

文章编号: 1001-0920(2012)11-1756-05

机器人系统输出反馈重复学习轨迹跟踪控制

田慧慧, 苏玉鑫

(西安电子科技大学 机电工程学院, 西安 710071)

摘要: 针对高度非线性多关节机器人的轨迹跟踪问题, 提出一类输出反馈重复学习控制算法, 使得在只有位置信息可测以及模型信息不确定的条件下即能获得良好的控制品质. 非线性滤波器的引入解决了现实中速度信号较难获得的问题, 重复学习控制策略实现了对周期性参考输入的渐近稳定跟踪. 应用Lyapunov直接稳定性理论证明了闭环系统的全局渐近稳定性. 三自由度机器人系统数值仿真结果表明了所提出的输出反馈重复学习控制的有效性.

关键词: 机器人控制; 轨迹跟踪; 输出反馈; 重复学习控制; 全局渐近稳定性

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Global asymptotic stable repetitive output feedback tracking control of robot manipulators

TIAN Hui-hui, SU Yu-xin

(School of Electro-Mechanical Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China. Correspondent: TIAN Hui-hui, E-mail: yezifairy@163.com)

Abstract: An output feedback repetitive control(ORC) method is developed for the trajectory tracking control of robot manipulators with model uncertainty. Despite the fact that only link position is available, the proposed controller obtains favorable performance. A nonlinear filter is utilized in the controller development to remove the requirement of link velocity measurement. The repetitive control strategy ensures that the link position globally asymptotically tracks the desired periodic reference signals. The global asymptotic stability of the resulting closed-loop system is proved by using the Lyapunov's direct method. Simulation results on a three degree-of-freedom robot show the effectiveness of the proposed scheme.

Key words: robot control; tracking control; output feedback; repetitive control; global asymptotic stability

1 引言

机器人系统是一个高度非线性、强耦合的动力学系统, 其高精度轨迹跟踪控制问题是多年来的研究重点. 纵观已有方法, 非线性机器人轨迹跟踪控制器主要分为两大类: 基于状态反馈的控制器^[1-2]和基于输出反馈的控制器^[3-7]. 从实践的角度看, 目前大部分实用机器人系统可以通过高精度位置检测装置获得精确的位置信息, 而速度信息的获得除易受到噪声的干扰之外, 附加的测速传感器也会增加机器人系统的成本, 而且使其变得臃肿, 降低了系统的可靠性^[3-4]. 因此, 基于机器人关节位置测量的输出反馈轨迹跟踪控制一直是机器人学与自动化领域的研究热点.

重复学习控制作为机器人系统高精度运动的有效控制策略, 近年来受到越来越多学者的关注^[8-11].

该控制方案能够精确跟踪周期性参考输入和抑制周期性扰动, 而且算法实现不需要精确已知系统动力学模型. Kasac等^[8]提出的一类基于无源性设计的重复学习控制策略, 保证了闭环系统对模型不确定性和外扰的鲁棒性, 并且获得了较快的收敛速度. 文献^[9-10]将自适应技术引入传统的重复学习控制, 形成了一类混合学习控制方案, 具有更强的学习能力, 获得了更好的跟踪效果. 上述控制方案的设计均假设位置和速度信号可直接测得. 然而大部分实用机器人受重量和成本的限制没有安装测速传感器, 速度信号一般通过直接对位置信号进行微分来获得. 这样得到的速度信号往往掺杂较大的测量噪声, 容易引起系统颤振. 因此, 以上基于状态反馈的控制器具体实现较为困难.

收稿日期: 2011-05-10; 修回日期: 2011-07-17.

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金项目.

作者简介: 田慧慧(1987-), 女, 博士生, 从事机器人控制与学习控制的研究; 苏玉鑫(1969-), 男, 教授, 博士生导师, 从事机器人控制与自动化等研究.

本文利用非线性滤波器, 形成一种输出反馈重复学习控制算法. 整个控制算法只基于位置测量信息即可实现且不需要精确已知系统的动力学模型, 因而这种控制器结构简单可靠, 易于工程实现. 对所设计的输出反馈重复学习控制系统的 Lyapunov 稳定性进行了分析, 通过对三自由度机器人系统的数值仿真研究, 验证了本文方法的有效性.

2 机器人系统动力学模型与特性

含 n 自由度旋转关节的非线性机器人系统的动力学模型可描述为^[7]

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D\dot{q} + g(q) = \tau. \quad (1)$$

其中: $q, \dot{q}, \ddot{q} \in \mathbf{R}^n$ 分别为关节位置、速度和加速度矢量; $M(q) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为对称正定惯性矩阵; $C(q, \dot{q}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为哥氏力和离心力矩阵; $D \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为各关节线性阻尼摩擦系数矩阵; $g(q) \in \mathbf{R}^n$ 为重力矢量; $\tau \in \mathbf{R}^n$ 为控制力矩矢量.

非线性机器人系统 (1) 通常具有如下结构特性.

特性 1^[2,5,7-8,10] 惯性矩阵 $M(q)$ 对称正定且有界, 即

$$\lambda_m(M)\|\xi\|^2 \leq \xi^T M(q)\xi \leq \lambda_M(M)\|\xi\|^2, \forall \xi \in \mathbf{R}^n. \quad (2)$$

其中: $\lambda_M(\cdot)$ 和 $\lambda_m(\cdot)$ 分别表示对称正定矩阵的最大和最小特征值, $\|\cdot\|$ 表示标准的欧几里得范数.

特性 2^[5,7-8,10] $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ 为反对称矩阵, 即

$$\xi^T (\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q}))\xi = 0, \forall q, \dot{q}, \xi \in \mathbf{R}^n. \quad (3)$$

特性 3^[7] 线性阻尼矩阵 D 为对角正定矩阵且有界, 即

$$d_1 I \leq D \leq d_2 I. \quad (4)$$

其中: d_1 和 d_2 为已知的正常数, I 为相应维数的单位矩阵.

特性 4^[5,7,10] 哥氏力和离心力矩阵 $C(q, \dot{q})$ 满足如下关系:

$$C(q, \xi)v = C(q, v)\xi, \forall q, \xi, v \in \mathbf{R}^n, \quad (5)$$

$$\|C(q, \dot{q})\| \leq \zeta_{c1}\|\dot{q}\|, \forall q, \dot{q} \in \mathbf{R}^n, \quad (6)$$

其中 ζ_{c1} 为正常数.

为便于分析, 首先定义矢量 $\text{Tanh}(\cdot) \in \mathbf{R}^n$ 和正定对角矩阵 $\text{Sech}(\cdot) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为

$$\text{Tanh}(\xi) = [\tanh(\xi_1), \dots, \tanh(\xi_n)]^T, \quad (7)$$

$$\text{Sech}(\xi) = \text{diag}(\text{sech}(\xi_1), \dots, \text{sech}(\xi_n)). \quad (8)$$

其中: $\xi = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n]^T \in \mathbf{R}^n$, $\text{diag}(\cdot)$ 为对角矩阵, $\tanh(\cdot)$ 和 $\text{sech}(\cdot) \in \mathbf{R}$ 分别为双曲正切和双曲正割函数. 由式 (8), 可以得到

$$\lambda_M(\text{Sech}^2(\xi)) = 1. \quad (9)$$

特性 5^[7] 对于任意的 $\xi, v \in \mathbf{R}^n$, 存在正的常数 ζ_m, ζ_g 和 ζ_{c2} , 使得下式成立:

$$\|M(\xi) - M(v)\| \leq \zeta_m \|\text{Tanh}(\xi - v)\|,$$

$$\|g(\xi) - g(v)\| \leq \zeta_g \|\text{Tanh}(\xi - v)\|,$$

$$\|C(\xi, \dot{q}) - C(v, \dot{q})\| \leq \zeta_{c2} \|\dot{q}\| \|\text{Tanh}(\xi - v)\|. \quad (10)$$

3 控制器设计

周期为 T 的 C^2 光滑的连续参考输入 $q_d(t)$ 可以表示为如下傅里叶级数形式^[8]:

$$q_d(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\bar{N}} [a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)]. \quad (11)$$

其中: $\omega = (2\pi/T)$ 为基频; \bar{N} 为谐波分量的项数; a_0, a_k 和 b_k 分别为已知常矢量.

对于 C^2 光滑的连续期望轨迹 $q_d(t)$, 定义关节位置和速度误差 $e(t), \dot{e}(t) \in \mathbf{R}^n$ 分别为

$$e = q_d - q, \dot{e} = \dot{q}_d - \dot{q}. \quad (12)$$

本文考虑设计一个输出反馈重复学习控制器, 使得非线性机器人系统能够渐近稳定地跟踪周期性期望轨迹.

3.1 输出反馈重复学习控制律

为了方便控制器的设计, 本文定义滤波跟踪误差 $\eta \in \mathbf{R}^n$ 为

$$\eta = \dot{e} + \text{Tanh}(e) + \text{Tanh}(v). \quad (13)$$

其中: \dot{e} 和 $\text{Tanh}(\cdot)$ 分别如式 (12) 和 (7) 所示, $v \in \mathbf{R}^n$ 为具有如下动力学特性的辅助滤波矢量^[12]:

$$\begin{cases} \dot{v} = -\text{Sech}^{-2}(v)(k_0\eta - \text{Tanh}(e) + \text{Tanh}(v)), \\ v(0) = 0. \end{cases} \quad (14)$$

其中: k_0 为恒定正的常数, $\text{Sech}(\cdot)$ 为如式 (8) 所示的对角矩阵.

基于对实用机器人运动精度和实现的难易程度的考虑, 本文提出如下的输出反馈重复学习控制律:

$$\tau = \text{Tanh}(e) - k_0 \text{Tanh}(v) - K_I z_0 - \sum_{k=1}^N Q_k \dot{z}_k,$$

$$\ddot{z}_k + k^2 \omega^2 z_k = -Q_k \eta,$$

$$\dot{z}_0 = -\eta. \quad (15)$$

其中: k_0 如式 (14) 所定义, K_I 和 Q_k ($k = 1, 2, \dots, N$) 为 $n \times n$ 的常正定对角矩阵, ω 如式 (11) 所定义, N 为谐振子的个数.

对于 C^2 光滑的连续期望轨迹 $q_d(t)$, 期望速度 \dot{q}_d 和期望加速度 \ddot{q}_d 的范数存在上界, 分别记为 $\|\dot{q}_d\|_M$ 和 $\|\ddot{q}_d\|_M$. 控制律 τ 的前两项为输出反馈项, 后两项代表可以产生周期性参考信号 $q_d(t)$ 以及由机器人非

线性动态特性所引起的高次谐波的内模. 根据内模原理, 闭环系统在 $N \geq \bar{N}$ 时可获得较好的跟踪效果^[8].

注 1 由式 (13)~(15) 可见, 似乎需要速度信息才能实现所提出的控制律; 但在稳定性分析之后, 本文将详细说明所提出的控制律能够只基于位置测量便可实现.

3.2 闭环系统误差方程

为便于分析, 首先定义函数

$$f(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d) = M(q_d)\ddot{q}_d + C(q_d, \dot{q}_d)\dot{q}_d + D\dot{q}_d + g(q_d), \quad (16)$$

该函数为周期函数, 具有与式 (11) 所定义的 $q_d(t)$ 相同的基频, 且可以用无限傅里叶级数展开为

$$f(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d) = \bar{a}_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [\bar{a}_k \cos(k\omega t) + \bar{b}_k \sin(k\omega t)], \quad (17)$$

其中 \bar{a}_0 , \bar{a}_k 和 \bar{b}_k 为未知常矢量.

引入变量 $\tilde{z}_k = z_k^* - z_k$, $k = 0, 1, \dots, N$, 其中

$$\begin{aligned} z_0^* &= -K_I^{-1}\bar{a}_0, \\ z_k^* &= k^{-1}\omega^{-1}Q_k^{-1}[\bar{b}_k \cos(k\omega t) - \bar{a}_k \sin(k\omega t)]. \end{aligned} \quad (18)$$

将式 (13) 对时间求微分, 并将其两侧同时乘以 $M(q)$, 代入由式 (1) 求得的 $M(q)\dot{q}$, 可得

$$\begin{aligned} M(q)\dot{\eta} &= M(q)\ddot{q}_d + C(q, \dot{q})\dot{q} + D\dot{q} + g(q) - \tau + \\ &M(q)\text{Sech}^2(e)\dot{e} + M(q)\text{Sech}^2(v)\dot{v}. \end{aligned} \quad (19)$$

将式 (14) 代入 (19), 有

$$\begin{aligned} M(q)\dot{\eta} &= M(q)\ddot{q}_d + C(q, \dot{q})\dot{q} + D\dot{q} + g(q) - \tau + \\ &M(q)\text{Sech}^2(e)\dot{e} - k_0M(q)\eta + \\ &M(q)(\text{Tanh}(e) - \text{Tanh}(v)). \end{aligned} \quad (20)$$

将式 (15), (17) 和 (18) 代入 (20), 并应用式 (12) 和 (13), 得到以 η 表示的闭环系统的动力学方程为

$$\begin{aligned} M(q)\dot{\eta} &= -C(q, \dot{q})\dot{\eta} - k_0M(q)\eta - K_I\tilde{z}_0 - \\ &\sum_{k=1}^N Q_k\dot{\tilde{z}}_k + \chi + \tilde{Y} + k_0\text{Tanh}(v) - \\ &\text{Tanh}(e) + \bar{\omega}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\ddot{\tilde{z}}_k + k^2\omega^2\tilde{z}_k = Q_k\eta, \quad (22)$$

$$\dot{\tilde{z}}_0 = \eta. \quad (23)$$

其中: $\chi(e, v, \eta, t)$, $\tilde{Y}(e, v, \eta, t) \in \mathbf{R}^n$ 以及 $\bar{\omega}$ 分别定义如下:

$$\begin{aligned} \chi &= M(q)\text{Sech}^2(e)(\eta - \text{Tanh}(e) - \text{Tanh}(v)) + \\ &M(q)(\text{Tanh}(e) - \text{Tanh}(v)) + \\ &C(q, \dot{q}_d + \text{Tanh}(e) + \text{Tanh}(v))(\text{Tanh}(e) + \\ &\text{Tanh}(v)) + C(q, \dot{q}_d)(\text{Tanh}(e) + \text{Tanh}(v)) - \end{aligned}$$

$$C(q, \eta)(\dot{q}_d + \text{Tanh}(e) + \text{Tanh}(v)), \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Y} &= M(q)\ddot{q}_d + C(q, \dot{q}_d)\dot{q}_d + D\dot{q} + g(q) - \\ &f(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d), \end{aligned} \quad (25)$$

$$\bar{\omega} = \sum_{k=N+1}^{\infty} [\bar{a}_k \cos(k\omega t) + \bar{b}_k \sin(k\omega t)]. \quad (26)$$

注 2 应用期望跟踪轨迹有界和非线性机器人系统的特性 1~特性 5, 可以很容易证明, 式 (24) 和 (25) 所示的 $\chi(\cdot)$ 和 $\tilde{Y}(\cdot)$ 具有如下的上界:

$$\|\chi\| \leq \xi_1 \|z\|, \quad (27)$$

$$\|\tilde{Y}\| \leq \xi_2 \|z\|. \quad (28)$$

其中: ξ_1 与 ξ_2 为依赖于机器人系统和期望跟踪轨迹的正的常数, $z \in \mathbf{R}^{3n}$ 定义为

$$z = [\text{Tanh}^T(e) \quad \text{Tanh}^T(v) \quad \eta^T]^T. \quad (29)$$

3.3 稳定性分析

对于所提出的输出反馈重复学习控制律 (13)~(15), 有如下的定理.

定理 1 对于给定的非线性机器人系统 (1), 如果选择控制器的增益满足如下充分条件:

$$k_0 = \frac{1}{\lambda_m(M)}(1 + k_c(\xi_1 + \xi_2)^2), \quad k_c > 1, \quad (30)$$

则输出反馈重复学习控制 (13)~(15) 可保证 $\bar{\omega} = 0$ (即 $N \rightarrow \infty$) 时的闭环系统的位置和速度跟踪误差全局渐近收敛, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} e, \dot{e} = 0$.

式 (30) 中 $\lambda_m(M)$, ξ_1 和 ξ_2 分别为如式 (2), (27) 和 (28) 所示的正常数.

证明 应用 Lyapunov 直接方法来证明上述定理. 为此, 提出如下的候选 Lyapunov 函数:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2}\eta^T M(q)\eta + \sum_{i=1}^n \ln(\cosh(e_i)) + \frac{1}{2}\tilde{z}_0^T K_I \tilde{z}_0 + \\ &\frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \dot{\tilde{z}}_k^T \dot{\tilde{z}}_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N k^2 \omega^2 \tilde{z}_k^T \tilde{z}_k + V_0. \end{aligned} \quad (31)$$

其中: e_i 为式 (12) 所定义的位置跟踪误差矢量 e 的第 i 个分量, $\ln(\cdot)$ 和 $\cosh(\cdot) \in \mathbf{R}$ 分别为自然对数和双曲余弦函数, V_0 定义如下^[12]:

$$\begin{aligned} V_0 &= \int_0^v \text{Sech}^2(\sigma)\text{Tanh}^T(\sigma)d\sigma = \\ &\sum_{i=1}^n \int_0^{v_i} \text{sech}^2(\sigma_i) \tanh(\sigma) d\sigma. \end{aligned} \quad (32)$$

由双曲正割函数和双曲正切函数的性质以及函数积分的性质可以很容易证明式 (32) 所定义的 V_0 关于 v 是正定的.

因为 $\ln(\cosh(\cdot))$ 是一个径向无界的正定函数, 且 $\ln(\cosh(0)) = 0$ 成立, 再结合 V_0 的正定性可知, 式 (31) 所定义的 Lyapunov 函数是关于 $e, \eta, v, \tilde{z}_0, \dot{\tilde{z}}_k, \tilde{z}_k$ ($k = 1, 2, \dots, N$) 正则正定的.

式 (31) 所示的 Lyapunov 函数沿闭环系统轨迹的微分为

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \eta^T M(q)\dot{\eta} + \frac{1}{2}\eta^T \dot{M}(q)\eta + \text{Tanh}(e)^T \dot{e} + \\ & \text{Tanh}^T(v)\text{Sech}^2(v)\dot{v} + \dot{z}_0^T K_I \dot{z}_0 + \\ & \sum_{k=1}^N \dot{z}_k^T \ddot{z}_k + \sum_{k=1}^N k^2 \omega^2 \dot{z}_k^T \dot{z}_k. \end{aligned} \quad (33)$$

将由式 (21) 求得的 $M(q)\dot{\eta}$ 和由式 (22), (23) 求得的 \ddot{z}_k 和 \dot{z}_0 以及式 (14) 代入 (33), 并利用特性 2, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \text{Tanh}^T(e)\dot{e} - \eta^T \text{Tanh}(e) - \\ & \text{Tanh}^T(v)\text{Tanh}(v) + \text{Tanh}^T(v)\text{Tanh}(e) - \\ & k_0 \eta^T M(q)\eta + \eta^T [\chi + \tilde{Y}]. \end{aligned} \quad (34)$$

对于式 (34) 应用 (13), 有

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\text{Tanh}^T(e)\text{Tanh}(e) - \text{Tanh}^T(v)\text{Tanh}(v) - \\ & k_0 \eta^T M(q)\eta + \eta^T [\chi + \tilde{Y}]. \end{aligned} \quad (35)$$

将式 (27) 和 (28) 所示的 χ 和 \tilde{Y} 的上界以及 (30) 代入 (35), 则 \dot{V} 的上界可表示为

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\|\text{Tanh}(e)\|^2 - \|\text{Tanh}(v)\|^2 - \|\eta\|^2 - \\ & [k_c(\xi_1 + \xi_2)^2 \|\eta\|^2 - (\xi_1 + \xi_2)\|\eta\|\|z\|]. \end{aligned} \quad (36)$$

利用三角不等式将最后一项展开, \dot{V} 的最终上界可表示为

$$\dot{V} \leq -\|z\|^2 + \frac{1}{k_c}\|z\|^2. \quad (37)$$

选择 k_c 满足式 (30) 所示的充分条件, 式 (37) 可重写为

$$\dot{V} \leq -\beta\|z\|^2, \quad (38)$$

其中 β 为某个正常数.

由式 (38) 可知 $\dot{V} < 0$. 因此, 可以得到: 式 (32) 所定义的 Lyapunov 函数 V 是正则正定的, 其沿闭环系统轨迹的微分 \dot{V} 是负定的. 事实上, $\dot{V} \equiv 0$ 意味着 $\text{Tanh}(e) \equiv 0$, $\text{Tanh}(v) \equiv 0$ 和 $\eta = 0$. 由式 (13) 和标准双曲正切函数的定义, 很容易获得 $\dot{e} \equiv 0$ 和 $e \equiv 0$. 因此, 根据 Lyapunov 直接方法可知, 对于任意的初始状态 $(q(0), \dot{q}(0))$, 当时间 $t \rightarrow \infty$ 时, $e(t) \rightarrow 0$, $\dot{e}(t) \rightarrow 0$. \square

注 3 上述过程证明了 $\bar{\omega} = 0$ 时闭环系统的全局渐近稳定性, 即当 $N \rightarrow \infty$ 时, 所提出的输出反馈重复学习控制达到了无穷维理想重复学习控制器的跟踪效果, 闭环系统实现了渐近稳定跟踪; 但对于实际系统而言, N 只能取确定的常数, 使得 $\bar{\omega} \neq 0$, 此时可以把 $\bar{\omega}$ 看作外部扰动. 实际系统中还存在其他如非线性摩擦等未建模非线性和外部扰动, 这些不确定性将会对系统的高精度运动控制和稳定性产生负面影响. 而三自由度非线性机器人系统的数值仿真结果可以验证本文所提出的 ORC 控制使得闭环系统对外部

扰动具有良好的鲁棒性.

注 4 注意到式 (14) 和 (15) 所示的控制律并不需要直接计算 v , 而只需计算 $\text{Tanh}(v)$, 因此, 引入一个新的矢量 $r = \text{Tanh}(v)$, $r \in \mathbf{R}^n$.

利用近似微分技术, r (即 $\text{Tanh}(v)$) 可只利用 e , 具体计算如下^[12]:

$$\begin{cases} r = p - k_0 e, \\ \dot{p} = -(k_0 - 1)\text{Tanh}(e) - (k_0 + 1)r, \\ p(0) = k_0 e(0), \end{cases} \quad (39)$$

其中 $p \in \mathbf{R}^n$ 为一个新的辅助中间变量.

4 仿真分析

三自由度机器人系统的轨迹跟踪数值仿真结果进一步验证了所提出的 ORC 控制的有效性. 机器人系统的动力学模型详见文献 [13]. 采用国际标准单位. 假设机器人连杆质量均匀分布, 系统参数的具体数值如表 1 所示.

表 1 机器人系统参数

含义	符号	数值	单位
杆 1 的长度	l_1	0.297	m
杆 2 的长度	l_2	0.297	m
杆 1 的质量	m_1	0.38	kg
杆 2 的质量	m_2	0.34	kg
杆 1 的惯量	I_1	0.243×10^{-3}	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
杆 2 的惯量	I_2	0.068×10^{-3}	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
杆 3 的惯量	I_3	0.015×10^{-3}	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
重力加速度	g	9.8	m/s^2

在仿真中考虑了非线性库伦摩擦力 $d(d = [0.1\text{sgn}(\dot{q}_1) \ 0.1\text{sgn}(\dot{q}_2) \ 0.1\text{sgn}(\dot{q}_3)]^T)$ 的影响. 采样周期为 $T = 1 \text{ ms}$. 期望的周期性跟踪轨迹 (单位 rad) 为

$$q_{dj} = \frac{1}{2j} + \frac{1}{4} \sum_{k=1}^3 \frac{j}{jk+1} \sin\left(k\omega t + \frac{\pi j}{2k}\right). \quad (40)$$

所提出的输出反馈重复学习控制器的参数确定为: $k_0 = 6.0$, $K_I = \text{diag}(15, 12, 8)$, $Q_k = \text{diag}(3, 0.5, 0.3)$, $k = 1, \dots, 12$ (即谐振子的个数 $N = 12$). 系统的初值取为 $q(0) = (0.7, 0.4, 0.1)^T$, $\dot{q}(0) = (0, 0, 0)^T$.

图 1 为机器人系统的实际位置与期望位置的比较. 由图 1 可以看出, 在经过一个短暂的过度过程后, 实际轨迹能够很好地跟踪期望轨迹.

为了进一步说明所提出的输出反馈重复学习控制的良好控制品质, 仿真对比了输出反馈饱和 PD+ (OSPD+) 控制. 该 PD+ 控制的控制律为

$$\begin{aligned} \tau = & \text{Tanh}(e) - k_0 \text{Tanh}(v) + M(q_d)\ddot{q}_d + \\ & C(q_d, \dot{q}_d)\dot{q}_d + D\dot{q}_d + g(q_d), \end{aligned} \quad (41)$$

其中 v 的定义与式 (14) 相同. 为了体现比较的公平性, OSPD+ 采用与所提出的输出反馈重复学习控制相同的参数, 系统的初值也相同. OSPD+ 与 ORC 控

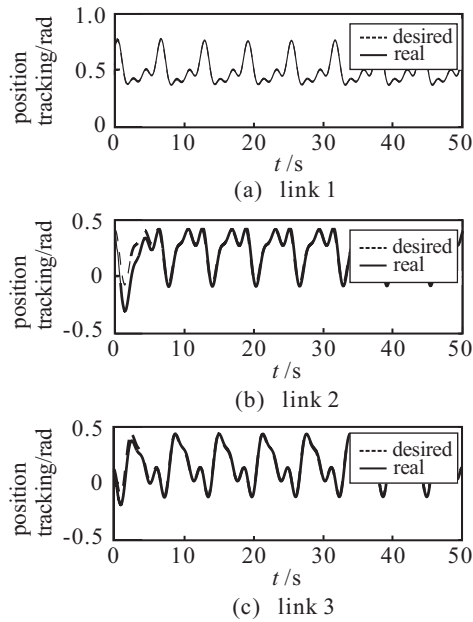


图 1 机器人期望轨迹与实际位置

制的位置误差如图 2 所示. 由图 2 可见, 在 $\bar{\omega} \neq 0$ 时 ORC 依然获得了较好的稳态跟踪效果. 随着时间的延长其跟踪误差有下降的趋势, 即下一个周期相比于前一个周期具有更好的跟踪性能, 这体现了重复学习控制的优越性. 另外由控制律可以看出, 所提出的 ORC 控制不需要基于系统的模型, 这与需要完全已知系统模型信息的 OSPD+ 控制相比, 更易于工程实现.

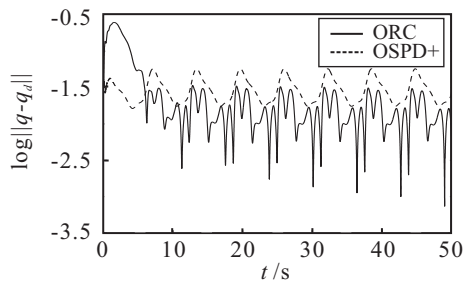


图 2 ORC 与 OSPD+ 控制器的位置跟踪误差比较

5 结 论

本文提出了一类结构简单、易于实现的输出反馈重复学习控制算法, 该算法由输出反馈部分和学习部分组成. 非线性滤波器的引入, 使得该算法只基于系统的位置信息即可实现; 学习部分为产生周期信号的内模, 可以精确估计系统的逆动力学方程, 因而算法的实现不需要精确已知系统的动力学模型. 应用 Lyapunov 直接稳定性理论, 证明了控制系统的全局渐近稳定性, 即当 $N \rightarrow \infty$ 时, 闭环系统的跟踪误差可达到任意小. 数值仿真结果表明, 即使 N 为有限值, 闭环系统依然可获得较高的跟踪精度.

参考文献(References)

- [1] Jin M L, Lee J, Chang P H, et al. Practical nonsingular terminal sliding-mode control of robot manipulators for high-accuracy tracking control[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2009, 56(9): 3593-3601.
- [2] Wang H L, Xie Y C. Adaptive inverse dynamics control of robots with uncertain kinematics and dynamics[J]. Automatica, 2009, 45(9): 2114-2119.
- [3] Mallon N, van de Wouw N, Putra D, et al. Friction compensation in a controlled one-link robot using a reduced-order observer[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2006, 14(2): 374-383.
- [4] Islam S, Liu P X. Robust adaptive fuzzy output feedback control system for robot manipulators[J]. IEEE/ASME Trans on Mechatronics, 2011, 16(2): 288-296.
- [5] Dixon W E, Zergeroglu E, Dawson D M. Global robust output feedback tracking control of robot manipulators[J]. Robotica, 2004, 22(4): 351-357.
- [6] Melhem K, Wang W. Global output tracking control of flexible joint robots via factorization of the manipulator mass matrix[J]. IEEE Trans on Robotics, 2009, 25(2): 428-437.
- [7] Zhang F, Dawson D M, de Queiroz M S, et al. Global adaptive output feedback tracking control of robot manipulators[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(6): 1203-1208.
- [8] Kasac J, Novakovic B, Majetic D, et al. Passive finite-dimensional repetitive control of robot manipulators[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2008, 16(3): 570-576.
- [9] Sun M X, Sam Ge Shuzhi, Mareels Iven M Y. Adaptive repetitive learning control of robotic manipulators without the requirement for initial repositioning[J]. IEEE Trans on Robotics, 2006, 22(3): 563-568.
- [10] Liuzzo S, Tomei P. A global adaptive learning control for robotic manipulators[J]. Automatica, 2008, 44(5): 1379-1384.
- [11] Liu T S, Lee W S. A repetitive learning method based on sliding mode for robot control[J]. Transactions of the ASME, 2000, 122(1): 40-48.
- [12] 苏玉鑫. 非线性机器人系统控制理论[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 80-83.
(Su Y X. Control theory for nonlinear robotic manipulators[M]. Beijing: Science Press, 2008: 80-83.)
- [13] Orlov Y, Alvarez J, Acho L, et al. Global position regulation of friction manipulators via switched chattering control[J]. Int J of Control, 2003, 76(14): 1446-1452.