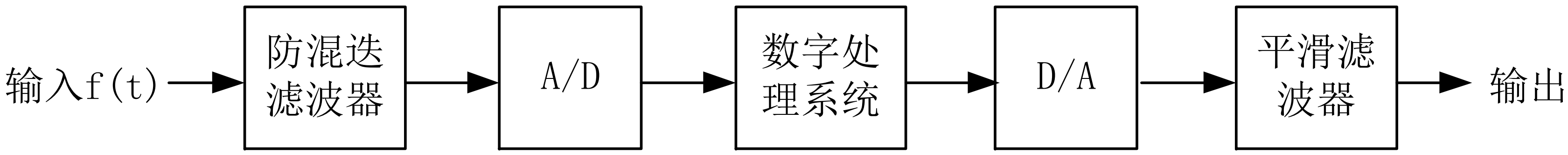
信号的传输、存贮和处理需借助物理设备才能实现

系统：传输、存贮和处理信号的设备总称

系统的组成、特性由信息和信号决定



电视广播通信系统框图



信号处理系统

- 信号与系统之间的关系

信号与系统是相互依存的整体

1. **信号是由系统产生、发送、传输与接收**，离开系统没有孤立存在的信号
2. **系统的重要功能就是对信号进行加工、变换与处理**，没有信号的系统就没有存在的意义

信息、信号与系统是不可分割的整体

• 信号与系统的应用领域

电类

- 信号检测
- 信号处理
- 通信
- 控制
- 计算机等

非电类：　　机械、热力、光学等

社科领域：　股市分析、人口统计等

§ 0.2 信息量

- 消息出现的可能性越小，其携带的信息越多
  - 斯坦福大学是世界一流大学
  - 复旦大学是世界一流大学
- 信息量大小与消息出现的概率有相反的关系
- 若干独立消息携带的信息量是每个消息携带的信息量的消息叠加：信息的相加性
- **R.V.L. Hartley**首先提出采用消息出现概率的对数测度作为消息的信息量：

$$\boxed{I = \log \frac{1}{P} = -\log P}$$

$$\boxed{I = \log_2 \frac{1}{P} = -\log_2 P \quad (\text{bit})}$$ **比特**

$$\boxed{I = \ln \frac{1}{P} = -\ln P \quad (\text{nit})}$$ **奈特**

- 目前应用最为广泛的单位是比特

例：对两种符号“0”和“1”，若“0”出现概率为1/3，求“1”的信息量。

解：“0”出现概率为1/3 ⇒ “1”出现概率为2/3

$$\boxed{I=\log_2\frac{1}{P}=\log_2\frac{3}{2}=0.585\quad(\text{bit})}$$

- n个等概率消息中的一个所携带的信息量为：

$$\boxed{I=\log_2\frac{1}{P}=\log_2 n\quad(\text{bit})}$$

- 至少需要$\log_2 n$ 个二进制脉冲来传送这样一个消息

- 一串统计独立的符号所组成的消息所携带的信息量为：$\boxed{I=-\sum_{i=1}^{N} n_i \log P_i}$

其中N为不同符号的总数，P_i和n_i分别为第i个符号出现的概率和该串符号中的次数

- 平均信息量：每一符号所携带信息量的统计平均值
- 平均信息传输速率：平均信息量/传输每一符号的时间

---

§ 0.3 信号的分类

- 信号的形式多种多样
- 对不同信号可从不同角度进行分类

1. 连续时间信号和离散时间信号

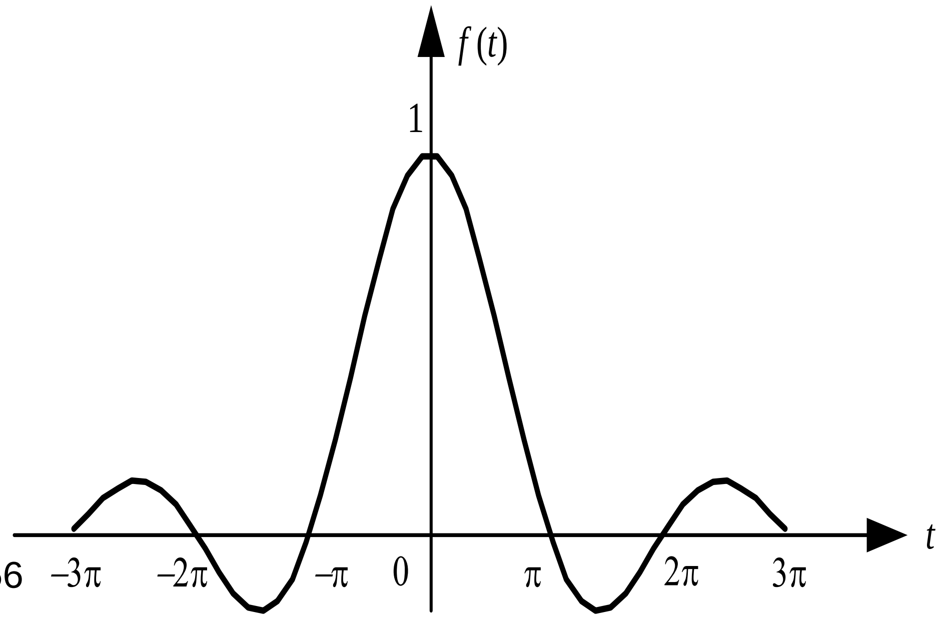
- 按自变量的取值特点来分类

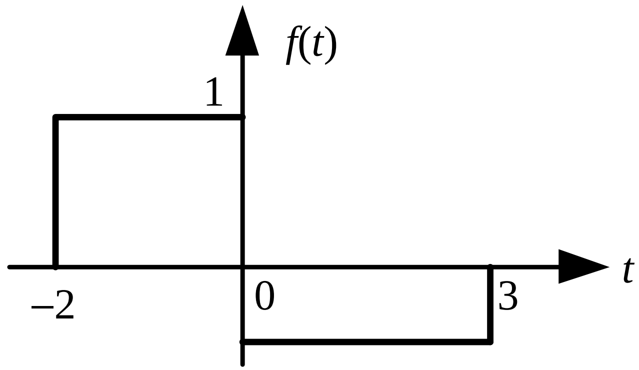
连续时间信号(Continuous Time Signals)：

观测中的任意时间值上信号均有确定的值

有限个间断点

通常以$f(t)$表示





离散信号(Discrete Time Signals)：

信号仅在规定的离散时刻有定义

通常以 $f(k)$表示

离散信号的产生

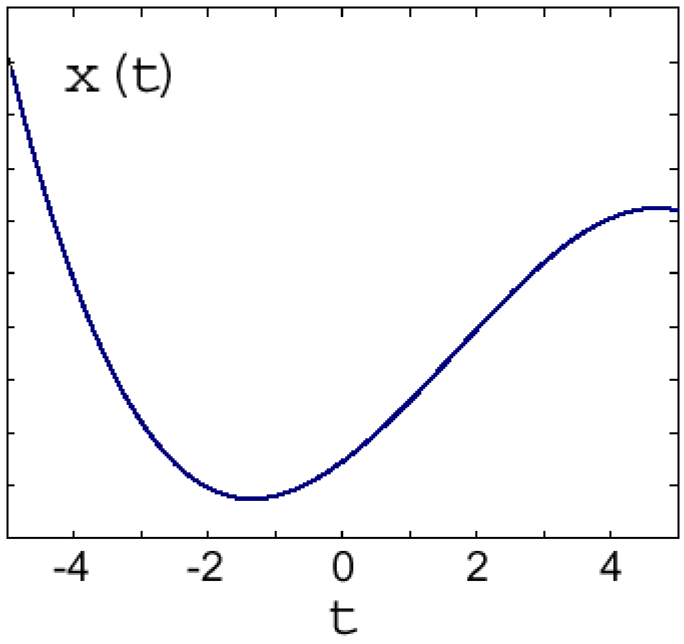
1) 对连续信号抽样 $f[k]=f(kT)$

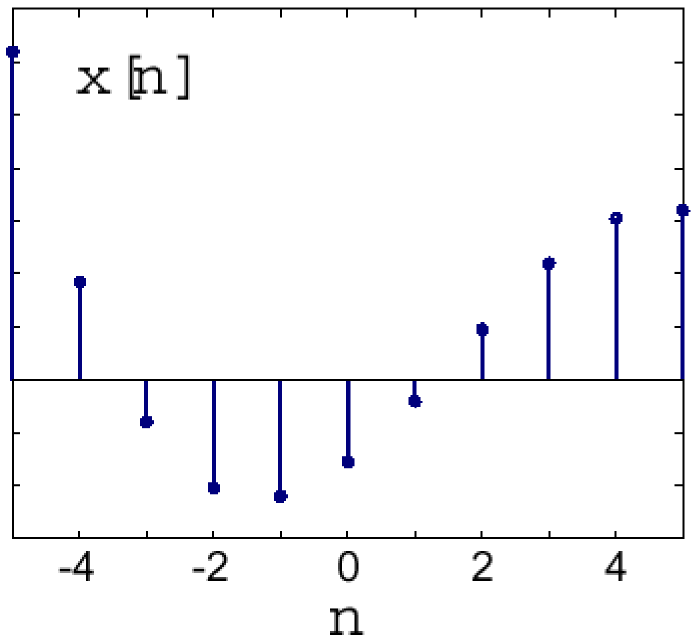
2) 信号本身是离散的

3) 计算机产生

Continuous Time and Discrete Time Signals

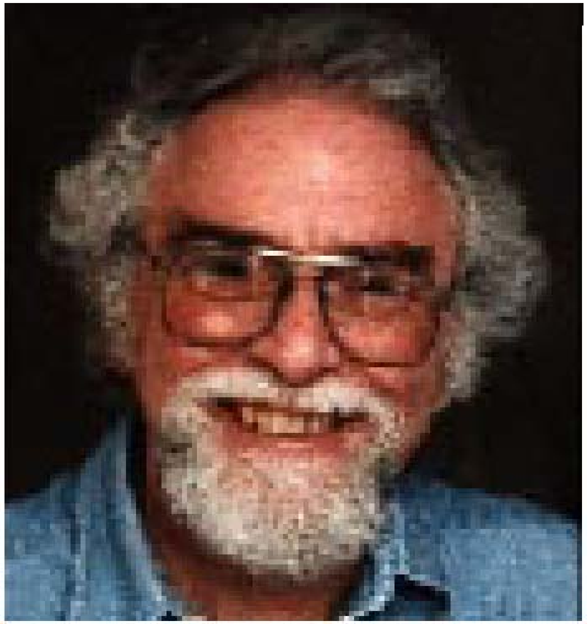
One dimensions variable

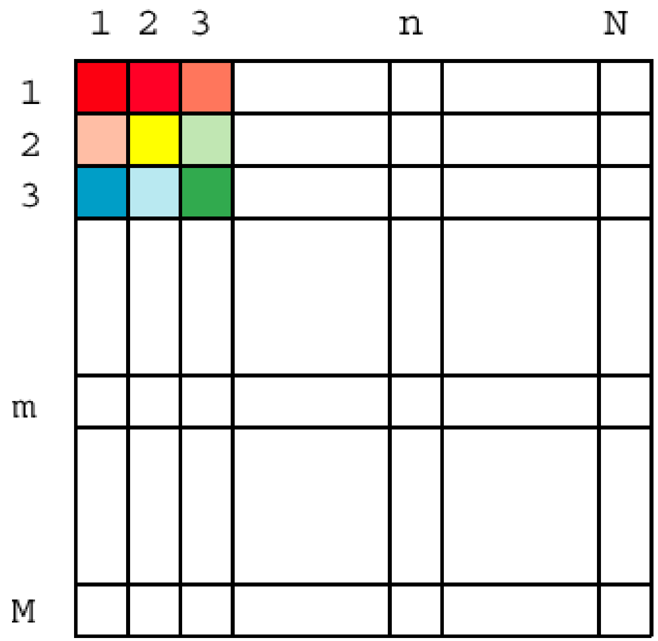




Continuous Time and Discrete Time Signals

Two dimensions variable



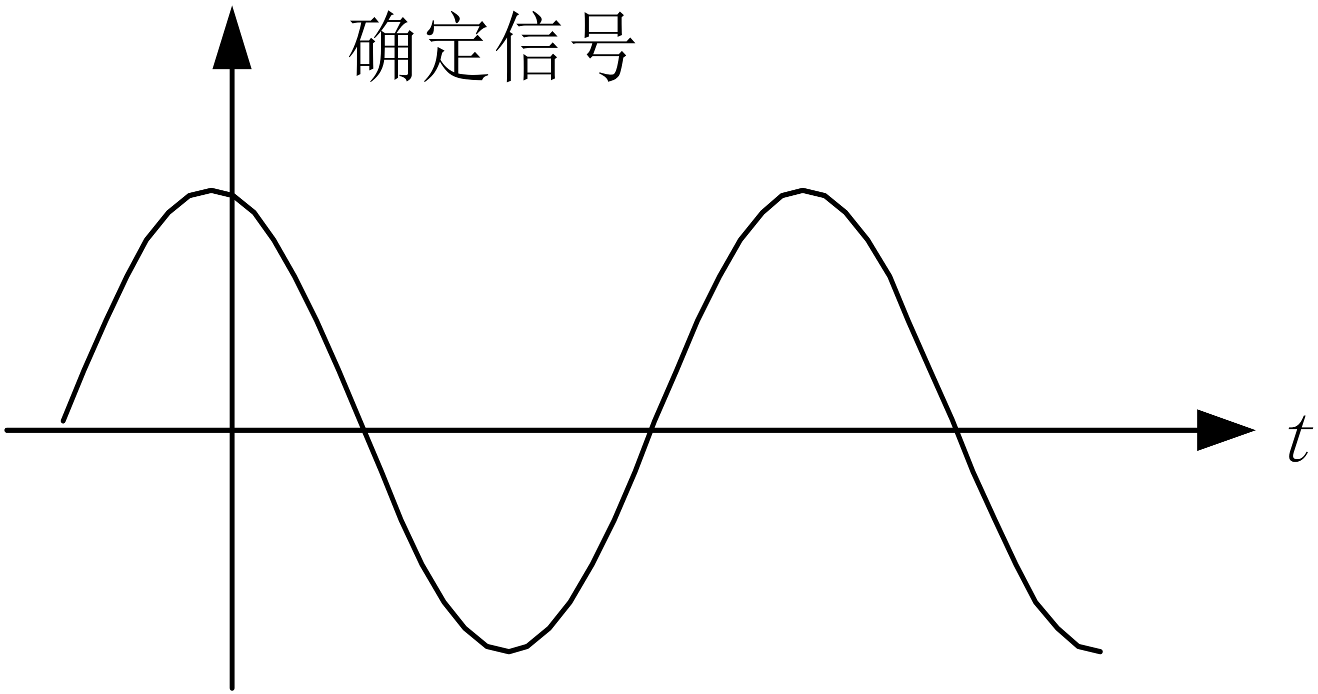


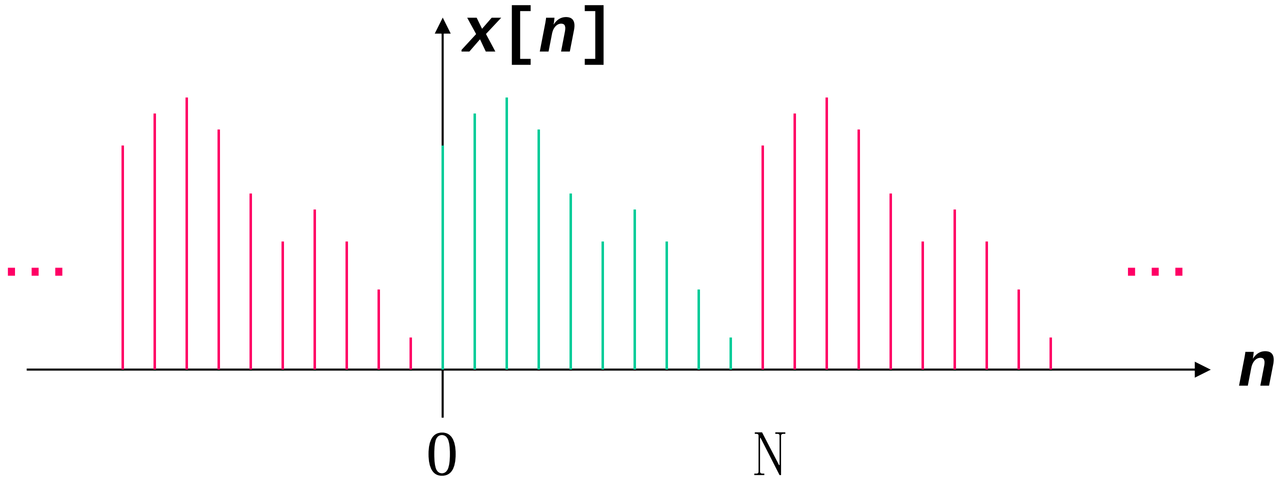
2. 确定信号与随机信号

- 按信号是否存在随机性的特点来分类

确定信号(Deterministic Signals)：

能以确定的时间函数表示的信号



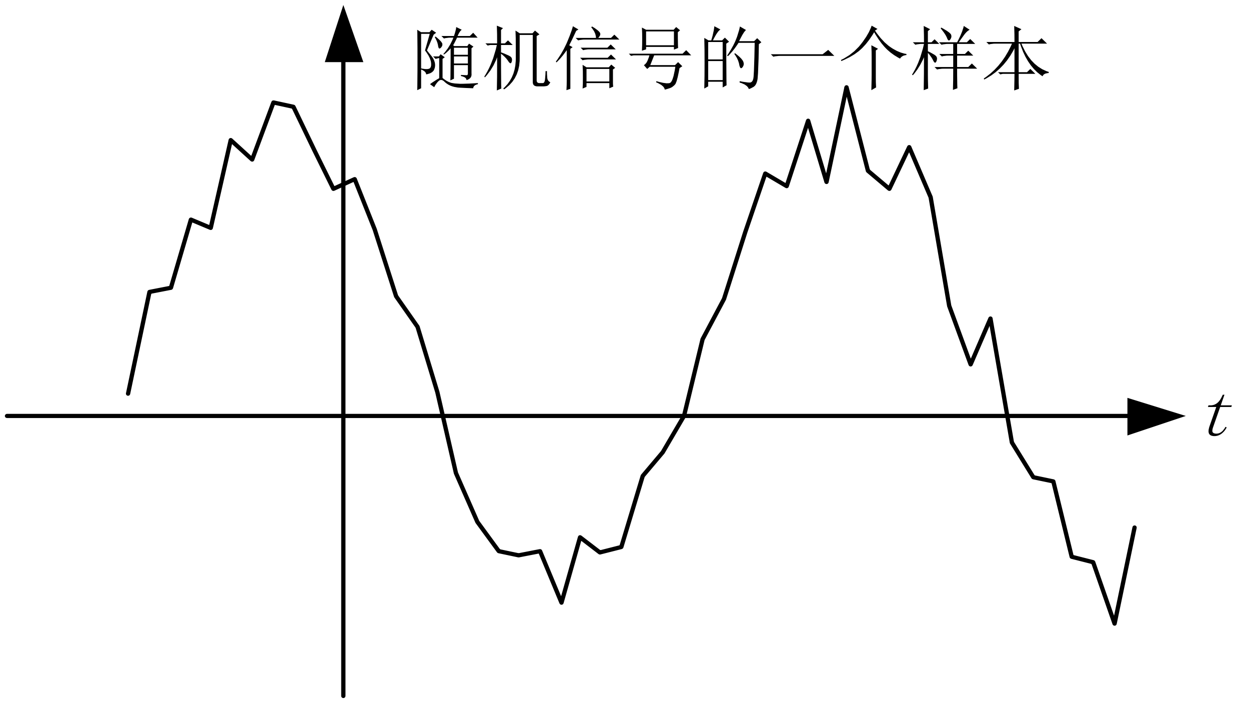


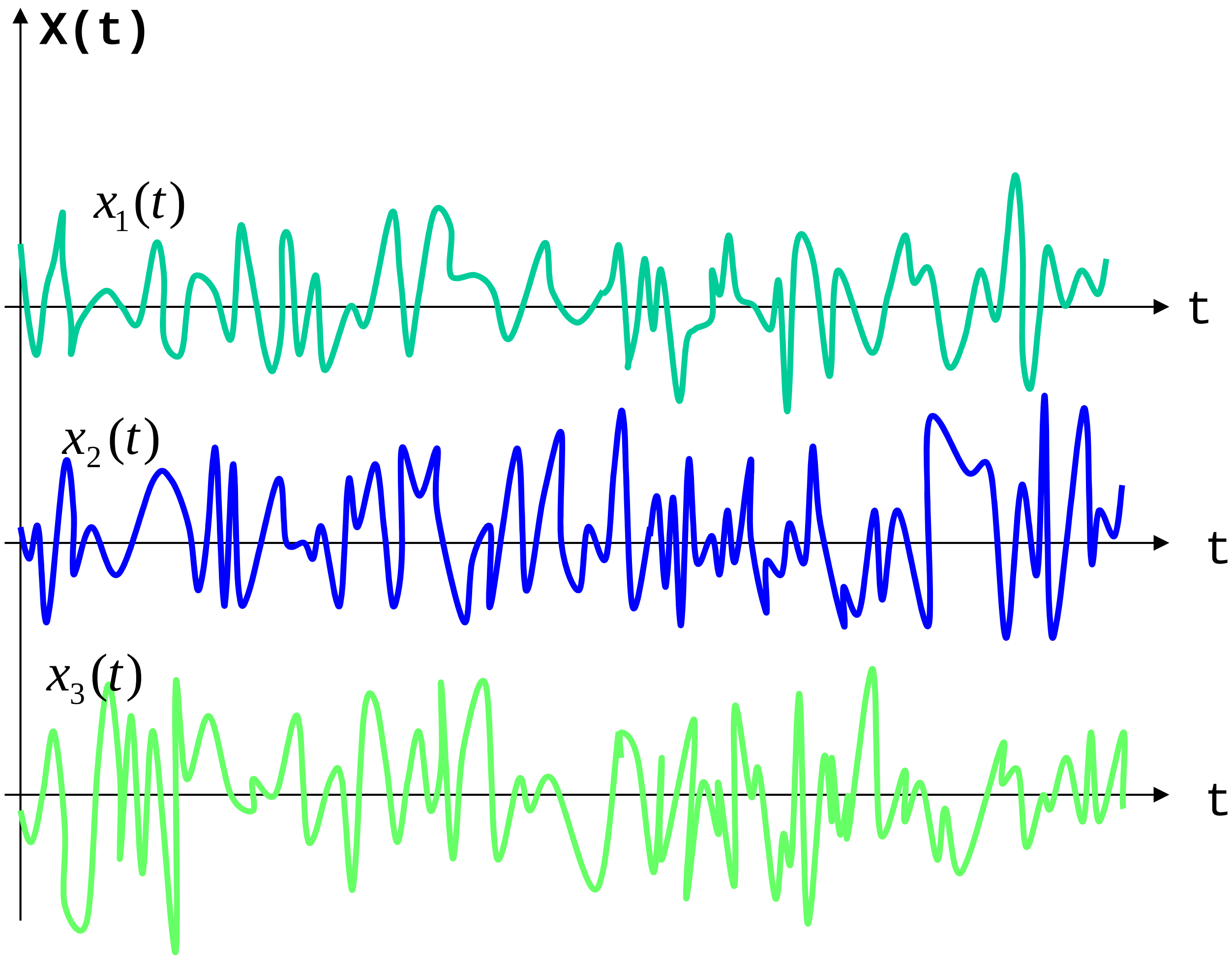
随机信号(Stochastic Signals)：

也称为不确定信号，不是时间的确定函数

给定某一时间，信号值是随机的
信号未来值不能用准确的时间函数式来描述
信号未来值无法准确预测
相同的条件下也不能准确地重现信号

- **随机信号未来值随时间推移，是随机变化的，只能用概率分布来描述，或用统计平均值来表征，所以又称统计时间信号**
- 语音信号、生物电信号、地震信号等均为随机信号





X(t)
$x_1(t)$
t
$x_2(t)$
t
$x_3(t)$
t

3. 模拟信号与数字信号

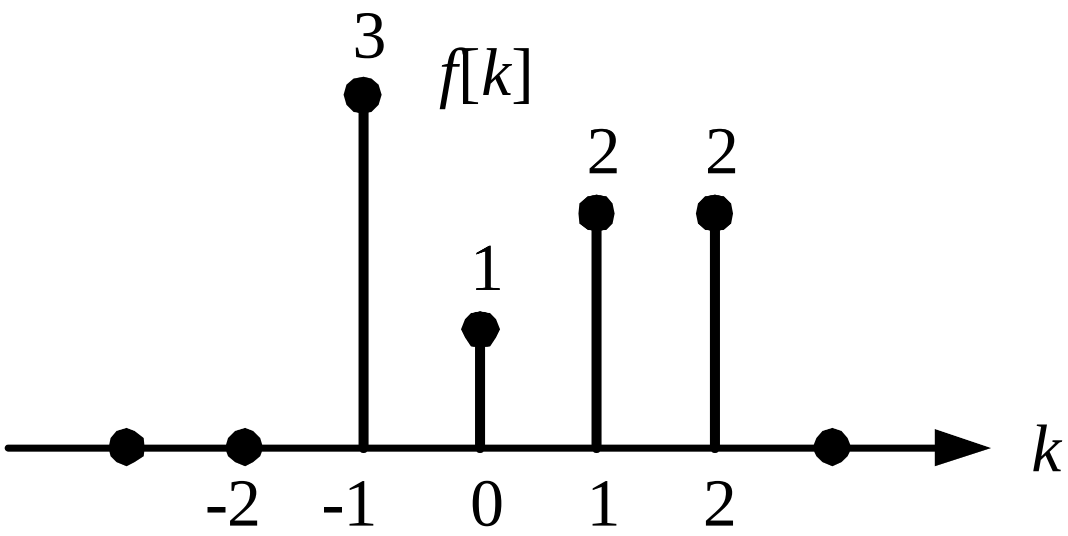
- 按信号幅度的取值特点来分类

模拟信号(Analogue Signals)：

连续时间信号或幅度取值连续的信号的总称

数字信号(Digital Signals)：

幅度取值为某个量值整数倍的离散时间信号

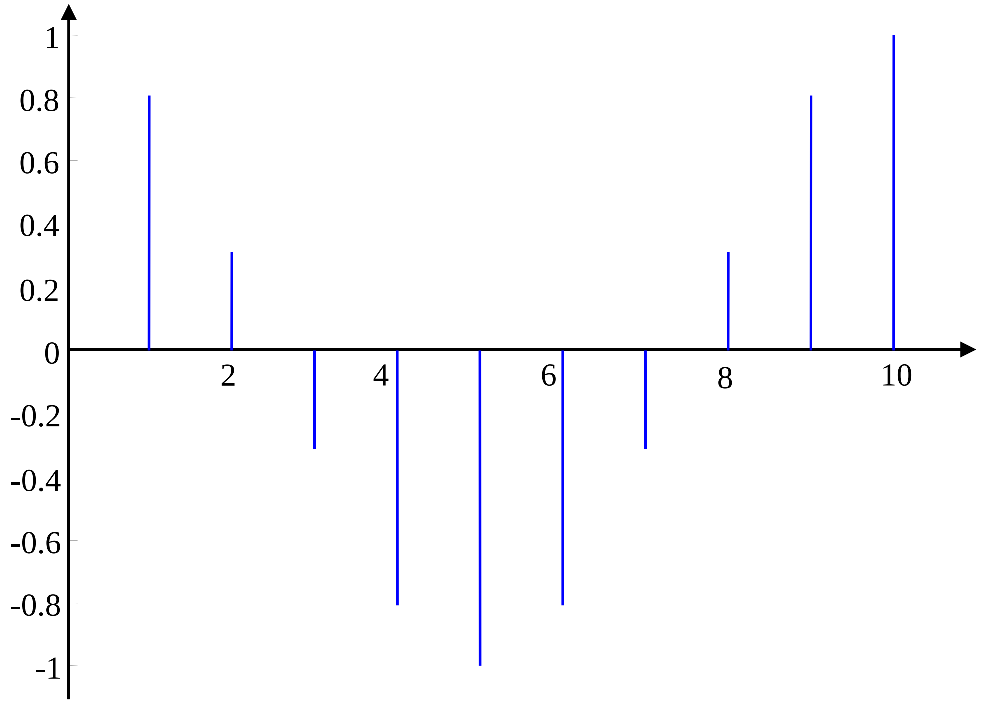


连续时间信号均为**模拟信号**

离散时间信号不一定均为**数字信号**

数字信号均为离散时间信号

模拟信号不一定均为**连续时间信号**

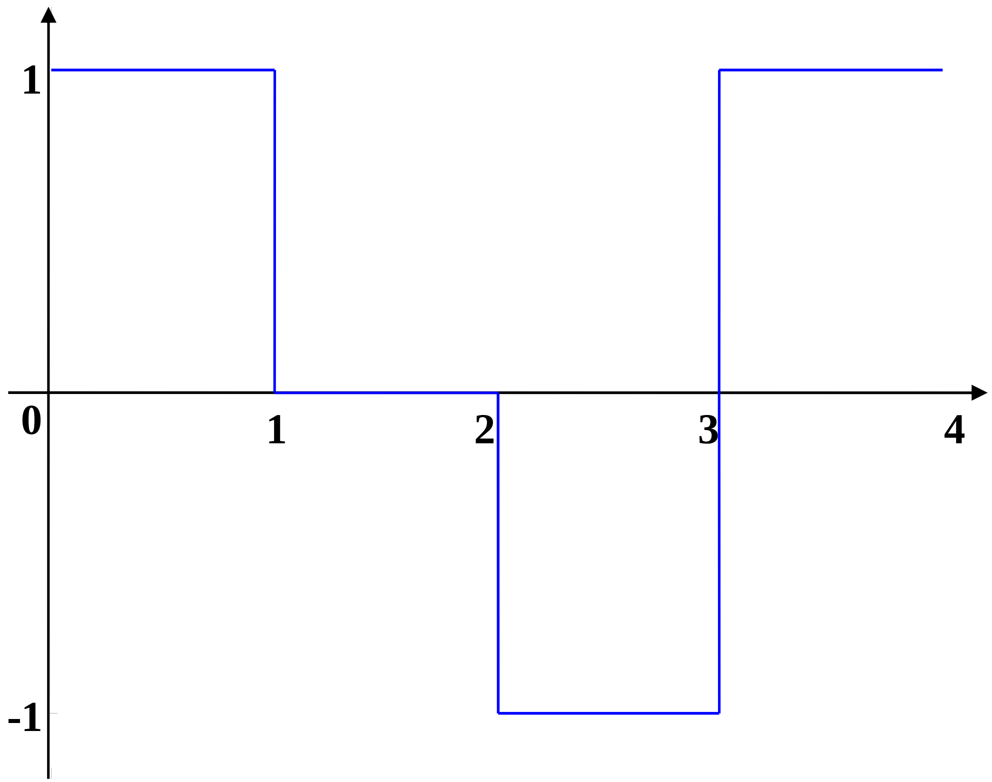


数字信号幅度取值均为**离散**

模拟信号幅度取值不一定均为**连续**

幅度取值连续的信号一定是**模拟信号**

幅度取值离散的信号不一定是**数字信号**



4. 周期信号与非周期信号

- 按信号的重复性特点来分类

周期信号(**Periodic Signals**)：

*** 连续时间周期信号定义:** $\forall t \in \mathbf{R}$ **,存在非零T，使得**

$$f(t + rT) = f(t)$$

成立(r为整数)，则$f(t)$ 为周期信号

*** 离散时间周期信号定义:** $\forall k \in \mathbf{I}$ **, 存在非零N，使得**

$$f(k + rN) = f(k)$$

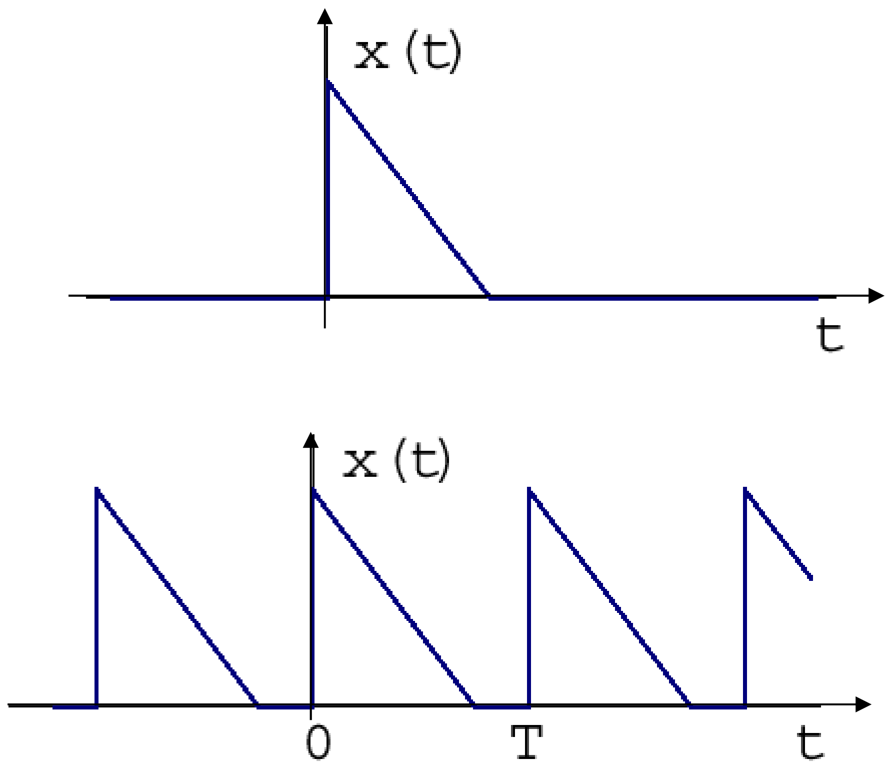
成立，则$f(k)$ 为周期信号

满足上述条件的最小的正T、正N称为信号的基本周期

***周期信号每一周期内信号完全一样，故只需研究信号在一个周期内的状况**

非周期信号**(Aperiodic Signals)**:

不满足周期信号定义的信号



5. 能量信号与功率信号

- 按信号的能量特点来分类

能量信号(Energy Signals)： $0<W<\infty$，$P=0$

功率信号(Power Signals)： $W\to\infty$，$0<P<\infty$

实信号能量W与功率P的计算：

连续信号 $W=\lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}f^2(t)dt$ $\qquad P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}f^2(t)dt$

离散信号 $W=\lim_{N\to\infty}\sum_{k=-N+1}^{N}f^2(k)$ $\qquad P=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N}\sum_{k=-N+1}^{N}f^2(k)$

直流信号与周期信号都是功率信号

注意：**一个信号，不可能既是能量信号又是功率信号**

Energy and Power Signals

能量信号和功率信号(能量有限信号和能量无限信号)

能量信号 ***(Joule)***

$$E = \lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}|f(t)|^2 dt < \infty \qquad E = \lim_{N\to\infty}\sum_{n=-N+1}^{N}|f(n)|^2$$

功率信号 ***(Watt)***

$$P = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}|f(t)|^2 dt < \infty \qquad P = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N}\sum_{n=-N+1}^{N}|f(n)|^2 < \infty$$

§0.4 系统的描述与分类

- **系统的描述**

  系统的数学模型

  系统的方框图表示

- **系统的分类**

  连续时间系统与离散时间系统

  线性系统与非线性系统

  时不变系统与时变系统

  因果系统与非因果系统

  稳定系统与不稳定系统

1. 连续时间系统与离散时间系统

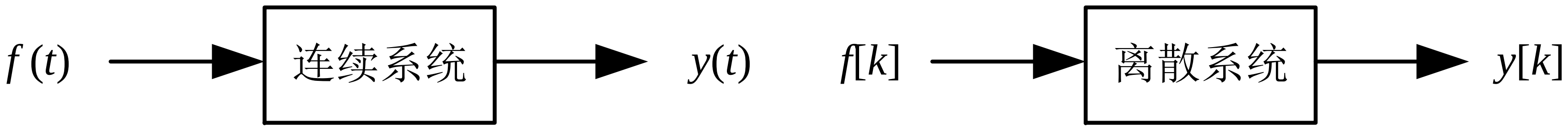
- **连续时间系统(Continuous-time System)**：

  输入(也称激励)与输出(也称响应)均为连续时间信号的系统

- **离散时间系统(Discrete-time System)**：

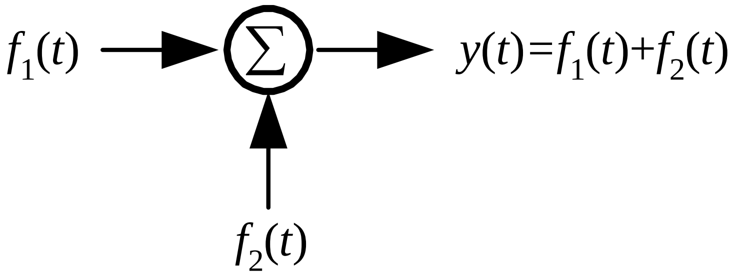
  输入(激励)与输出(响应)均为离散时间信号的系统

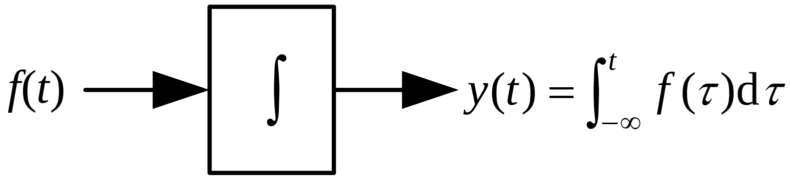
- **连续时间系统的数学模型是微分方程式**
- **离散时间系统的数学模型是差分方程式**

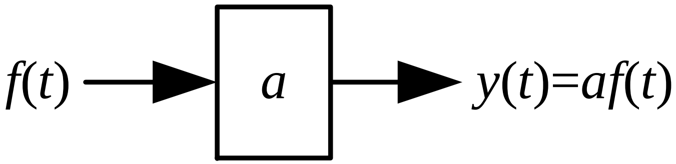


描述系统的基本单元方框图

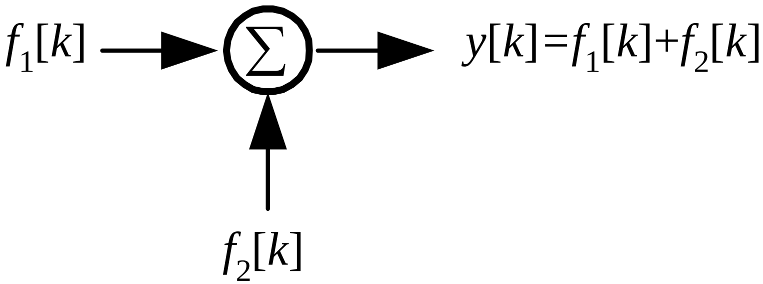
连续时间系统

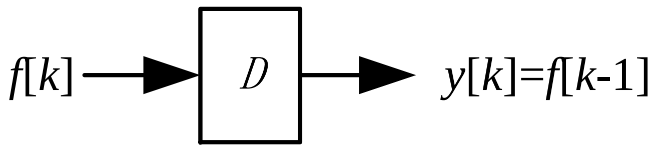


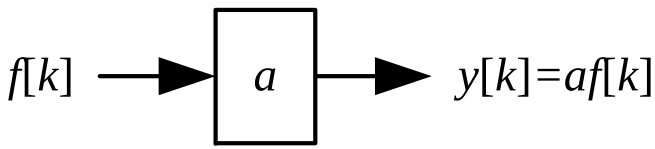




离散时间系统







2. 线性系统与非线性系统

- 线性系统(Linear System):

  具有线性特性的系统

  线性特性包括均匀特性与叠加特性

(1) 均匀特性(homogeneity)：

若 $f_1(t) \longrightarrow y_1(t)$

则 $Kf_1(t) \longrightarrow Ky_1(t)$

(2) 叠加特性(additivity)：

若 $f_1(t) \longrightarrow y_1(t),\ f_2(t) \longrightarrow y_2(t)$

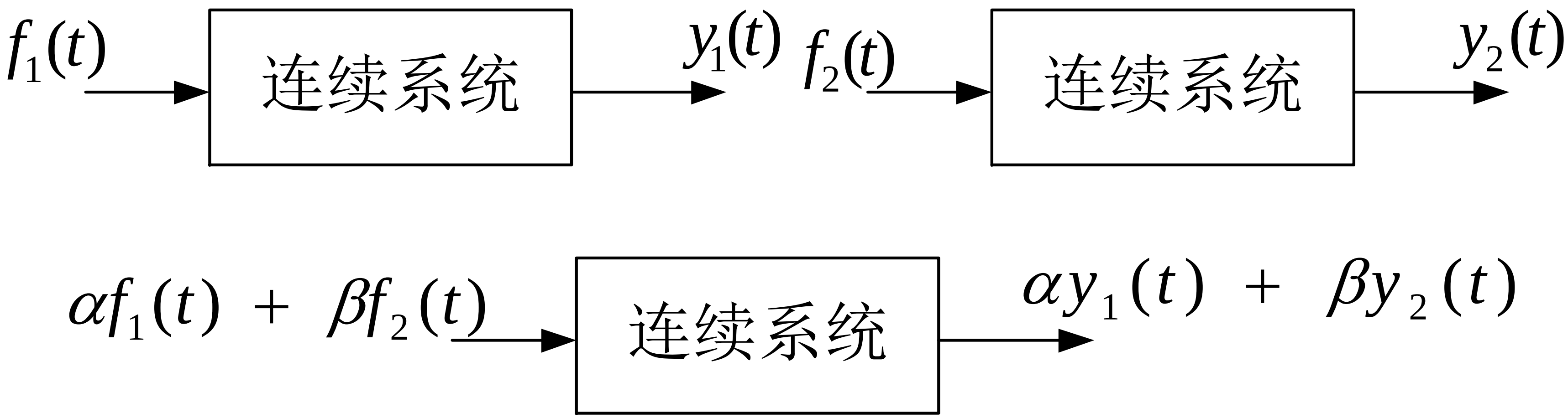
则 $f_1(t) + f_2(t) \longrightarrow y_1(t) + y_2(t)$

- **同时具有均匀特性与叠加特性方为线性特性**
- 线性特性可表示为：

$$f_1(t) \longrightarrow y_1(t),\ f_2(t) \longrightarrow y_2(t)$$

$$\boxed{\alpha\cdot f_1(t)+\beta\cdot f_2(t) \longrightarrow \alpha\cdot y_1(t)+\beta\cdot y_2(t)}$$

其中α，β为任意常数



- **具有线性特性的离散时间系统可表示为：**

$$f_1[k] \longrightarrow y_1[k], \quad f_2[k] \longrightarrow y_2[k]$$

$$\boxed{\alpha \cdot f_1[k] + \beta \cdot f_2[k] \longrightarrow \alpha \cdot y_1[k] + \beta \cdot y_2[k]}$$

其中α，β为任意常数

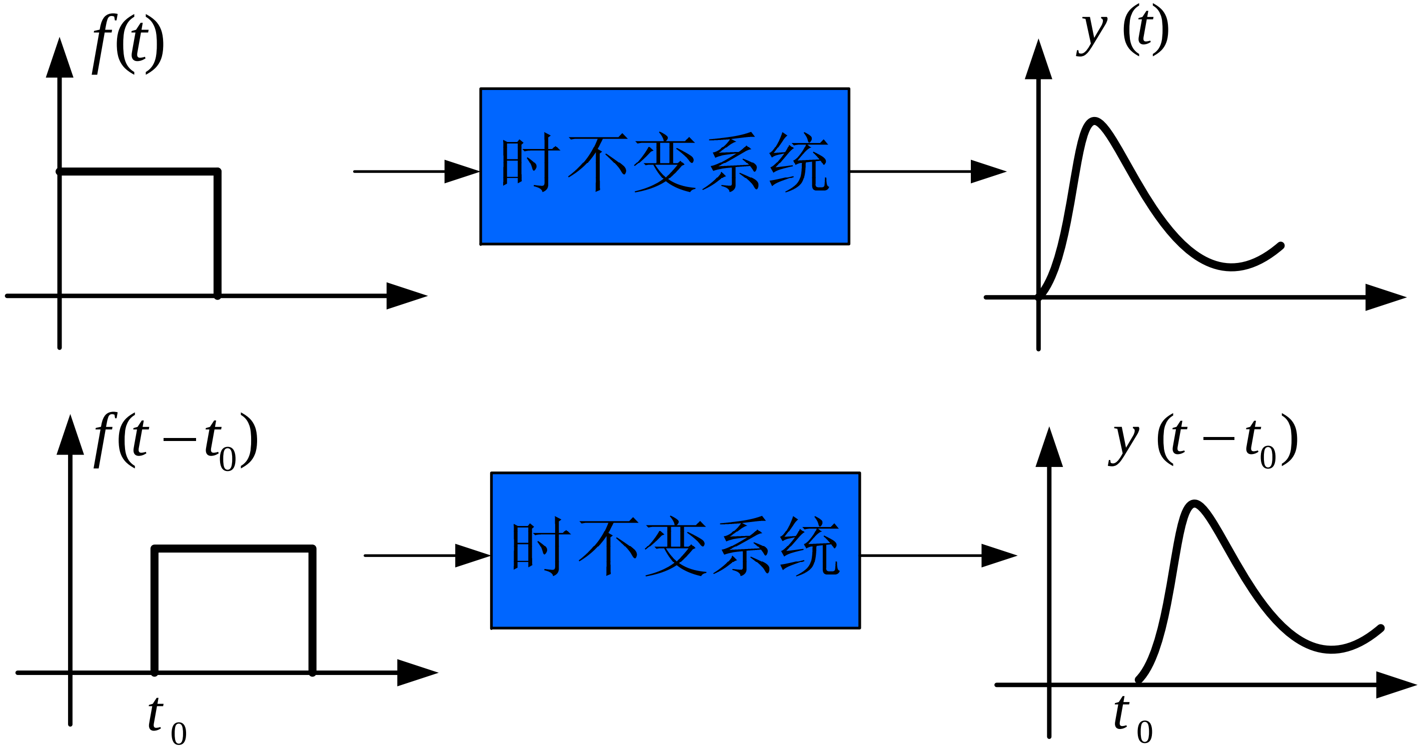
- **线性系统的数学模型是：**
  线性微分方程式或线性差分方程式

- 非线性系统**(Nonlinear System)**：
  不具有线性特性的系统

3．时不变系统与时变系统

- 时不变系统(Time-invariant System)：

输出与输入关系不随输入作用于系统的时间起点而改变的系统



● 时不变特性

时不变的连续系统表示为：

$$f(t) \longrightarrow y_f(t)$$

$$\boxed{f(t-t_0) \longrightarrow y_f(t-t_0)}$$

时不变的离散时间系统表示为：

$$f[k] \longrightarrow y_f[k]$$

$$\boxed{f[k-n] \longrightarrow y_f[k-n]}$$

线性时不变系统可由定常系数的线性微分方程式或差分方程式描述

- 时变系统(Time-varying System)：

不具有时不变特性的系统

4. 因果系统与非因果系统

- 因果系统(Causal System)：

当且仅当输入激励时才产生输出的系统

因果系统的充分必要条件

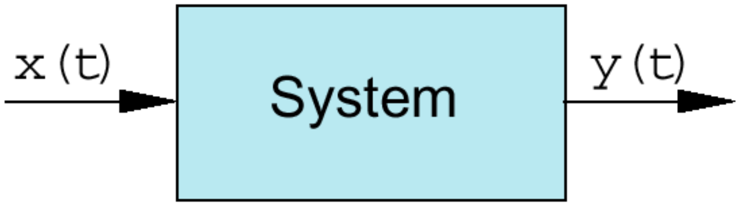
单位冲激响应 $\boxed{h(t)=0, t<0}$ $\boxed{h[k]=0, k<0}$

因果系统的冲激响应在冲激出现之前必须为零

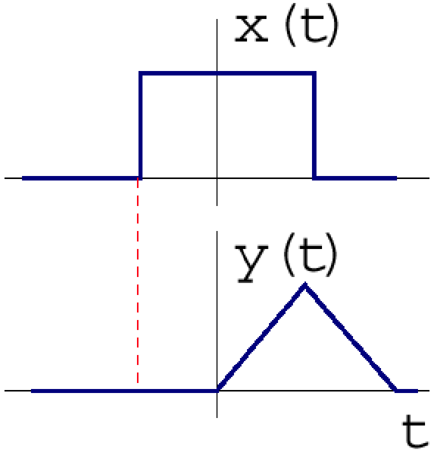
- 非因果系统(Non-causal System)：

不具有因果特性的系统

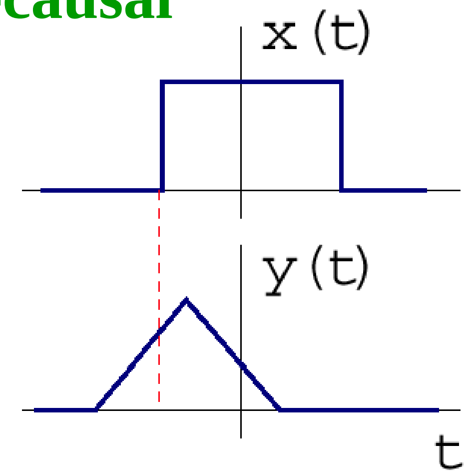
因果系统和非因果系统



Causal



Non-causal



5. 稳定系统与不稳定系统

- 稳定系统(Stable System)：

  有界输入产生有界输出的系统

稳定系统的充分必要条件

$$\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} |h(\tau)| \mathrm{d}\tau = S < \infty}$$

$$\boxed{\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h[k]| = S < \infty}$$

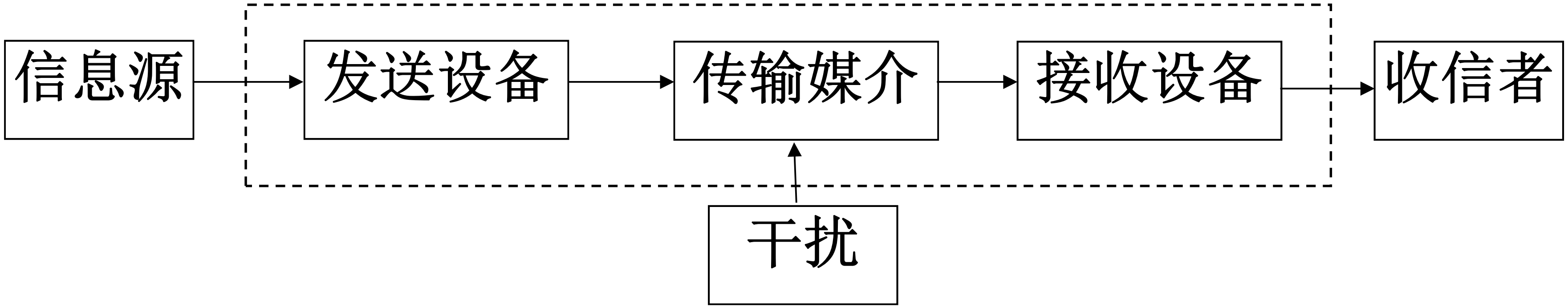
- 不稳定系统(Unstable System)：

  输入有界而输出无界的系统

- **系统分析**
  - **连续系统**
    - **系统的描述**
      - **输入输出描述法：*N*阶微分方程**
      - **状态空间描述：*N*个一阶微分方程组**
    - **系统响应的求解**
      - **时域：**$y_f(t) = f(t) * h(t)$
      - **频域：**$Y_f(\omega) = F(\omega)H(\omega)$
      - **复频域：**$Y_f(s) = F(s)H(s)$
  - **离散系统**
    - **系统的描述**
      - **输入输出描述法：*N*阶差分方程**
      - **状态空间描述：*N*个一阶差分方程组**
    - **系统响应的求解**
      - **时域：**$y_f[k] = f[k] * h[k]$
      - **频域：**$Y_f(e^{j\Omega}) = F(e^{j\Omega})H(e^{j\Omega})$
      - **Z域：**$Y_f(z) = F(z)H(z)$

§0.5 信息传输系统

- 通信系统：传输信息所需的一切技术设备总和
- 通信系统的一般模型：



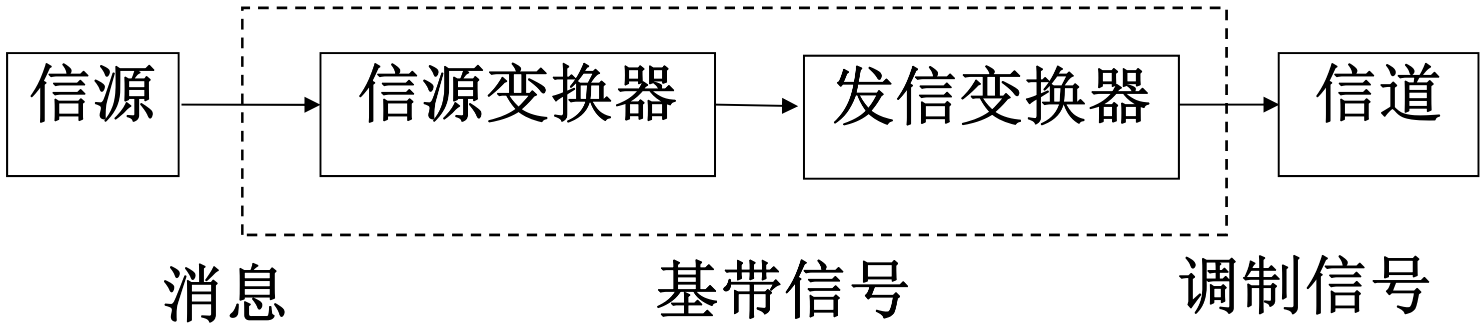
信息源：简称信源，通信系统的起点

传输媒介：信道

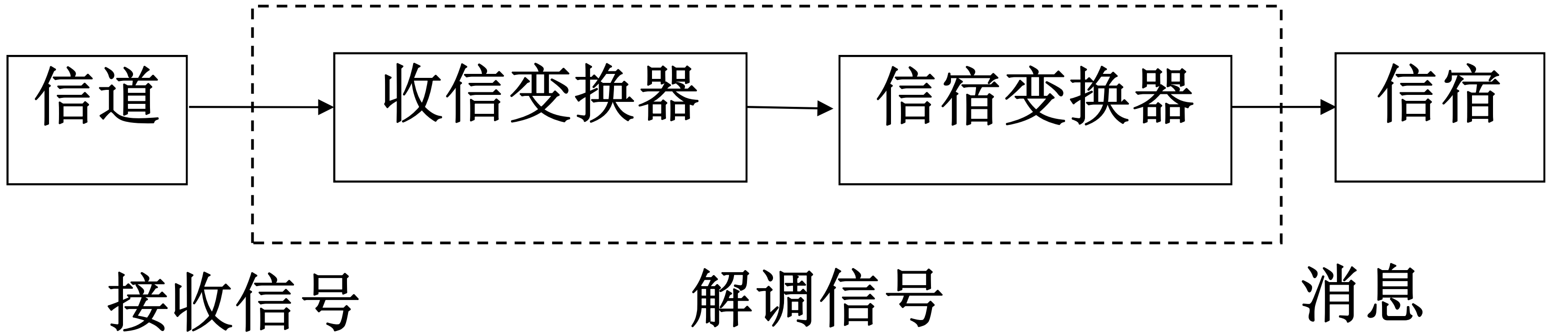
干扰：噪声

收信者：又称信宿，通信系统的终端

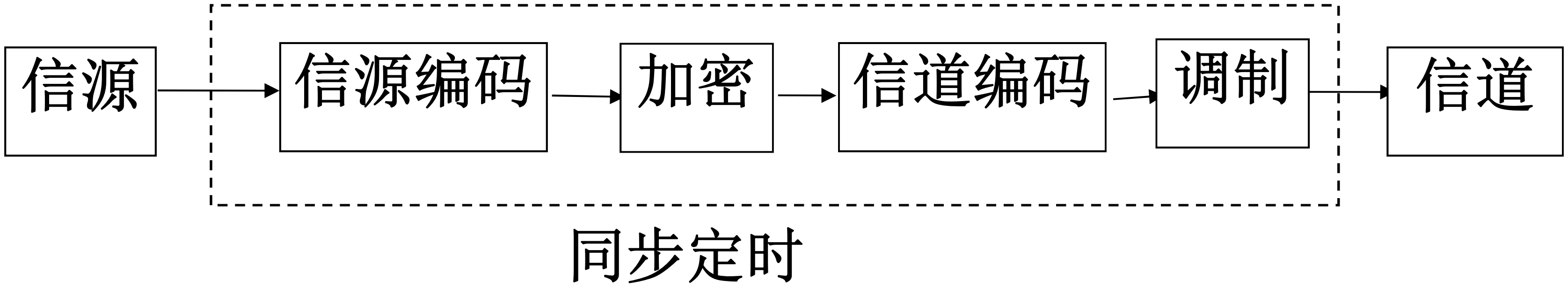
- 模拟通信系统的发送设备：



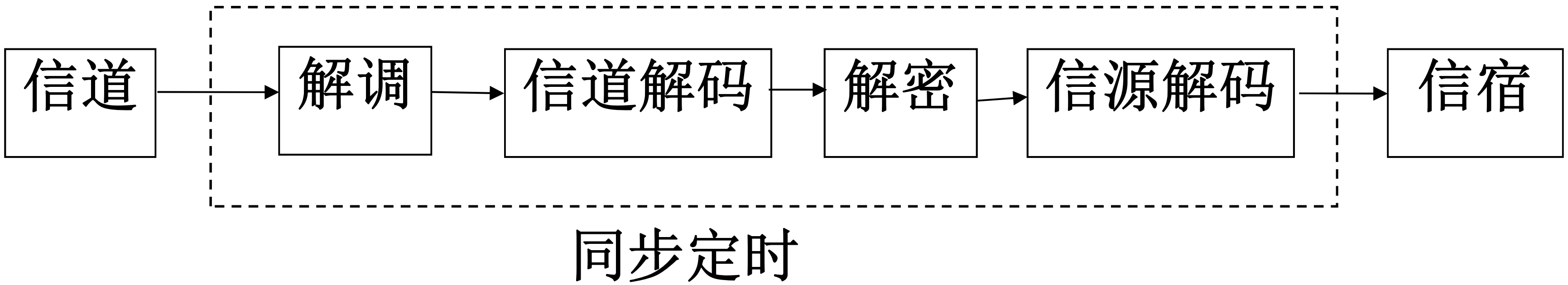
- 模拟通信系统的接收设备：



- 数字通信系统的发送设备：



- 数字通信系统的接收设备：



- 主要传输手段：

电缆通信：最早发展

微波中继通信：到达电缆无法铺设的地区

光纤通信：容量大、成本低，不怕电磁干扰

卫星通信：通信距离远，覆盖面积大，容量大

移动通信：现代通信中发展最为迅速

第一章 确定性信号分析

§1.1 周期信号的傅里叶级数表示

- 正交

若 $\boxed{\int_{t_1}^{t_2} x_1(t)x_2^*(t)\mathrm{d}t = 0}$

则称$\boldsymbol{x_1(t)}$和$\boldsymbol{x_2(t)}$在区间$\boldsymbol{(t_1,t_2)}$正交

- 将信号分解为一组基本信号的线性组合

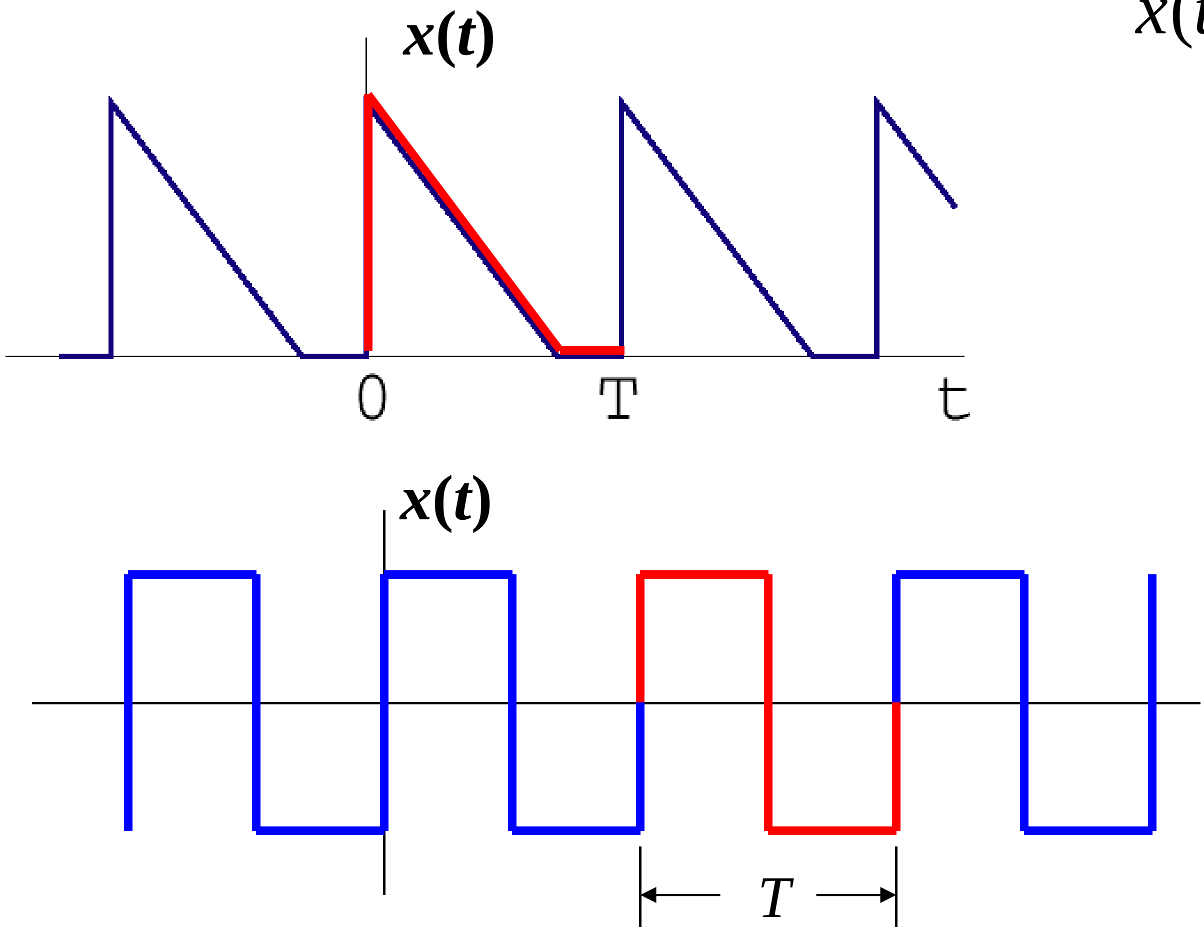
这些基本信号一般应满足正交条件

一、 周期信号的简谐波展开

周期信号的周期为：T，角频率为： $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T}$

$$x(t+nT) = x(t)$$

$$n = \pm 1, \pm 2, \cdots$$



- **复简谐信号：** $\{e^{j\frac{2\pi}{T}kt}, k \in Z\}$

周期为***T/k***

$$e^{j\frac{2\pi}{T}k\left(t+n\frac{T}{k}\right)} = e^{j\frac{2\pi}{T}kt + j2n\pi} = e^{j\frac{2\pi}{T}kt}e^{j2n\pi} = e^{j\frac{2\pi}{T}kt}$$

满足正交条件

$$\int_T e^{j\frac{2\pi}{T}kt}\left(e^{j\frac{2\pi}{T}nt}\right)^* \mathrm{d}t = \int_T e^{j\frac{2\pi}{T}kt}e^{-j\frac{2\pi}{T}nt}\mathrm{d}t$$

$$= \int_T e^{j\frac{2\pi}{T}(k-n)t}\mathrm{d}t = \begin{cases} T & k = n \\ 0 & k \neq n \end{cases}$$

$\int_T \bullet \, \mathrm{d}t$ 表示一个周期内的积分

• 周期信号的傅里叶级数(Fourier series)

周期为*T/k*的各简谐信号的线性组合仍是周期为*T*的信号

周期信号可表示为：

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}C_k\,e^{jk\omega_0 t}=\sum_{k=-\infty}^{\infty}C_k\,e^{jk\frac{2\pi}{T}t},\quad |t|\le T/2$$

其中 $$C_k=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}x(t)e^{-jk\omega_0 t}\mathrm{d}t$$

$k=\pm1$ **两项的频率为f_0，合起来称为信号的基波分量**

$k=\pm2$ **两项的频率为$2f_0$，合起来称为信号的2次谐波分量**

$k=\pm N$ **两项的频率为Nf_0，合起来称为信号的N次谐波分量**

物理含义：**周期信号$x(t)$可分解为不同频率复简谐信号之和**

C_k一般为复数： $\boxed{C_k = \alpha_k + j\beta_k}$

- 当级数项有限时，周期信号**x(t)**近似为：

$$x_1(t) = \sum_{k=-N}^{N} C_k \, e^{jk\omega_0 t}, \quad |t| \le T/2$$

近似的误差函数为： $e(t) = x(t) - x_1(t)$

均方误差：误差函数平方在一个周期内的积分

$$E = \int_T |e(t)|^2 \mathrm{d}t = \int_T e(t)e^*(t)\mathrm{d}t = \int_T [x(t) - x_1(t)][x^*(t) - x_1^*(t)]\mathrm{d}t$$

$$= \int_T x(t)x^*(t)\mathrm{d}t - \int_T x_1(t)x^*(t)\mathrm{d}t - \int_T x(t)x_1^*(t)\mathrm{d}t + \int_T x_1(t)x_1^*(t)\mathrm{d}t$$

$$= \int_T x(t)x^*(t)\mathrm{d}t - \int_T x^*(t)\sum_{k=-N}^{N} C_k e^{jk\omega_0 t}\mathrm{d}t$$

$$-\int_T x(t)\sum_{k=-N}^{N} C_k^* e^{-jk\omega_0 t}\mathrm{d}t + \int_T \sum_{k=-N}^{N}\sum_{n=-N}^{N} C_k^* C_n e^{j(n-k)\omega_0 t}\mathrm{d}t$$

$$
\begin{aligned}
E = & -\int_T x^*(t)\sum_{k=-N}^{N} C_k e^{jk\omega_0 t}\mathrm{d}t - \int_T x(t)\sum_{k=-N}^{N} C_k^* e^{-jk\omega_0 t}\mathrm{d}t \\
& + \int_T \sum_{k=-N}^{N}\sum_{n=-N}^{N} C_k^* C_n e^{j(n-k)\omega_0 t}\mathrm{d}t + \int_T x(t)x^*(t)\mathrm{d}t \\
= & -\sum_{k=-N}^{N}(\alpha_k + j\beta_k)\int_T x^*(t)e^{jk\omega_0 t}\mathrm{d}t - \sum_{k=-N}^{N}(\alpha_k - j\beta_k)\int_T x(t)e^{-jk\omega_0 t}\mathrm{d}t \\
& + \sum_{k=-N}^{N}\sum_{n=-N}^{N}(\alpha_k - j\beta_k)(\alpha_n + j\beta_n)\int_T e^{j(n-k)\omega_0 t}\mathrm{d}t + \int_T x(t)x^*(t)\mathrm{d}t \\
= & -\sum_{k=-N}^{N}(\alpha_k + j\beta_k)\int_T x^*(t)e^{jk\omega_0 t}\mathrm{d}t - \sum_{k=-N}^{N}(\alpha_k - j\beta_k)\int_T x(t)e^{-jk\omega_0 t}\mathrm{d}t \\
& + \sum_{k=-N}^{N} T(\alpha_k^2 + \beta_k^2) + \int_T x(t)x^*(t)\mathrm{d}t
\end{aligned}
$$

C_k的选取应使均方误差最小： $\dfrac{\partial E}{\partial \alpha_k} = 0, \quad \dfrac{\partial E}{\partial \beta_k} = 0, \quad k = -N \sim N$

$$\because E = -\sum_{k=-N}^{N}(\alpha_k + j\beta_k)\int_T x^*(t)e^{jk\omega_0 t}\mathrm{d}t - \sum_{k=-N}^{N}(\alpha_k - j\beta_k)\int_T x(t)e^{-jk\omega_0 t}\mathrm{d}t$$

$$+\sum_{k=-N}^{N}T(\alpha_k^2 + \beta_k^2) + \int_T x(t)x^*(t)\mathrm{d}t$$

$$\therefore \quad \frac{\partial E}{\partial \alpha_k} = -\int_T x^*(t)e^{jk\omega_0 t}\mathrm{d}t - \int_T x(t)e^{-jk\omega_0 t}\mathrm{d}t + 2T\alpha_k = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial \beta_k} = -j\int_T x^*(t)e^{jk\omega_0 t}\mathrm{d}t + j\int_T x(t)e^{-jk\omega_0 t}\mathrm{d}t + 2T\beta_k = 0$$

$$k = -N \sim N$$

$$\Rightarrow \quad \alpha_k = \frac{1}{2T}[\int_T x^*(t)e^{jk\omega_0 t}\mathrm{d}t + \int_T x(t)e^{-jk\omega_0 t}\mathrm{d}t] = \frac{1}{T}\mathrm{Re}[\int_T x(t)e^{-jk\omega_0 t}\mathrm{d}t]$$

$$\beta_k = \frac{-j}{2T}[\int_T x(t)e^{-jk\omega_0 t}\mathrm{d}t - \int_T x^*(t)e^{jk\omega_0 t}\mathrm{d}t] = \frac{1}{T}\mathrm{Im}[\int_T x(t)e^{-jk\omega_0 t}\mathrm{d}t]$$

$$\therefore \quad C_k = \frac{1}{T}\int_T x(t)e^{-jk\omega_0 t}\mathrm{d}t$$

选取有限项近似周期信号时，系数C_k是均方误差最小的选择

$N \to \infty$时，傅里叶级数之和趋于周期信号$x(t)$

周期信号的分析公式

$$C_k = \frac{1}{T}\int_T x(t)e^{-jk\omega_0 t}\mathrm{d}t$$

周期信号的综合公式

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k\, e^{jk\omega_0 t}, \quad |t| \le T/2$$

56