

子弹药落点散布随机模拟方法

居仙春,钱建平,季溢栋,雷 伟

(南京理工大学 机械工程学院,南京 210094)

摘要:为了模拟子弹药抛撒后在地面上的落点分布情况,在经典外弹道模型的基础上,通过对影响子弹药落点散布因素的分析,筛选出了几个对子弹药落点散布影响较大的因素,对这几个因素进行随机化处理,提出了一种模拟子弹药落点散布的方法,建立了子弹药落点散布随机模拟模型,得到了子弹药在各随机因素作用下的落点散布情况;结果表明:该方法获得的子弹落点与实际情形吻合得更好。

关键词:子弹药;落点散布;随机模拟;外弹道

本文引用格式:居仙春,钱建平,季溢栋,等.子弹药落点散布随机模拟方法[J].四川兵工学报,2014(2):33-36.

中图分类号:TJ413. *3

文献标识码:A

文章编号:1006-0707(2014)02-0033-04

Stochastic Simulation Method on the Hit Points of Submunition

JU Xian-chun, QIAN Jian-ping, JI Yi-dong, LEI Wei

(School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: In order to simulate the distribution of submunition after thrown on the ground, on the basis of classical exterior ballistic model, through the analysis of factors that have influence on the hit points of submunition, several pairs of factors that have influence on the hit points of submunition were screened out. Then, a randomized treatment was done on these factors and a simulation method is proposed to simulate the hit points of submunition. A simulation model was built on the hit points of submunition, and the hit points of submunition under all kinds of random factors were got. The results show that, the location of submunition from this model fits better with the practical situation.

Key words: submunition; distribution of hit points; stochastic simulation; exterior ballistic

Citation format: JU Xian-chun, QIAN Jian-ping, JI Yi-dong, et al. Stochastic Simulation Method on the Hit Points of Submunition[J]. Journal of Sichuan Ordnance, 2014(2):33-36.

研究子母弹的落点是进行该武器效能评估的基础。目前,研究子母弹落点散布的方法主要有数值模拟法和统计模拟法。数值模拟法指根据子弹的运动规律和运动原理,建立子弹弹道动力学模型,从而模拟子弹的落点散布,如文献[1-4];统计模拟法是根据子弹的实际落点情况从数学的角度建立子弹的落点抽样模型,如文献[5]。统计模拟法虽能模拟出具有各种随机分布特性的落点分布形态,但由于没有考虑子弹的飞行弹道,因此和子弹实际落点分布差别较大;而数值模拟法虽然考虑了子弹的飞行弹道,但没有考虑随机因素的影响。因此,模拟出的子弹落点往往不具有随机性。

本文针对后抛式子母弹,将两种方法结合,提出了一种

随机模拟方法,即根据子弹的运动规律,建立子弹抛撒弹道模型,在弹道模型中引入各种随机因素的影响,并利用蒙特卡罗法进行求解,获得了具有中心毁伤盲区的子弹落点分布。

1 子弹抛撒弹道模型

1.1 基本假设

子弹抛出后仅受重力和空气阻力的作用,飞行过程中不受随机因素的干扰,其运动视为质点运动;子弹和母弹速度方向始终与母弹弹轴方向重合,即为零攻角飞行,且始终在

母弹弹体纵平面内运动;母弹为右旋弹,抛射过程中不考虑转速的衰减;由于子弹的高度远小于抛射高度 h ,因此认为所有子弹都由 o 点抛出;不考虑横风和纵风的影响,气象条件符合炮兵标准气象条件。

1.2 坐标系的建立

为了便于描述子弹的运动,建立如图 1 所示的空间直角坐标系。原点 o 为抛撒时刻母弹的质心位置,坐标系 $o-x_1y_1z_1$ 为平动坐标系, $o-x_1y_1$ 平面始终与母弹弹体纵平面重合, ox_1 轴平行于水平面,指向射击方向; oy_1 轴垂直于地面,向上为正; oz_1 轴垂直于 $o-x_1y_1$ 平面,其方向按右手定则确定。 $o-x_2y_2z_2$ 为抛撒坐标系,其原点与平动坐标系 $o-x_1y_1z_1$ 的原点重合,该坐标系由平动坐标系绕 oz_1 轴旋转 θ 角得到,顺时针为正, θ 角亦为弹道倾角。 v_A 为母弹抛撒赋予子弹轴向的牵连速度,即子弹的初速; v_ω 为母弹旋转赋予子弹切向上的牵连速度,方向垂直于母弹弹轴。

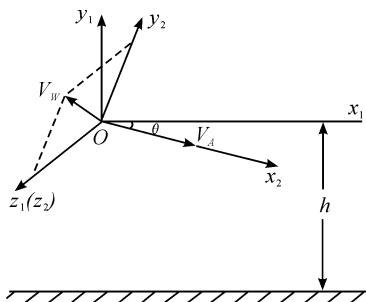


图 1 抛撒弹道坐标系

1.3 初始参数的确定

根据假设,子弹在 o 点被抛出后,将沿着理想弹道飞行,其初始速度矢量 \vec{v}_0 主要由两部分组成:母弹抛撒赋予子弹轴向的牵连速度 \vec{v}_A 和母弹旋转赋予子弹切向上的牵连速度 \vec{v}_ω ,由矢量加法定理得

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_A + \vec{v}_\omega \quad (1)$$

设 $I_1 = (i_{x1}, i_{y1}, i_{z1})^T$ 、 $I_2 = (i_{x2}, i_{y2}, i_{z2})^T$ 分别为坐标系 $o-x_1y_1z_1$ 和 $o-x_2y_2z_2$ 的坐标基,则由图 1 可得

$$\vec{v}_A = (v_A, 0, 0)I_2 \quad (2)$$

子弹在母弹中的排布情况如图 2 所示,由于母弹为右旋弹,因此从母弹前端看,为逆时针旋转。 ϕ_i 为各子弹中心和母弹中心的连线与 y_2 轴正向的夹角(逆时针方向为正),即各子弹中心在母弹圆周方向上的方位角, ω 为母弹转速, r 为子弹质心到母弹弹轴的距离。

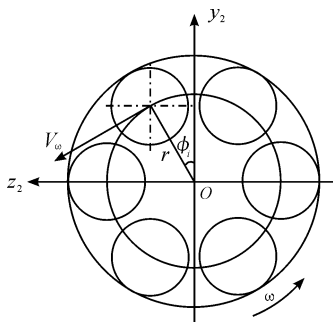


图 2 子弹排布示意图

以 y_2 轴正方向为起点,按逆时针方向对子弹进行编号,质心在 y_2 轴左边的第 1 枚子弹为 1 号,依次为 2,3, ..., n (n 为 1 圈子弹的个数),与其对应的方位角依次为 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$,则第 i 号子弹的方位角为

$$\phi_i = \phi_1 + \frac{2\pi}{n}(i-1) \quad (3)$$

\vec{v}_ω 与 y_2 轴正方向的夹角为

$$\gamma = \phi_i + \pi/2 \quad (4)$$

则由图 2 可得:

$$\vec{v}_\omega = (0, \omega r \cos \gamma, \omega r \sin \gamma)I_2 = (0, -\omega r \sin \phi_i, \omega r \cos \phi_i)I_2 \quad (5)$$

将式(2)和式(5)代入式(1)得

$$\vec{v}_0 = (v_A, -\omega r \sin \phi_i, \omega r \cos \phi_i)I_2 \quad (6)$$

又设抛撒坐标系到平动坐标系的转换矩阵为 A ,即 $I_2 = AI_1$,其中

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

代入式(6)可得子弹初始速度 \vec{v}_0 在 x_1, y_1, z_1 轴上的分量分别为

$$\begin{cases} v_{0x} = v_A \cos \theta - \omega r \sin \phi_i \sin \theta \\ v_{0y} = -v_A \sin \theta - \omega r \sin \phi_i \cos \theta \\ v_{0z} = \omega r \cos \phi_i \end{cases} \quad (8)$$

1.4 子弹运动方程^[1]

由质点外弹道学可知,空气阻力随高度变化的关系式为

$$R = \frac{1}{2}iC_x(Ma)S\rho_{\text{on}}v^2[1 - 2.1905 \times 10^{-5}y]^{4.4016} \quad (9)$$

式中: R 为空气阻力; i 为弹形系数; $C_x(Ma)$ 是标准弹的阻力系数; S 是子弹的横截面积; ρ_{on} 是地面的空气密度,其值是 1.206 kg/m^3 ; v 是子弹的速度; y 是子弹所处高度。

因此,得到子弹运动方程为

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = -\frac{1}{2m}iC_x(Ma)S\rho_{\text{on}}v[1 - 2.1905 \times 10^{-5}y]^{4.4016}v_x \\ \frac{dv_y}{dt} = -\frac{1}{2m}iC_x(Ma)S\rho_{\text{on}}v[1 - 2.1905 \times 10^{-5}y]^{4.4016}v_y - g \\ \frac{dv_z}{dt} = -\frac{1}{2m}iC_x(Ma)S\rho_{\text{on}}v[1 - 2.1905 \times 10^{-5}y]^{4.4016}v_z \\ \frac{dx}{dt} = v_x, \frac{dy}{dt} = v_y, \frac{dz}{dt} = v_z, v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \end{cases} \quad (10)$$

式(10)中: v_x, v_y, v_z 分别为子弹的速度在 x_1, y_1, z_1 轴上的分量; m 为子弹质量; g 为重力加速度。初始条件为式(8)和 $x_0 = z_0 = 0, y_0 = h, t_0 = 0$,终止条件为 $y = 0$ 。

2 子弹落点散布拟合模型

2.1 子弹落点散布中心计算

设子弹的落点坐标为 $(x_1, z_1), (x_2, z_2), \dots, (x_n, z_n)$ (n 为子弹总数),则落点散布中心坐标为

$$\begin{cases} \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \\ \bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i \end{cases} \quad (11)$$

2.2 子弹落点散布计算

根据子弹弹道特性,当子弹落点散布为椭圆时的椭圆方程为

$$\frac{(x - \bar{x})^2}{a^2} + \frac{(z - \bar{z})^2}{b^2} = 1 \quad (12)$$

令:

$$\begin{cases} Z = (z - \bar{z})^2 \\ X = (x - \bar{x})^2 \\ A = -b^2/a^2 \\ B = b^2 \end{cases} \quad (13)$$

则式(12)变为

$$Z = AX + B \quad (14)$$

设:

$$\begin{cases} \bar{X} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 / n \\ \bar{Z} = \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2 / n \\ X_i = (x_i - \bar{x})^2 \\ Z_i = (z_i - \bar{z})^2 \end{cases} \quad (15)$$

根据最小二乘法有:

$$\begin{cases} A = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Z_i - \bar{Z})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \\ B = \bar{Z} - A\bar{X} \end{cases} \quad (16)$$

所以椭圆的长、短半轴分别为

$$\begin{cases} a = \sqrt{-B/A} \\ b = \sqrt{B} \end{cases} \quad (17)$$

3 子弹落点散布影响因素分析

以某模拟子弹为例,内装 30 枚子弹,为单圈多段式排列,每圈排列 6 枚子弹。子弹直径为 40 mm,质量为 0.71 kg,分布半径 $r = 45$ mm,阻力系数 $C_x = 0.38$,弹形系数 $i = 1.05$,弹道倾角 $\theta = 60^\circ$,母弹角速度 $\omega = 860$ rad/s,抛撒高度 $h = 700$ m。

实际中影响子弹落点的因素有很多,诸如弹道倾角、抛撒高度、母弹角速度等,为了便于采用蒙特卡洛法求解子弹运动方程组,须对这些随机因素进行分析,找出影响子弹落点散布最大的几个因素,按随机变量处理,而对其余因素则

全部按固定参数处理。现取其中一圈子弹进行分析,子弹轴向初速 $v_A = 300$ m/s,分析各量变化 $\pm 10\%$ 时对其分布椭圆长短半轴的影响^[6],其计算结果如图 3~图 6 所示。

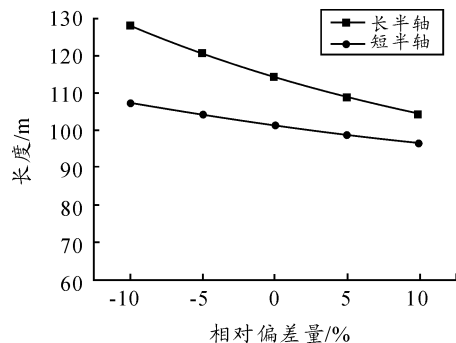


图 3 弹道倾角对长短半轴的影响

由图 3 可以看出,子弹落点散布长短半轴随着弹道倾角的增加而减小,并且长短半轴之比呈减小趋势,即子弹落点趋近于一个圆。由图 4 可以看出,子弹落点散布长短半轴随着母弹转速的增加而增加,并且母弹转速对散布椭圆长短半轴之比基本没有影响。由图 5 可以看出,子弹落点散布长短半轴随着抛撒高度的增加而增加,并且抛撒高度对散布椭圆长短半轴之比基本没有影响。由图 6 可以看出,子弹质量的变化对子弹落点散布长短半轴及两者之比几乎没有影响。

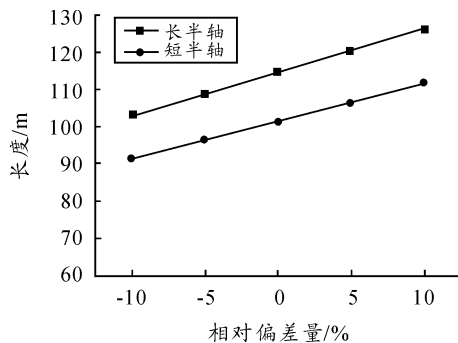


图 4 母弹转速对长短半轴的影响

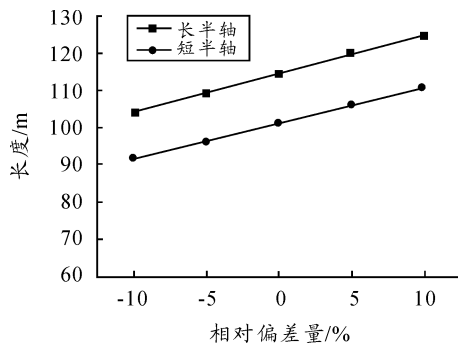


图 5 抛撒高度对长短半轴的影响

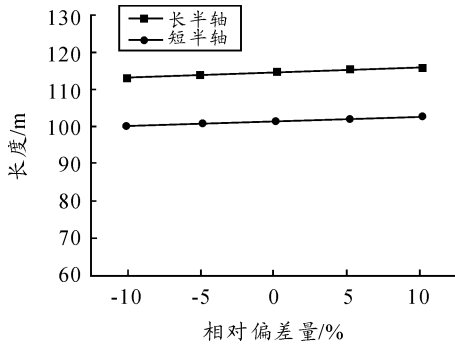
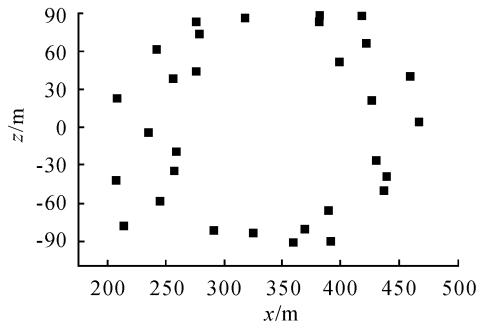


图6 子弹质量对长短半轴的影响

4 落点散布随机模拟模型

根据前面的分析可知,影响子弹落点散布的因素主要有弹道倾角、母弹转速和抛撒高度这3个因素。因此,取这3个因素为随机变量,并假定这些量在其误差范围内均服从正



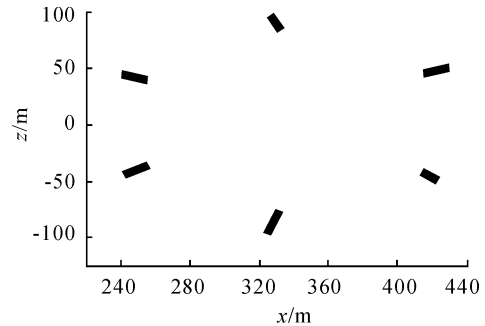
(a) 随机模拟模型仿真结果

态分布,即:弹道倾角 θ 在 $\theta_0 \pm \Delta\theta$ 范围内服从以 θ_0 为期望的正态分布,即 $\theta \sim N(\theta_0, \sigma_\theta^2)$; 母弹转速 ω 在 $\omega_0 \pm \Delta\omega$ 范围内服从以 ω_0 为期望的正态分布,即 $\omega \sim N(\omega_0, \sigma_\omega^2)$; 抛撒高度 h 在 $h_0 \pm \Delta h$ 范围内服从以 h_0 为期望的正态分布,即 $h \sim N(h_0, \sigma_h^2)$ 。

此外,子弹在母弹圆周方向上的初始方位角 ϕ_1 直接影响着其在散布椭圆圆周方向上的位置。因此,假定 ϕ_1 在其取值范围内服从均匀分布,即 $\phi_1 \sim U(0, 2\pi/n)$ 。

根据内弹道理论可以获得母弹内各层子弹出仓后的轴向初速 v_A ,然后采用 Monte Carlo 方法求解式(10),即利用随机数发生器分别产生符合各随机变量实际分布的相关参数,代入方程组(10)进行求解,得到子弹的落点分布如图7(a)所示,图7(b)为利用经典外弹道模型得到的结果。

由图7可以看出,利用随机模拟法获得的子弹落点仿真结果明显优于经典弹道模型的仿真结果。



(b) 经典外弹道仿真结果

图7 子弹落点散布示意图

5 结束语

子母弹抛撒出的子弹落在地面并非实实在在的一个圆,而是一个椭圆,并且中心区域存在毁伤盲区,本文的研究也证实了这一点。本文得到的子弹落点散布情况与实际抛撒情况更为一致,为子弹药的效能分析奠定了基础,本文建立的子弹抛撒随机外弹道模型为火力运用方案拟制和作战决策提供了依据,通过调整参数可以满足不同的作战需求。

参考文献:

[1] 孔维红,姜春兰,王在成.某型航空子母弹子弹地面散布研究[J].航空兵器,2005(4):43-46.

- [2] 闫思江,乔相信,万仁毅.子母弹子弹落点散布模拟仿真[J].沈阳理工大学学报,2011,30(6):62-65.
- [3] 郜宪林.子母弹子弹散布模型及其仿真研究[J].兵工学报,1989(2):12-17.
- [4] 房玉军,蒋建伟.子弹药抛撒随机外弹道模型及其蒙特卡洛解法[J].北京理工大学学报,2009,29(10):850-853.
- [5] 杨世荣,王才宏,李小强.子母弹椭圆散布模型的建立与仿真[J].战术导弹技术,2008(4):57-61.
- [6] 李军营,张毅,马清华.弹道导弹子母弹头落点散布分析[J].飞行力学,2003,21(2):45-48.

(责任编辑 周江川)