

多时滞混沌系统的鲁棒非脆弱 H_∞ 容错同步控制

Robust Non-fragile H_∞ Fault-tolerant Synchronization Control
for Multiple Time-delays Chaotic Systems

孙平 高波

(沈阳工业大学信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110870)

摘要: 在研究一类多时滞主从混沌系统的鲁棒非脆弱 H_∞ 容错同步控制问题的基础上, 针对混沌系统无故障和故障这两种情况, 分别设计了非脆弱控制器和非脆弱容错控制器。运用 Lyapunov 函数理论验证了混沌同步误差系统的稳定性, 同时得到了系统渐近稳定及满足指定 H_∞ 性能指标的充分条件。仿真对比分析证明了系统故障估计算法的有效性和可行性。

关键词: 多时滞混沌系统 鲁棒控制 容错控制 混沌同步 高斯噪声

中图分类号: TP273+.3 文献标志码: A

Abstract: The issue of robust non-fragile H_∞ fault tolerant synchronization control for master-slave type chaotic systems with multiple time delays is researched. In accordance with the conditions of chaotic system both without failure and in fault, the non-fragile controller and non-fragile fault tolerance controller are designed, and the stability of chaotic synchronization error system is verified by adopting the theory of Lyapunov function, in addition, the sufficient conditions of the system asymptotical stability and satisfying specified performance index are obtained. The effectiveness and feasibility of the algorithm are illustrated by simulation and comparative analysis.

Keywords: Multiple time-delay Chaos system Robust control Fault-tolerant control Chaos synchronization Gaussian noise

0 引言

自 1990 年美国学者 Pecora 和 Carroll 提出驱动-响应混沌同步方法以来, 混沌同步^[1]技术的应用引起了研究者的极大兴趣^[2-3]。在过去的几十年间, 混沌同步技术在物理、通信等学科得到了广泛的应用并取得了一系列的成果^[4-6]。

Yassen M T 研究了一类不确定混沌系统的同步问题, 采用自适应控制方法, 使参数未知系统渐近同步^[7]。在保密通信领域, 运用主动控制的自适应同步策略, 可将隐藏在混沌信号中的信息解调出来^[8]。针对一类带有故障的多时滞混沌系统, 张化光^[9]提出了一种状态反馈控制器和故障补偿器。然而, 上述研究成果均是在控制器精确实现的情况下得到的。Keel 和 Bhattacharyya^[10-11]指出现有的鲁棒控制器对参数的微小改变是很敏感的, 因此所设计的控制器参数必须能够承受某种程度的变化, 即所设计的控制器应具有一定的非脆弱性。但是, 在已有混沌系统的研究结果中, 未见利用非脆弱控制器进行

研究的相关报道。

鉴于此, 本文在研究一类混沌系统的鲁棒容错同步问题的基础上, 提出了鲁棒非脆弱 H_∞ 控制器和鲁棒非脆弱 H_∞ 容错控制器。通过仿真对比分析, 证明了所提方法的有效性。

1 问题描述

混沌主系统为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_m = \mathbf{A}\mathbf{x}_m(t) + \sum_{i=1}^N \mathbf{A}_i \mathbf{x}_m(t-\tau_i) + \mathbf{B}g[\mathbf{x}_m(t)] \\ \mathbf{y}_m = \mathbf{C}\mathbf{x}_m(t) \end{cases} \quad (1)$$

混沌从系统为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_s = \mathbf{A}\mathbf{x}_s(t) + \sum_{i=1}^N \mathbf{A}_i \mathbf{x}_s(t-\tau_i) + \mathbf{B}g[\mathbf{x}_s(t)] + \mathbf{D}\omega(t) + u(t) \\ \mathbf{y}_s = \mathbf{C}\mathbf{x}_s(t) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{x}_m(t)$ 、 $\mathbf{x}_s(t)$ 分别为主系统和从系统的状态向量; $\mathbf{y}_m(t)$ 、 $\mathbf{y}_s(t)$ 分别为主系统和从系统的输出向量; $\omega(t)$ 为具有高斯白噪声的外部干扰; $u(t) \in R^n$ 为控制输入; \mathbf{A} 、 \mathbf{A}_i 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{C} 和 \mathbf{D} 为具有适当维数的常数矩阵; $g[\mathbf{x}_m(t)]$ 、 $g[\mathbf{x}_s(t)]$ 为非线性函数。

非线性函数满足如下 Lipschitz 条件:

$$\|g[\mathbf{x}_m(t)] - g[\mathbf{x}_s(t)]\| < \delta \|x_m(t) - x_s(t)\| \quad (3)$$

针对式(2), 设计的非脆弱同步控制器 $u(t)$ 的表达式为:

辽宁省博士启动基金资助项目(编号:20081025)。

修改稿收到日期:2012-06-20。

第一作者孙平(1974-), 女, 2006 年毕业于东北大学导航、制导与控制专业, 获博士学位, 副教授; 主要从事鲁棒控制、容错控制等方面的研究。

$$u(t) = -(k + \Delta k)(x_m - x_s) \quad (4)$$

式中: $\Delta k = M\mathbf{F}(t)N$, $\mathbf{F}(t) \in R^{\bar{y}}$ 为未知实值变矩阵函数。当 $\mathbf{F}(t)$ 的组成元素为勒贝格可测且有界时, 则满足不等式 $\mathbf{F}^T(t)\mathbf{F}(t) \leq I$ 。

设主从混沌同步误差 $\mathbf{e}(t) = \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \end{bmatrix} = x_m - x_s = \begin{bmatrix} x_{m1}(t) - x_{s1}(t) \\ x_{m2}(t) - x_{s2}(t) \\ x_{m3}(t) - x_{s3}(t) \end{bmatrix}$, 则混沌误差系统可以表示为:

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = (\mathbf{A} + \mathbf{K} + \Delta \mathbf{K})\mathbf{e}(t) + \sum_{i=1}^N A_i \mathbf{e}(t - \tau_i) + \mathbf{B} \{ g[x_m(t)] - g[x_s(t)] \} - D\omega(t) \quad (5)$$

本文的目的是设计鲁棒非脆弱容错控制器。针对混沌同步误差系统即式(4), 控制器应满足以下两个条件。

- ① 当 $\omega(t) = 0$ 时, 混沌误差系统是渐近稳定的。
- ② 给定 $\gamma > 0$, 在零初始条件下, 控制器满足以下性能指标:

$$\int_0^\infty \| \mathbf{e}(t) \|^2 - \gamma^2 \| \omega(t) \|^2 dt \leq 0 \quad (6)$$

引理 1 若 \mathbf{D} 和 \mathbf{M} 为具有适当维数的已知矩阵, 且 $\mathbf{F}^T(t)\mathbf{F}(t) \leq I$, 则存在标量 $\lambda > 0$, 使得^[11]:

$$\mathbf{D}\mathbf{F}(t)\mathbf{M} + \mathbf{M}^T\mathbf{F}^T(t)\mathbf{D}^T \leq \lambda \mathbf{D}\mathbf{D}^T + \lambda^{-1} \mathbf{M}^T\mathbf{M} \quad (7)$$

2 鲁棒非脆弱控制器的设计

定理 1 假设干扰 $\omega(t) = 0$, 如果存在对称正定矩阵 \mathbf{P} , 满足如下不等式, 则混沌同步误差系统是渐近稳定的, 其中“*”表示矩阵对称部分。

$$\begin{bmatrix} \psi & PM & N & PB & PA_1 & PA_2 & \cdots & PA_N & -PD \\ * & -\varepsilon I & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ * & * & -\varepsilon^{-1} I & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -S_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -S_2 & \cdots & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \cdots & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -S_N & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0$$

式中: $\psi = (\mathbf{A} + \mathbf{K})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} + \mathbf{K}) + \sum_{i=1}^N S_i + \delta^2 I$ 。

选取如下的 Lyapunov-krasovskii 函数:

$$V(t) = \mathbf{e}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{e}(t) + \sum_{i=1}^N \int_{t-\tau_i}^t \mathbf{e}^T(s) \mathbf{S}_i \mathbf{e}(s) ds \quad (8)$$

式中: \mathbf{P}, \mathbf{S} 为正定对称矩阵, $i = 1, 2, \dots, N$ 。

对 $V(t)$ 进行求导, 同时运用 Lipschitz 条件和引理 1, 得到:

$$\dot{V}(t) = \begin{bmatrix} e(t) \\ e(t - \tau_1) \\ \vdots \\ e(t - \tau_N) \end{bmatrix}^T \theta \begin{bmatrix} e(t) \\ e(t - \tau_1) \\ \vdots \\ e(t - \tau_N) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\theta = \begin{bmatrix} \prod & PA_1 & PA_2 & \cdots & PA_N \\ * & -S_1 & 0 & \cdots & 0 \\ * & * & -S_2 & \cdots & 0 \\ * & * & * & \cdots & 0 \\ * & * & * & * & -S_N \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\Pi = (\mathbf{A} + \mathbf{K})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} + \mathbf{K}) + \sum_{i=1}^N S_i + \delta^2 I + \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \varepsilon^{-1} \mathbf{P} \mathbf{M}^T \mathbf{M} \mathbf{P} + \varepsilon \mathbf{N}^T \mathbf{N} \quad (11)$$

定理 2 当 $\omega(t) \neq 0$ 时, 如果存在正定对称阵 \mathbf{P} , 满足以下矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \psi & PM & N & PB & PA_1 & PA_2 & \cdots & PA_N & -PD \\ * & -\varepsilon I & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ * & * & -\varepsilon^{-1} I & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -S_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -S_2 & \cdots & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \cdots & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -S_N & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0$$

式中: $\psi = (\mathbf{A} + \mathbf{K})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} + \mathbf{K}) + \sum_{i=1}^N S_i + (\delta^2 + 1) I$ 。

则混沌同步误差系统在鲁棒非脆弱同步控制器作用下渐近稳定, 且满足如下性能指标:

$$J = \int_0^\infty [\mathbf{e}^T(t) \mathbf{e}(t) - \gamma^2 \omega^T(t) \omega(t)] dt \quad (12)$$

当 $\omega(t) \neq 0$ 时, 构造如下泛函性能指标:

$$J = \int_0^\infty \begin{bmatrix} e(t) \\ e(t - \tau_1) \\ \vdots \\ e(t - \tau_N) \\ \omega(t) \end{bmatrix}^T \zeta \begin{bmatrix} e(t) \\ e(t - \tau_1) \\ \vdots \\ e(t - \tau_N) \\ \omega(t) \end{bmatrix} dt \quad (13)$$

$$\zeta = \begin{bmatrix} \Psi & PA_1 & PA_2 & \cdots & PA_N & -PD \\ * & -S_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ * & * & -S_2 & \cdots & 0 & 0 \\ * & * & * & \cdots & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -S_N & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \quad (14)$$

利用 Schur 补引理对矩阵 ζ 分解, 使得 $\zeta < 0$ 成立, 于是得到同步误差系统渐近稳定, 并满足指定的性能指标:

$$J = \int_0^\infty [\mathbf{e}^T(t) \mathbf{e}(t) - \gamma^2 \boldsymbol{\omega}^T(t) \boldsymbol{\omega}(t)] dt \quad (15)$$

3 鲁棒容错控制器的设计

混沌系统在实际应用中常常会发生不可预测的故障, 系统的稳定性和性能均会受到破坏。为了提高系统的可靠性和安全性, 常常采用容错控制策略, 使得整个系统的稳定性和性能能够容忍故障。因此, 对混沌同步系统进行容错控制是必要的。

当主系统出现故障时, 其状态方程为:

$$\dot{x}_m = Ax_m(t) + \sum_{i=1}^N A_i x_m(t-\tau_i) + Bg[x_m(t)] + B_f f(t) \quad (16)$$

式中: $f(t) \in R^q$ 为所发生的故障; B_f 为适当维数的矩阵。本文将考虑的故障函数模型如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = A_f x_f(t) + B_0 f_0 \\ f(t) = C_f x_f(t) \end{cases} \quad (17)$$

式中: $x_f(t) \in R^n$ 为故障模型的状态; A_f 、 B_0 和 C_f 为根据先验知识获得的已知故障的系数矩阵; $f_0(t) = \sum_{i=1}^n \beta_i \delta(t-t_{fi})$ 为脉冲函数, 其中 t_{fi} 为发生故障的时刻, β_i 决定了故障的大小。

当系统发生故障时, 设计非脆弱控制器如下:

$$u(t) = -(k+\Delta k)[x_m(t)-x_s(t)] + B_f \hat{f}(t) \quad (18)$$

式中: $\hat{f}(t)$ 为故障 $f(t)$ 的估计。

$\hat{f}(t)$ 通过如下系统方程给出:

$$\begin{bmatrix} \Gamma_1 & \Gamma_2 & P_1 A_1 & P_1 A_2 & \cdots & P_1 A_N \\ * & \Gamma_3 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ * & * & -S_1 & 0 & \cdots & 0 \\ * & * & * & -S_2 & \cdots & 0 \\ * & * & * & * & \cdots & 0 \\ * & * & * & * & * & -S_N \\ * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \end{bmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma_1 = A^T P_1 + K^T P_1 + P_1 A + P_1 K + \sum_{i=1}^n S_i + (\delta^2 + 1) I_1 \\ \Gamma_2 = -K_1^T P_2 + P_1 B_f C_f \\ \Gamma_3 = A_f^T P_2 + P_2 A_f + \sum_{i=1}^n S_i + (\delta^2 + 1) I_2 \end{array} \right. \quad (23)$$

则主从同步误差增广系统即式(21)渐近稳定且达到同步, 满足如下性能指标:

$$J = \int_0^\infty [E^T(t) E(t) - \gamma^2 \bar{\omega}^T(t) \bar{\omega}(t)] dt \quad (24)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = A_f \hat{x}_f(t) + v(t) \\ \hat{f}(t) = C_f \hat{x}_f(t) \\ v(t) = K_1 [x_m(t) - x_s(t)] \end{cases} \quad (19)$$

式中: $\hat{x}_f(t) \in R^n$ 为故障函数模型的估计状态; K_1 为待设计的补偿器增益矩阵; $v(t)$ 为故障的补偿部分。

令 $e_f(t) = x_f(t) - \hat{x}_f(t)$, 则同步误差系统可以表示为:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= (A + K + \Delta K) e(t) + \sum_{i=1}^N A_i e(t-\tau_i) + B[g(x_m(t))] - g[x_s(t)] - D\omega(t) + B_f C_f e_f \\ \dot{e}_f(t) &= A_f e_f(t) - K_1 e(t) + B_0 f_0 \end{aligned} \quad (20)$$

由式(20)得到闭环增广系统为:

$$E(t) = (\bar{A} + \bar{K}) E(t) + \sum_{i=1}^N \bar{A}_i H E(t-\tau_i) + \bar{B}[g(x_m(t)) - g[x_s(t)] - \bar{D}\bar{\omega}(t)] \quad (21)$$

$$\text{式中: } E(t) = \begin{bmatrix} e(t) \\ e_f(t) \end{bmatrix}; \bar{A} = \begin{bmatrix} A + K & B_f C_f \\ -K_1 & A_f \end{bmatrix}; \bar{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; H = [I \quad 0]; \bar{D} = \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & -B_0 \end{bmatrix}; \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}; \bar{\omega}(t) = \begin{bmatrix} \omega(t) \\ f_0 \end{bmatrix}; \bar{N} = [N \quad 0]; \bar{M} = \begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix}; \bar{K} = \begin{bmatrix} \Delta K & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

定理3 当主系统出现故障时, 采用鲁棒非脆弱控制器即式(18)。如果存在正定对称矩阵 P_i 、 S_i ($i=1, 2$)、矩阵 Y_i ($i=1, 2$), 则闭环增广系统即式(21)满足如下矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} N^T & P_1 M & P_1 B & -P_1 D & 0 \\ * & -\varepsilon^{-1} I & * & * & \\ * & * & -\varepsilon I & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I_1 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I_2 \end{bmatrix} < 0 \quad (22)$$

令 $P_1 K = Y_1$ 、 $P_2 K_1 = Y_2$, 可得非脆弱控制器和故障补偿器增益分别为 $K = P_1^{-1} Y_1$ 、 $K_1 = P_2^{-1} Y_2$ 。

当 $\omega(t) \neq 0$ 时, 存在正定对称矩阵 P_i 、 S_i ($i=1, 2$), 建立 Lyapunov 函数, 令:

$$I = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}, S_i = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} P_1 & \\ & P_2 \end{bmatrix}.$$

考虑泛函性能指标, 有:

$$J = \int_0^\infty \begin{bmatrix} E(t) \\ E(t-\tau_1) \\ \vdots \\ E(t-\tau_N) \\ \bar{\omega}(t) \end{bmatrix}^T \boldsymbol{\Phi} \begin{bmatrix} E(t) \\ E(t-\tau_1) \\ \vdots \\ E(t-\tau_N) \\ \bar{\omega}(t) \end{bmatrix} dt \quad (25)$$

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \Psi & P\bar{A}_1 & P\bar{A}_2 & \cdots & P\bar{A}_N & -P\bar{D} \\ * & S_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ * & * & S_2 & \cdots & 0 & 0 \\ * & * & * & \cdots & 0 & 0 \\ * & * & * & * & S_N & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \quad (26)$$

由定理 3 可知, 利用 Schur 补引理对矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 分解, 使得 $\boldsymbol{\Phi} < 0$ 成立, 于是得到同步误差系统渐近稳定, 并满足指定的性能指标。

4 仿真算例

带有扰动的两步时滞混沌 Rossler 主从系统的表达式为:

$$\begin{cases} \dot{x}_m = Ax_m(t) + \sum_{i=1}^N A_i x_m(t-\tau_i) + Bg[x_m(t)] + d \\ \dot{x}_s = Ax_s(t) + \sum_{i=1}^N A_i x_s(t-\tau_i) + Bg[x_s(t)] + d + D\omega(t) + u \end{cases}$$

式中: $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}$; $A_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$;
 $A_2 = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ x_{s_1} x_{s_3} \end{bmatrix}$; $D = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix}$; $d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.3 \end{bmatrix}$ 。

在初始值为 $(0.2, 0.5, 0.2)$ 时, 多时滞 Rossler 系统的混沌特性如图 1 所示。

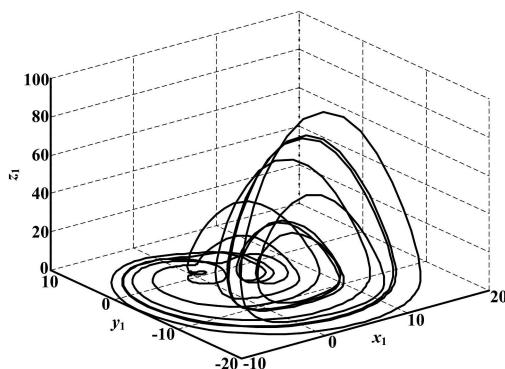


图 1 多时滞 Rossler 系统的混沌三维相图

Fig. 1 Three-dimensional phase diagram of the Rossler system with multiple time delay

当系统未发生故障时, 取 $\gamma = 0.6, \delta = 2$, 由定理 2 可知:

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} 16.2102 & -5.1503 & 0.1510 \\ -5.1503 & -25.2560 & -0.4137 \\ 0.1510 & -0.4137 & -7.4893 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} -138.0828 & -13.5280 & 6.1647 \\ -13.8801 & -177.8311 & -3.4096 \\ 9.5055 & -5.7254 & -137.6381 \end{bmatrix}$$

由 $\boldsymbol{K} = \boldsymbol{P}^{-1} \boldsymbol{Y}$ 可得控制器增益为:

$$\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} -9.2804 & -3.3040 & 0.0751 \\ -2.4266 & -7.7355 & -0.4211 \\ 0.9480 & -1.2584 & -18.3997 \end{bmatrix} \quad (27)$$

当系统发生故障且出现扰动时, 故障模型系数矩阵如下:

$$\boldsymbol{A}_f = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{B}_f = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{B}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{C}_f = [0 \ 1 \ 0]。$$

$$f_0(t) = \sum_{i=1}^n \beta_i \delta(t-t_{fi}) \quad (28)$$

式中: $\beta = 5$; t_f 为故障开始时间。这里取 $t_f = 5$ s, 发生故障时的故障信号曲线如图 2 所示。

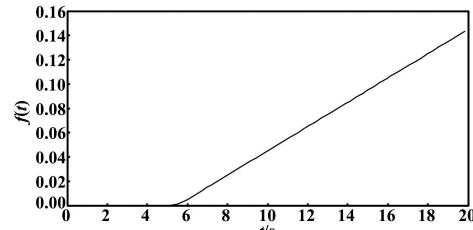


图 2 故障信号曲线

Fig. 2 Fault signal curve

参考文献[9]仅考虑了混沌系统发生故障的情况, 而混沌系统在实际应用中经常会受到外界干扰的影响。当系统出现干扰时, 利用文献[9]所设计的控制器得到的误差系统状态曲线如图 3 所示。

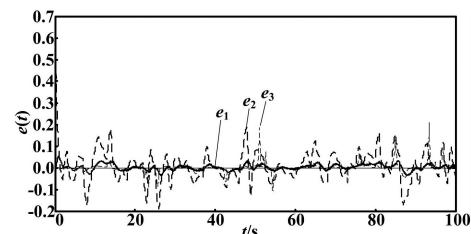


图 3 误差系统状态曲线

Fig. 3 The curves of system error state

从图 3 可知, 当系统有扰动和控制器不能精确实现时, 文献[9]的控制器使混沌主从误差系统出现很

大的振荡, 同步系统不稳定。

若采用文中容错控制, 由定理 3 可知:

$$\begin{aligned} P_1 &= \begin{bmatrix} 16.3883 & -5.4767 & -0.1429 \\ -5.4767 & 21.4067 & -0.5589 \\ -0.1429 & -0.5589 & 6.8833 \end{bmatrix} \\ P_2 &= \begin{bmatrix} 5.1727 & 0 \\ 0 & 89.6334 \end{bmatrix} \\ Y_1 &= \begin{bmatrix} -131.5257 & -6.9888 & 7.4549 \\ -10.9031 & -154.0209 & -3.9237 \\ 7.4789 & -3.8116 & -127.4437 \end{bmatrix} \\ Y_2 &= \begin{bmatrix} 0.0621 & -0.0093 & -0.0672 \\ 327.7625 & -109.5320 & -2.8593 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

由此可知 P_1, P_2 为对称正定矩阵。由 $K = P_1^{-1}Y_1$ 、
 $K_1 = P_2^{-1}Y_2$, 得控制器增益为:

$$\left\{ \begin{array}{l} K = \begin{bmatrix} -8.9492 & -3.1198 & 0.0763 \\ 2.7813 & -8.0263 & 0.6485 \\ -0.6749 & -1.2702 & -18.5659 \end{bmatrix} \\ K_1 = \begin{bmatrix} 0.0120 & -0.0018 & -0.0130 \\ 3.6567 & -1.2220 & -0.0319 \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

在系统有故障和干扰情况下, 主从混沌系统采用容错控制方案, 得到主从系统误差曲线如图 4 所示。

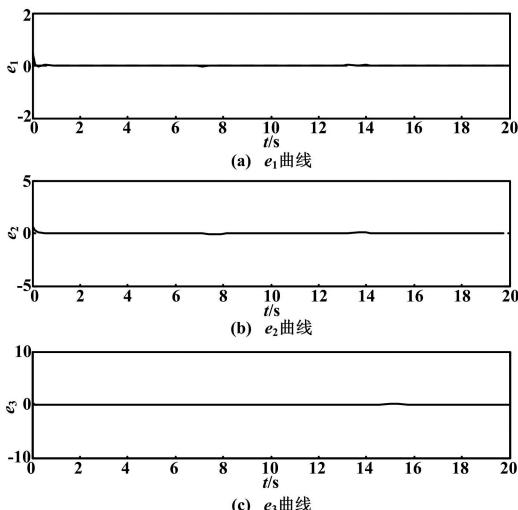


图 4 误差曲线

Fig. 4 The error curves

从图 4 可以看到, 当故障发生时, 本文提出的鲁棒非脆弱容错同步方法可以使混沌主从同步系统完全达

到同步。

5 结束语

对于一类具有多时滞受外部噪声干扰的混沌系统, 考虑到控制器在实际应用中不能精确实现, 提出了鲁棒非脆弱控制器的设计方法。针对系统发生故障, 提出了容错控制方案并给出了系统故障的估计方法。运用 Lyapunov 稳定性理论和线性矩阵不等式 (linear matrix inequality, LMI) 技术, 设计的控制器不仅能保证主从系统的渐近同步, 而且还确保了对外部干扰的抑制作用。最后通过仿真算例验证了所提方法的有效性。

参考文献

- [1] 王树彬, 王执铨. 时滞混沌系统的混沌同步容错控制设计方法 [J]. 系统仿真学报, 2009, 21(23): 7531–7535.
- [2] Kim J H, Hyun C H, Kim E. Adaptive synchronization of uncertain chaotic systems based on T-S fuzzy model [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2007, 15(3): 359–369.
- [3] Cao J D, Daniel W C H, Yang Y Q. Projective synchronization of a class of delayed chaotic systems via impulsive control [J]. Physics Letters A, 2009, 373(35): 3128–3133.
- [4] Santoboni G, Pogromsky A Y, Nijmeijer H. An observer for phase synchronization of chaos [J]. Physics Letters A, 2001, 291(4–5): 265–273.
- [5] Yau H T, Shieh C S. Chaos synchronization using fuzzy logic controller [J]. Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2008, 9(4): 1800–1810.
- [6] Ren H P, Liu D. Synchronization of chaos using radial basis functions neural networks [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2007, 18(1): 83–88, 100.
- [7] Yassen M T. Adaptive chaos control and synchronization for uncertain new chaotic dynamical system [J]. Physics Letters A, 2006, 350(1–2): 36–43.
- [8] Tang F. An adaptive synchronization strategy based on active control for demodulating message hidden in chaotic signals [J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2008, 37(4): 1090–1096.
- [9] 张化光, 马大中, 王占山, 等. 一类多时滞混沌系统的主从容错同步 [J]. 物理学报, 2010, 59(1): 147–156.
- [10] Keel L H, Bhaattra charya S P. Robust fragile or optimal [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1997, 42(8): 1098–1105.
- [11] 付兴建, 刘小河, 管萍, 等. 多时滞非线性系统的鲁棒非脆弱 H_∞ 控制 [J]. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2011, 39(4): 69–72.