

## 基于随机有限集的 UPF-CPHD 多目标跟踪

王慧斌, 陈哲, 王鑫, 马玉

(河海大学 计算机与信息学院, 江苏 南京 211100)

**摘 要:** 提出一种基于随机有限集的无迹粒子基数概率假设密度滤波 (UPF-CPHD, unscented particle filter-cardinality probability hypothesis density) 的多目标跟踪方法。在粒子滤波框架下采用随机有限集 (RFS, random finite sets) 对多目标状态和观测进行描述。在 UPF 滤波框架下引入 CPHD 算法同时递推目标状态和目标数目, 并计算最新观测信息, 估计结果更加精确, 弥补 PHD 估计目标数目不可靠的缺点。仿真实验表明, UPF-CPHD 多目标跟踪方法能够降低超过 50% 的目标数目估计误差, 并提高目标状态的估计精度。

**关键词:** 随机有限集; 多目标跟踪; 无迹粒子滤波; 基数概率假设密度滤波

中图分类号: TP71

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2012)12-0147-07

## Random finite sets based UPF-CPHD multi-object tracking

WANG Hui-bin, CHEN Zhe, WANG Xin, MA Yu

(College of Computer and Information Engineering, Hohai University, Nanjing 211100, China)

**Abstract:** A multiple tracking method based on UPF-CPHD was proposed, in which the state and observation of the object were both described by the random finite sets (RFS). The CPHD algorithm was also introduced into the UPF framework to simultaneously deduce the object state and object number, making the estimation more precise. The experimental results show that the proposed UPF-CPHD algorithm is able to improve the estimation accuracy of the object number and state, as well as enhance the object tracking results.

**Key words:** random finite sets; multi-object tracking; unscented particle filter; cardinality probability hypothesis density

### 1 引言

视频目标跟踪是智能视频监控、人机交互系统等的重要组成部分, 其中以多目标跟踪问题为当前研究的热点和难点。由于目标的位置随时间改变, 并且随着新目标的出现、旧目标的消失以及目标遮挡的发生, 目标集合维数及元素会随机发生变化。该问题在多目标跟踪过程中表现为信息不确定性、未知性、模糊性或者不完全性。针对这种信息不完整性问题, 基于证据理论<sup>[1]</sup>适于处理不确定性和模糊性信息, 基于模糊集理论<sup>[2]</sup>适于处理未知性信息等。有限集统计理论 (FISST, finite set statistics

theory)<sup>[3]</sup>的提出为不完整数据的融合提供了一个统一的框架, 被广泛地引入到多目标跟踪领域。其中最为流行的是 Mahler 提出的概率假设密度 (PHD, probability hypothesis density)<sup>[4]</sup>算法。它利用多目标后验概率密度的 PHD 来近似代替多目标的后验概率密度, 通过对目标状态和观测集合的整体进行处理, 实现多目标数目和状态的有效估计。在此基础上, Pasha S A 等<sup>[5]</sup>提出高斯混合 PHD 算法, 吕学斌等<sup>[6]</sup>提出的基于无迹变换的 PHD 算法, 该 2 种方法只能解决高斯噪声环境下的多目标跟踪问题。目前, 针对非高斯非线性环境的比较有效的 PHD 滤波算法是 Sidenbladh H 等以及徐立中等<sup>[7-9]</sup>提出

收稿日期: 2012-07-09; 修回日期: 2012-11-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (61263029)

**Foundation Item:** The National Natural Science Foundation of China (61263029)

的粒子 PHD 算法, 它利用序贯蒙特卡洛方法近似目标后验强度函数, 能够处理非高斯非线性环境的多目标跟踪问题。然而该算法存在目标个数及状态估计误差过高的问题。对于前者, 基数概率假设密度 (CPHD, cardinality-PHD) 算法<sup>[10,11]</sup>, 利用 MAP 准则而非后验期望来估计目标数, 联合递推目标状态的 PHD 强度和目标数概率分布, 可以弥补 PHD 目标数估计不可靠的缺点。对于后者, 无迹粒子滤波 (UPF, unscented particle filter)<sup>[11]</sup>算法同时利用目标状态转移概率密度和最新的观测信息, 共同构造一个重要性密度函数, 使得粒子采样精度提高, 抑制了粒子退化现象。针对噪声、非高斯非线性的多目标跟踪环境, 本文结合 UPF 和 CPHD 算法, 提出一种 UPF-CPHD 融合的多目标跟踪算法。将多目标状态和观测用随机有限集合的形式表示, 将 CPHD 算法嵌入到 UPF 框架下, 利用 UKF (unscented Kalman filter) 估计产生的建议分布函数作为重要性密度函数, 用离散的粒子逼近 PHD 函数, 通过滤波更新得到多目标状态估计, 同时 CPHD 算法可以递推目标数目的概率分布。UPF-CPHD 融合算法不仅适用于非线性、非高斯的目标状态转移, 也适用于非高斯的目标观测噪声。

## 2 相关理论

在基于随机有限集 RFS 的多目标跟踪中, 目标数是一个离散随机变量, 状态空间的维数也会随之变化。目标的状态和观测模型表示为随机集形式:

$$X_k \triangleq \{x_{k,1}, x_{k,2}, \dots, x_{k,M_k}\} \in F(E_S) \quad (1)$$

$$Z_k \triangleq \{z_{k,1}, z_{k,2}, \dots, z_{k,N_k}\} \in F(E_O) \quad (2)$$

其中,  $E_S$  和  $E_O$  分别为单目标的状态和量测空间, 单目标状态  $x_k \in E_S$ , 观测  $z_k \in E_O$ ;  $F(E_S)$  和  $F(E_O)$  分别为空间  $E_S$ 、 $E_O$  所有有限子集的集合;  $X_k$  和  $Z_k$  分别表示多目标状态集和量测集;  $M_k$ 、 $N_k$  分别是状态向量和量测向量的个数。

基于 RFS 理论的 PHD 滤波<sup>[4]</sup>利用多目标后验概率密度的 PHD 来代替多目标的后验概率密度, 对状态预测则基于状态 PHD 函数而实现:

$$v_{k|k-1}(x) = r_k(x) + \int (b(x_k | x_{k-1}) + P_S(x_{k-1})f(x_k | x_{k-1})) \cdot v_{k-1}(x_{k-1}) dx_{k-1} \quad (3)$$

其中,  $v_{k|k-1}(x)$  为多目标状态 PHD 函数;  $r_k(x)$  表示

$k$  时刻新生目标的 RFS  $\Gamma_k$  的 PHD;  $b(x_k | x_{k-1})$  为  $k-1$  时刻状态为  $x_{k-1}$  的由目标派生的 RFS  $B_k(X_{k-1})$  的 PHD;  $P_S(x_{k-1})$  是状态为  $x_{k-1}$  的目标在  $k$  时刻的存活概率;  $f(x_k | x_{k-1})$  为目标的转移概率密度。

PHD 滤波的状态预测函数为

$$v_k(x) = (1 - P_D(x))v_{k|k-1}(x) + \sum_{z_k \in Z_k} \frac{P_D(x)\rho(z_k | x)}{\lambda_k c_k(z_k) + \int P_D(x)\rho(z_k | x)v_{k|k-1}(x)dx} v_{k|k-1}(x) \quad (4)$$

其中,  $\lambda_k$  是期望的杂波个数;  $c_k(z_k)$  是一个杂波点密度;  $P_D(x)$  是目标检测概率;  $\rho(z_k | x)$  为单个目标的似然函数。

由于采用高斯函数来拟合  $v_{k|k-1}(x)$  模型并假设状态转移方程为线性函数。当目标观测数据为非高斯分布时或目标状态转移为非线性时, PHD 算法的顽健性显著下降。针对这一问题, PF-PHD 滤波器利用粒子滤波算法中粒子采样的方法对目标的观测状态进行拟合, 不需要假设数据的分布状态, 使得 PHD 滤波算法的推广性得到进一步的提高。

其中, 采样样本  $\tilde{x}_k^{(i)}$  来自系统状态转移密度函数  $f(x_k | x_{k-1})$ , 新产生的粒子通过新目标模型的建议分布  $p_k(\cdot | z_k)$  采样获得:

$$\tilde{x}_k^{(i)} = \begin{cases} f(x_k | x_{k-1}), & i = 1, 2, \dots, L_{k-1} \\ p_k(\cdot | z_k), & i = L_{k-1} + 1, \dots, 2n + J_k \end{cases} \quad (5)$$

$$w_{k|k-1}^{(i)} = \begin{cases} w_{k-1}^{(i)} \frac{\phi_{k|k-1}(\tilde{x}_k^{(i)}, x_{k-1}^{(i)})}{f(\tilde{x}_k^{(i)} | x_{k-1}^{(i)})}, & i = 1, 2, \dots, L_{k-1} \\ \frac{1}{J_k} \frac{v_{\gamma,k}(\tilde{x}_k^{(i)})}{p_k(\tilde{x}_k^{(i)} | z_k)}, & i = L_{k-1} + 1, \dots, 2n + J_k \end{cases} \quad (6)$$

其中,  $L_{k-1}$  表示存活粒子数,  $J_k$  表示新生目标的粒子数。

PF-PHD 预测函数为

$$v_{k|k-1}(x) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{L_{k-1}} w_{k|k-1}^{(i)} \delta(x - \tilde{x}_k^{(i)}), & i = 1, 2, \dots, L_{k-1} \\ \sum_{i=1}^{L_{k-1} + J_k} w_{k|k-1}^{(i)} \delta(x - \tilde{x}_k^{(i)}), & i = L_{k-1} + 1, \dots, 2n + J_k \end{cases} \quad (7)$$

PF-PHD 更新函数。用似然函数  $g(z_k | x_k)$  重新计算权值, 更新粒子分布。

$$\tilde{w}_k^{(i)} = \left[ \frac{1 - P_D(\tilde{x}_k^{(i)}) + \sum_{z \in Z_k} \frac{P_D(\tilde{x}_k^{(i)}) g_k(z | \tilde{x}_k^{(i)})}{\kappa_k(z) + \sum_{i=1}^{L_{k-1} + J_k} P_D(\tilde{x}_k^{(i)}) g_k(z | \tilde{x}_k^{(i)})} w_{k|k-1}^{(i)}}{1} \right] w_{k|k-1}^{(i)} \quad (8)$$

目标数估计值为所有权值之和

$$N_k(x) = \sum_{i=1}^{L_k} w_k^{(i)} \quad (9)$$

由于 PF-PHD 算法仅把系统状态转移概率密度函数  $f(x_k | x_{k-1})$  作为重要性密度函数，忽略了观测数据对状态估计的修正作用。在权值计算过程中，可能产生粒子退化现象。此外，在 PF-PHD 中目标个数为所有粒子权值之和。当积分区域内存在一个较大的噪声干扰时，由粒子权值累加和得到的目标数会增大；而目标出现漏检时，目标数目减少。

### 3 基于 RFS 的 UPF-CPHD 融合多目标跟踪方法

针对观测值具有非高斯分布噪声的情况下，PF-PHD 算法存在的问题，本文在 UPF 框架下引入 CPHD 算法对多目标集合分布进行估计。设计一种目标状态和个数估计均较为准确的多目标跟踪方法，称之为 UPF-CPHD 算法。融合设计思想如下。

1) 在 UPF 框架下，用粒子离散化处理 CPHD 滤波的目标状态递归方程，同时递推目标个数的估计。

2) 在重要性采样步骤，利用 UKF 滤波考虑最新观测值，估计系统状态和方差得到一个建议分布函数，以其代替 PF 算法中的重要性密度函数。由于观测信息的引入，此重要性密度函数更接近真实概率密度，并且该建议分布在一定程度上抑制了粒子退化现象，避免重采样过程大量增加粒子的问题，减小计算量，提高算法实时性。

3) 利用 CPHD 目标数递归方程递推目标数概率分布，使目标数估计偏差变小。PHD 利用后验期望来估计目标数目，使得目标数过分依赖于目标状态估计。而 CPHD 用 MAP 准则来估计目标数，弥补 PHD 目标数估计不可靠的问题。

基于 UPF-CPHD 融合算法的多目标跟踪框架设计如图 1 所示，经过运动目标检测、UPF-CPHD 滤波和数据关联 3 个环节。UPF-CPHD 对第  $k-1$  帧

的运动目标 RFS 进行处理，通过粒子预测、更新和重采样 3 个步骤得到第  $k$  帧的目标 RFS 状态集，实现基于 RFS 的多目标跟踪。

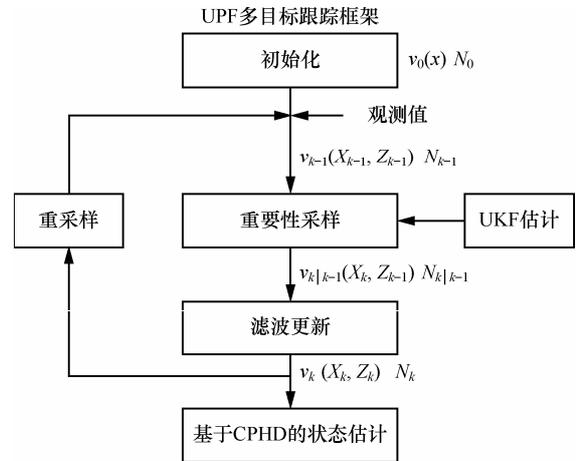


图 1 基于 UPF-CPHD 融合算法的多目标跟踪框架

### 3.1 UPF 基本框架

UPF 滤波器利用 UKF 滤波估计系统状态和方差，得到一个建议分布函数，以该建议分布函数来代替重要性密度函数。

在重要性采样过程中，应用 UKF 估计  $k$  时刻的状态值和方差分别为  $m_k^i$  和  $P_k^i$ 。

$$q_k(x_k^{(i)} | x_{k-1}^{(i)}, z_k) = N(x_k^{(i)}; m_k^{(i)}, P_k^{(i)}) \quad (10)$$

从此重要性密度函数中采样粒子

$$\tilde{x}_k^{(i)} \sim q_k(x_k^{(i)} | x_{k-1}^{(i)}, z_k), \quad i = 1, 2, \dots, N_k \quad (11)$$

粒子权值更新

$$w_k^{(i)} = \frac{g(z_k | x_k^{(i)}) f(x_k^{(i)} | x_{k-1}^{(i)})}{q_k^{(i)}} w_{k-1}^{(i)} \quad (12)$$

时刻  $k$  的粒子及权值所组成的集合为  $\{x_k^{(i)}, w_k^{(i)}\}_{i=1}^{N_k}$ 。

由于 UPF 中的重要性密度函数  $q_k(x_k^{(i)} | x_{k-1}^{(i)}, z_k)$  充分利用了最新的观测信息，改进了粒子采样精度，因此对于状态估计结果起到了修正作用。

### 3.2 基于 CPHD 的目标集合分布估计

不同于序列蒙特卡罗模型，CPHD 算法利用最大后验概率准则而非后验期望来估计目标数，同时递推目标集的 PHD 分布和目标数的概率分布。

令  $v_{k|k-1}$  和  $N_{k|k-1}$  分别表示  $k-1$  时刻的多目标 PHD 函数和目标数概率分布函数，递推过程如下。

#### 1) CPHD 预测步

在 CPHD 理论中多目标状态的预测可以表达为

$$v_{k|k-1}(x) = r_k(x) + \int \phi(x_k | x_{k-1}) v_{k-1}(x_{k-1}) dx_{k-1} \quad (13)$$

$$\Phi(x_k | x_{k-1}) = b(x_k | x_{k-1}) + P_S(x_{k-1}) f(x_k | x_{k-1}) \quad (14)$$

其中,  $r_k(x)$  表示  $k$  时刻新生目标的 RFS  $\Gamma_k$  的 PHD,  $b(x_k | x_{k-1})$  为  $k-1$  时刻状态为  $x_{k-1}$  的目标的 PHD,  $P_S(x_{k-1})$  是状态为  $x_{k-1}$  的目标在  $k$  时刻的存活概率,  $f(x_k | x_{k-1})$  为目标的转移概率密度。目标数的预测为

$$N_{k|k-1}(n) = \sum_{j=0}^{\infty} N_{k-1|k-1}(j) M(n, j) \quad (15)$$

$$M(n, j) = \sum_{i=0}^{\min(n, j)} p_{\text{birth}}(n-i) C_i^j (1-P_S)^{j-i} P_S^i \quad (16)$$

其中,  $M(n, j)$  是一个马尔科夫转移矩阵,  $p_{\text{birth}}(n-i)$  是从  $k-1$  时刻到  $k$  时刻新产生  $n-i$  个目标的概率。

### 2) CPHD 更新步

$$N_{k|k}(n) = \frac{L(Z_k | n)}{L(Z_k)} N_{k|k-1}(n) \quad (17)$$

$$v_k(x) = (1-P_D) \frac{L(Z_k | D_0)}{L(Z_k)} v_{k|k-1}(x) + P_D \frac{L(Z_k | D_1)}{L(Z_k)} v_{k|k-1}(x) \quad (18)$$

其中,  $D_0$ 、 $D_1$  分别表示目标未被检测到和检测到,  $P_D$  为检测概率,  $L(\cdot)$  是似然函数, 定义如下

$$\left\{ \begin{aligned} L(Z_k | D_0) &= \frac{1}{n_{k|k-1}} \sum_{j=0}^{m_k} \alpha_k^{(j+1)} \beta_k^j \sigma_j(\{L_k^{(1)}, \dots, L_k^{(m_k)}\}) \\ L(Z_k | D_1) &= \sum_{j=1}^{m_k} \rho(z_k^{(s)} | x) L(Z_k | \alpha_k^j = s) \\ L(Z_k | \alpha_k^j = s) &= \frac{1}{n_{k|k-1}} \sum_{j=0}^{m_k} \alpha_k^{(j)} \beta_k^j \sigma_j(\{L_k^{(1)}, \dots, L_k^{(m_k)}\} \setminus L_k^{(s)}) \\ L(Z_k) &= \frac{1}{n_{k|k-1}} \sum_{j=0}^{m_k} \alpha_k^{(j)} \beta_k^j \sigma_j(\{L_k^{(1)}, \dots, L_k^{(m_k)}\}) \\ L(Z_k | n) &= \sum_{j=0}^{\min(m_k, n)} \beta_k^j \frac{n!}{(n-j)!} (1-P_D)^{n-j} \sigma_j(\{L_k^{(1)}, \dots, L_k^{(m_k)}\}) \end{aligned} \right. \quad (19)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha_k^{(j)} &= \sum_{j=0}^{\infty} \frac{n!}{(n-j)!} N_{k|k-1}(n) (1-P_D)^{n-j} \\ \beta_k^j &= p_c(m_k - j) \frac{(m_k - j)!}{m_k!} \lambda^{-j} \\ \sigma_j(\{y_1, \dots, y_m\}) &= \sum_{1 \leq i_1 \leq \dots \leq i_m \leq m} y_{i_1} \cdots y_{i_j} \\ L_k^{(s)} &= \frac{1}{c_k n_{k|k-1}} \int P_D(x) v_{k|k-1} \rho(z_k^{(s)} | x) dx \end{aligned} \right. \quad (20)$$

其中,  $m_k$ 、 $n_k$  分别是状态向量和量测向量的个数,

$p_c(m_k - j)$  表示杂波数为  $m_k - j$  的概率,  $\lambda$  是期望的杂波个数,  $\sigma_j(\cdot)$  是初等对称函数,  $c_k^{(s)}$  是杂波密度。由于 CPHD 是基于点目标而实现的估计, 在本文的应用中首先通过对目标观测值的估计, 能够得到粗略的目标质心位置。以此作为跟踪点, 实现目标数目的估计。

## 4 UPF-CPHD 融合滤波算法实现

令  $v_{k-1}$  和  $N_{k-1}$  分别表示  $k-1$  时刻的多目标函数的 PHD 和目标数概率分布, 用  $\{w_{k-1}^{(i)}, x_{k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{L_{k-1}}$  表达

$$v_{k-1}(x) = \sum_{i=1}^{L_{k-1}} w_{k-1}^{(i)} \delta(x - x_{k-1}^{(i)}) \quad (21)$$

### 1) 初始化

在  $k=0$  时刻, 用  $L_0$  个粒子  $\{w_0^{(i)}, x_0^{(i)}\}_{i=1}^{L_0}$  表征先验概率的 PHD  $v_0(x)$ , 粒子数始终与估计目标数成比例, 每个目标用  $L_0$  个粒子来描述, 有  $\hat{N}_0$  个目标, 故  $w_0^{(i)} = \hat{N}_0 / L_0$ 。并有

$$\left\{ \begin{aligned} m_0^{(i)} &= E[x_0^{(i)}] \\ P_0^{(i)} &= E[(x_0^{(i)} - m_0^{(i)})(x_0^{(i)} - m_0^{(i)})^T] \\ \mu_0^{(i)} &= E[y_0^{(i)}] = E[(x_0^{(i)})^T \quad 0^T \quad 0^T] \\ C_0^{(i)} &= E[(y_0^{(i)} - \mu_0^{(i)})(y_0^{(i)} - \mu_0^{(i)})^T] = \text{diag}(P_0^{(i)}, Q_0, R_1) \end{aligned} \right. \quad (22)$$

### 2) 重要性采样

利用 UKF 对每个粒子进行估计, 产生的均值  $m_k^{(i)}$  和协方差  $P_k^{(i)}$  的高斯分布作为 UPF-CPHD 算法所需要的重要性密度函数  $q_k(x_k^{(i)} | Z_k)$ 。在  $k \geq 1$  时刻, 采样样本  $\tilde{x}_k^{(i)}$  来自重要性密度函数, 新产生的粒子通过建议密度  $p_k(x_k | Z_k)$  采样获得, 分别计算粒子权值。计算采样点

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_{k-1}^{(i)} &= \left[ \mu_0^{(i)}, \mu_0^{(i)} \pm \left( \sqrt{(n+\lambda)C_{k-1}^{(i)}} \right)_0, \dots, \right. \\ &\quad \left. \mu_0^{(i)} \pm \left( \sqrt{(n+\lambda)C_{k-1}^{(i)}} \right)_n \right] \end{aligned} \quad (23)$$

其中,  $n = n_x + n_w + n_v$ ,  $n_x$ ,  $n_w$  和  $n_v$  分别为状态  $x_{k-1}^{(i)}$ , 过程噪声  $w_{k-1}^{(i)}$  和观测噪声  $v_k^{(i)}$  的维数;  $\lambda$  表示尺度因子。

### 3) 粒子预测

$$\begin{cases} \chi_{k|k-1}^{(i)} = \varphi_k \left( \chi_{k-1}^{(i)}, \omega_{k-1}^{(i)} \right) \\ m_{k|k-1}^{(i)} = \sum_{j=0}^{2n} w_{k-1}^{(i,j)} \chi_{k|k-1}^{(i,j)} \\ P_{k|k-1}^{(i)} = \sum_{j=0}^{2n} w_{k-1}^{(i,j)} \left( \chi_{k|k-1}^{(i,j)} - m_{k|k-1}^{(i)} \right) \left( \chi_{k|k-1}^{(i,j)} - m_{k|k-1}^{(i)} \right)^T \\ z_{k|k-1}^{(i)} = h_k \left( \chi_{k|k-1}^{(i)}, \nu_k^{(i)} \right) \end{cases} \quad (24)$$

## 4) 粒子更新

$$\begin{cases} S_k^{(i)} = \sum_{j=0}^{2n} w_{k-1}^{(i,j)} \left( z_{k|k-1}^{(i,j)} - \eta_{k|k-1}^{(i)} \right) \left( z_{k|k-1}^{(i,j)} - \eta_{k|k-1}^{(i)} \right)^T \\ G_k^{(i)} = \sum_{j=0}^{2n} w_{k-1}^{(i,j)} \left( \chi_{k|k-1}^{(i,j)} - m_{k|k-1}^{(i)} \right) \left( z_{k|k-1}^{(i,j)} - \eta_{k|k-1}^{(i)} \right)^T \\ K_k^{(i)} = G_k^{(i)} \left( S_k^{(i)} \right)^{-1} \\ m_k^{(i)} = m_{k|k-1}^{(i)} + G_k^{(i)} \left( z_k^{(i)} - \eta_{k|k-1}^{(i)} \right) \\ P_k^{(i)} = P_{k|k-1}^{(i)} - G_k^{(i)} \left( S_k^{(i)} \right)^{-1} \left( G_k^{(i)} \right)^T \end{cases} \quad (25)$$

## 5) 采样

将均值  $m_k^{(i)}$  和协方差  $P_k^{(i)}$  的高斯分布作为重要性密度函数

$$q_k \left( x_k^{(i)} | x_{k-1}^{(i)}, Z_k \right) = N \left( x_k^{(i)}; m_k^{(i)}, P_k^{(i)} \right) \quad (26)$$

故有

$$\tilde{x}_k^{(i)} \sim \begin{cases} q_k \left( x_k^{(i)} | x_{k-1}^{(i)}, Z_k \right) & i=1, 2, \dots, L_{k-1} \\ p_k \left( \cdot | Z_k \right) & i=L_{k-1}+1, \dots, 2n+J_k \end{cases} \quad (27)$$

$$w_{k|k-1}^{(i)} = \begin{cases} w_{k-1}^{(i)} \frac{\phi_{k|k-1} \left( \tilde{x}_k^{(i)}, x_{k-1}^{(i)} \right)}{q_k \left( \tilde{x}_k^{(i)} | x_{k-1}^{(i)}, Z_k \right)}, & i=1, 2, \dots, L_{k-1} \\ \frac{1}{J_k} \frac{v_{\gamma,k} \left( \tilde{x}_k^{(i)} \right)}{p_k \left( \tilde{x}_k^{(i)} | Z_k \right)}, & i=L_{k-1}+1, \dots, 2n+J_k \end{cases} \quad (28)$$

其中,  $L_{k-1}$  表示存活粒子数,  $J_k$  表示新生目标的粒子数。

$$\begin{aligned} \phi_{k|k-1} \left( \tilde{x}_k^{(i)}, x_{k-1}^{(i)} \right) &= \beta_{k|k-1} \left( \tilde{x}_k^{(i)}, x_{k-1}^{(i)} \right) + \\ &P_{S,k} \left( x_{k-1}^{(i)} \right) f_{k|k-1} \left( \tilde{x}_k^{(i)}, x_{k-1}^{(i)} \right) \end{aligned} \quad (29)$$

由于  $q_k \left( x_k^{(i)} | x_{k-1}^{(i)}, Z_k \right)$  充分利用了新的观测值, 因此相较于 PF-PHD 算法<sup>[7]</sup>, 粒子采样精度得到大大改善。

由采样粒子及其权值, 可得强度函数为

$$v_{k|k-1}(x) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{L_{k-1}} w_{k|k-1}^{(i)} \delta \left( x - \tilde{x}_k^{(i)} \right), & i=1, 2, \dots, L_{k-1} \\ \sum_{i=1}^{L_{k-1}+J_k} w_{k|k-1}^{(i)} \delta \left( x - \tilde{x}_k^{(i)} \right), & i=L_{k-1}+1, \dots, 2n+J_k \end{cases} \quad (30)$$

目标数目估计通过式(17)得  $N_k = \sum_{j=1}^{\infty} jN_k(j)$

## 6) 重采样

对粒子集  $\left\{ w_k^{(i)} / N_k, \tilde{x}_k^{(i)} \right\}_{i=1}^{L_{k-1}+J_k}$  重新采样, 得到粒子集  $\left\{ w_k^{(i)} / N_k, x_k^{(i)} \right\}_{i=1}^{L_k}$ , 将权值乘以  $N_k$ , 得到新的粒子集  $\left\{ w_k^{(i)}, x_k^{(i)} \right\}_{i=1}^{L_k}$ 。

## 7) 状态估计

多目标的后验 PHD 函数和目标数的估计值分别为

$$\begin{cases} v_k(x) = \sum_{i=1}^{L_k} w_k^{(i)} \delta(x_k - \tilde{x}_k^{(i)}) \\ N_k = \sum_{j=0}^{\infty} jN_k(j) \end{cases} \quad (31)$$

## 5 实验结果与分析

本文在对 UPF-CPHD 方法与 PF-PHD 方法进行比较, 视频图像大小为  $768 \times 576$ 。

## 1) 跟踪结果对比

图 2(a)和图 3(a)为目标检测结果, 图 2(b)和图 3(b)为 PF-PHD 算法的目标状态估计结果, 图 2(c)和图 3(c)为 UPF-CPHD 算法的状态估计结果。可以看到 PF-PHD 算法对检测结果进行了矫正, 仍有显著的误差。UPF-CPHD 基本消除了误检测和漏检。

## 2) 目标估计个数对比

图 4 分别为 PF-PHD 和 UPF-CPHD 对 60s 视频的目标个数估计结果。实线表示真实目标数, 起始时存在 2 个目标, 中间出现增长和波动, 最多出现 8 个目标, 视频结束时, 目标数减少为 3 个。由于目标检测过程中漏检和噪声引起的误检测, 对 PF-PHD 的目标数目估计产生了干扰, 如, 在 15~25s 之间由于出现漏检, 致使估计的目标数目较真实值小于 1, PF-PHD 算法无法弥补目标漏检的情况; 在 40~50s 之间出现了明显的目标数目估计高于真实值的情况, 原因在于 PF-PHD 对噪声的抑制能力不强, 估计目标数虚高。相比较 UPF-CPHD 算法的目标估计更接近于真实目标数。

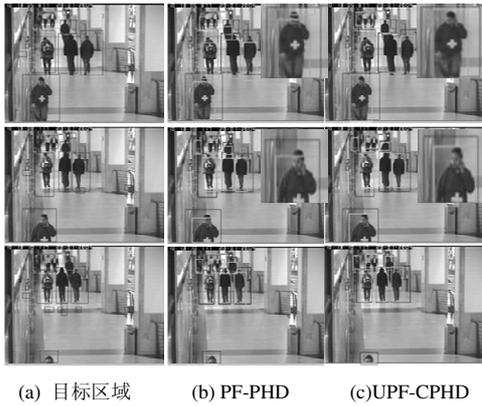


图 2 视频 1 的 UPF-CPHD 与 PF-PHD 算法目标跟踪结果对比

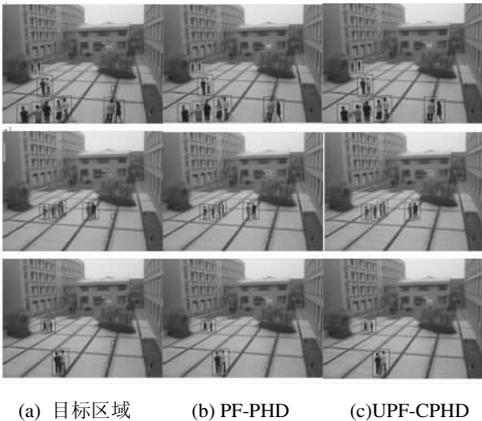


图 3 视频 2 的 UPF-CPHD 与 PF-PHD 算法跟踪结果对比

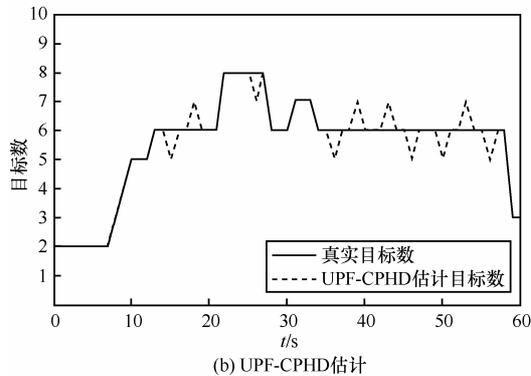
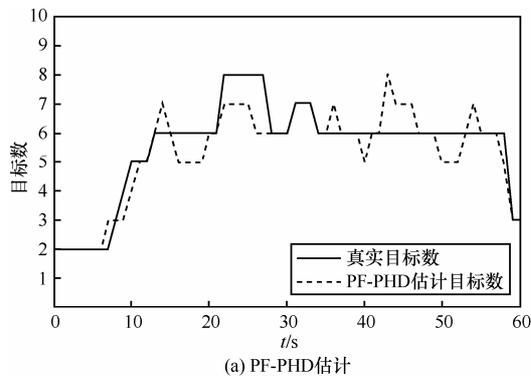


图 4 对视频 1 的目标数目估计比较

在仿真实验中, UPF-CPHD 较 PF-PHD 算法的运行时间有所增加, 平均为提高了 25.7%, 这主要是由于 UPF 和 CPHD 自身的复杂度较高所导致。在应用中, 需要考虑算法复杂度和精度之间的平衡。

3) 基于 Wasserstein 距离的跟踪误差评估

CPHD 滤波估计每一个目标状态和目标数目, 因此, 通常采用 Wasserstein<sup>[13]</sup>距离对估计误差进行评估。对于  $1 \leq p < \infty$ , 目标真实状态 RFS  $X = \{x_1, \dots, x_m\}$  和估计状态 RFS  $\hat{X} = \{\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n\}$  之间的 Wasserstein 距离可定义为

$$d_w^p(X, \hat{X}) = \min_C \left( \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{i,j} d(x_i, \hat{x}_j)^p \right)^{1/p} \quad (32)$$

$$d_w^\infty(X, \hat{X}) = \min_C \max_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} C_{i,j} d(x_i, \hat{x}_j) \quad (33)$$

其中,  $C$  表示所有的传输矩阵,  $\min_C$  算子表示取所有传输矩阵构成的集合的最小,  $C_{i,j}$  满足:

$$C_{i,j} \geq 0, \sum_{j=1}^n C_{i,j} = \frac{1}{m}, \sum_{i=1}^m C_{i,j} = \frac{1}{n} \quad (34)$$

$$C_{i,j} = \begin{cases} 1, & C_{i,j} \neq 0 \\ 0, & C_{i,j} = 0 \end{cases} \quad (35)$$

参数  $p$  表示 Wasserstein 的阶数,  $p$  越大, 对错误的目标数目估计结果惩罚越大。

根据 Wasserstein 所得到的算法性能比较如图 5 和图 6 所示。从中可看出 UPF-CPHD 滤波估计的误差明显低于 PF-PHD 算法。根本原因在于 PF-PHD 算法只是以状态转移概率密度函数作为重要性密度函数, 没有包含观测值信息, 因此不能使观测数据在状态估计过程中得到应有的修正。在进行粒子权值计算过程中, 这个弊端使得一些粒子的权值在似然函数作用下变得很小, 导致粒子退化现象, 使

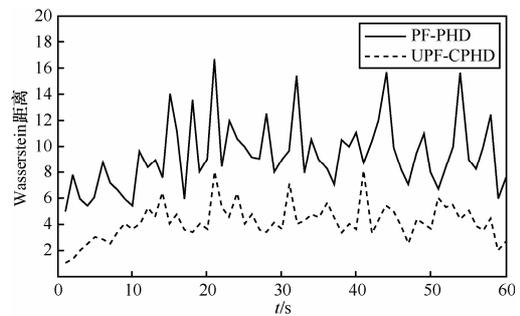


图 5 视频 1 的 PF-PHD 与 UPF-CPHD 的 Wasserstein 距离对比

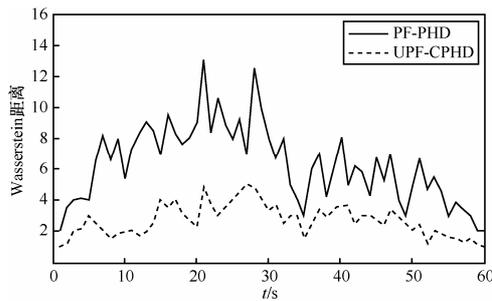


图 6 视频 2 的 PF-PHD 与 UPF-CPHD 的 Wasserstein 距离对比

PF-PHD 的状态估计结果不够准确, Wasserstein 距离偏大。而 UPF-CPHD 算法利用最新观测信息, 用 UKF 生成的重要性密度函数更接近于 PHD 函数, 因此滤波估计结果与真实值的 Wasserstein 距离较 PF-PHD 算法小。

## 6 结束语

本文针对 PF-PHD 滤波存在的问题, 结合 UPF 与 CPHD 的优点, 构成 UPF-CPHD 滤波器。UPF 方法不仅解决了 PHD 重积分没有解析解的难题, 而且能够利用最新观测信息, 使得粒子选取更加精确, 一定程度上抑制了粒子退化现象。CPHD 算法同时递推目标状态和目标数目, 弥补了 PHD 估计目标数目不可靠的缺点。与 PF-PHD 的对比表明, UPF-CPHD 融合滤波算法能有效提高目标数及状态估计的准确性, 显著提高跟踪精度。今后将进一步研究融合算法的计算效率以适应实际应用需求。

## 参考文献:

- [1] ZHANG J W, XIU J J, HE Y, *et al.* Distributed interacted multisensor joint probabilistic data association algorithm based on D-S theory[J]. Science in China Series F: Information Sciences, 2006, 49(2): 219-227.
- [2] 刘宗香, 谢维信, 黄敬雄. 模糊观测数据的关联和目标跟踪[J]. 信号处理, 2005, 21(4): 335-354.  
LIU Z X, XIE W X, HUANG J X. Data association and target tracking with the fuzzy measurements[J]. Signal Processing, 2005, 21(4): 335-354.
- [3] 徐晓滨, 文成林, 刘荣利. 基于随机集理论的多源信息统一表示与建模[J]. 电子学报, 2008, 36(6): 1174-1181.  
XU X B, WEN C L, LIU R L. The unified method of describing and modeling multisource information based on random set theory[J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(6): 1174-1181.
- [4] MAHLER R. A theoretical foundation for the stein-winter probability hypothesis density (PHD) multi-target tracking approach[A]. MSS Nat'l Symp on Sensor and Data Fusion[C]. 2000.
- [5] PASHA S A, BA-NGU V, TUAN H D, *et al.* A Gaussian mixture PHD filter for jump Markov system model[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2009, 45(3): 919-936.
- [6] 吕学斌, 游志胜, 周群彪等. 基于无迹变换的概率假设密度滤波算法[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(3): 845-850.  
LV X B, YOU Z S, ZHOU Q B, *et al.* Probability hypothesis density filter based on unscented transformation and its application to multi-target tracking[J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(3): 845-850.
- [7] SIDENBLADH H, WIRKANDER S L. Tracking random sets of vehicles in terrain[A]. USA: IEEE Workshop on Multi-Object Tracking[C]. Madison, Wisconsin, 2003. 221-228
- [8] 徐立中, 丁晓峰, 王鑫等. 基于信赖域的序贯拟蒙特卡洛滤波算法[J]. 电子学报, 2011, 39: 24-30.  
XU L Z, DING X F, WANG X, *et al.* Trust region based sequential quasi-monte carlo filter[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39: 24-30.
- [9] 徐立中, 李敏, 石爱业等. 受昆虫视觉启发的多光谱遥感影像特征检测器模型[J]. 电子学报, 2011, 39: 2497-2501.  
XU L Z, LI M, SHI A Y, *et al.* Feature detector model for multi-spectral remote sensing image inspired by insect visual system[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39: 2497-2501.
- [10] MAHLER R. PHD filters of higher order in target number[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(4): 1523-1543.
- [11] VO B T, VO B N, CANTONI A. Analytic implementations of the cardinalized probability hypothesis density filter[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(7): 3553-3567.
- [12] RUI Y, CHEN Y. Better proposal distributions: object tracking using unscented particle filter[A]. Proceedings of the 2001 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition[C]. 2001. 786-793.
- [13] HOFFMAN J, MAHLER R. Multitarget miss distance via optimal assignment[J]. IEEE Trans Sys, Man, and Cybernetics Part A (S1083-4427), 2004, 34(3): 327-336.

## 作者简介:



王慧斌 (1967-), 男, 山西阳泉人, 博士, 河海大学计算机与信息学院教授, 主要研究方向为视频信息处理、多传感器信息融合和多媒体通信等。

陈哲 (1983-), 男, 江苏徐州人, 博士生, 河海大学计算机与信息学院, 主要研究方向为机器视觉、智能信息处理等。

王鑫 (1981-), 女, 安徽阜阳人, 博士, 河海大学计算机与信息学院讲师, 主要研究方向为图像处理, 模式识别等。

马玉 (1988-), 女, 黑龙江大庆人, 硕士, 河海大学计算机与信息学院, 主要研究方向为视频图像处理、信息融合等。