

文章编号: 1001-0920(2012)11-1601-06

基于前景理论的随机直觉模糊决策方法

李鹏^{1,2}, 刘思峰¹, 朱建军¹

(1. 南京航空航天大学 经济与管理学院, 南京 210016; 2. 江苏科技大学 经济管理学院, 江苏 镇江 212003)

摘要: 针对指标权重未知、方案的指标值为直觉模糊数的随机直觉模糊决策问题, 提出一种基于前景理论和新的记分函数的随机决策方法. 首先定义了新的记分函数; 然后运用灰色系统理论确定指标的权重, 并通过前景理论对方案进行对比和排序; 最后, 通过算例分析说明了所提出方法的合理性和可行性.

关键词: 记分函数; 直觉模糊数; 前景理论; 灰色系统理论; 集对分析

中图分类号: N941.5

文献标志码: A

Intuitionistic fuzzy stochastic multi-criteria decision-making methods based on prospect theory

LI Peng^{1,2}, LIU Si-feng¹, ZHU Jian-jun¹

(College of Economics & Management, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China; 2. College of Economics & Management, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China. Correspondent: LI Peng, E-mail: jellyok@126.com)

Abstract: For the stochastic multi-criteria decision-making problem, in which the information on criteria's weights is incomplete and the indices value of alternatives are in the form of intuitionistic fuzzy numbers, an intuitionistic stochastic decision-making approach based on prospect theory and a new score function is proposed. Firstly, a new score function is defined. Then the grey system theory is used to determine the weight of the indices, and the alternative is obtained by using prospect theory. Finally, an example shows the feasibility and reasonableness of this method.

Key words: score function; intuitionistic fuzzy number; prospect theory; grey system theory; set pair analysis

1 引言

保加利亚学者 Atanassov^[1]于1986年提出了直觉模糊集的概念, 它是对传统模糊集的一种扩充和发展. 直觉模糊集增加了新的属性参数: 非隶属度函数, 它比传统的模糊集在处理模糊性和不确定性方面更具灵活性和实用性. 因此, 这样给出的信息更“准确”, 更能反映客观情况, 更易于理解, 因而更具合理性. 正是由于其深刻的理论意义和广泛的实际背景, 直觉模糊多属性决策问题的研究已受到人们的普遍重视. Chen等^[2]利用得分函数处理基于 Vague 集 (Bustince等^[3]指出, Vague 集实质上是直觉模糊集) 的模糊多属性决策问题; Li^[4]为属性权重和属性值均为直觉模糊数的多属性决策问题提供了一种基于线性规划模型的决策途径; Xu等^[5]探讨了直觉模糊信息

的集成方式并应用于多属性决策领域.

目前, 直觉模糊决策方法主要分为两类: 1) 直接将直觉模糊信息进行集结^[6-7]; 2) 运用记分函数对信息进行集结^[8-10]. 第1类方法常见的是运用直觉模糊加权平均算子 (IFWA) 对信息进行集结, 但在处理一些特殊直觉模糊数时会出现不合理的结果. Ludmila等^[7]尝试将 D-S 证据理论与直觉模糊数相结合以克服 IFWA 的缺陷, 但仍存在不能处理特殊直觉模糊数的缺点. 第2类方法相对计算量小, 能显著降低不确定性, 但是合理的记分函数的确定是此类方法的关键. 现有的记分函数仅从某一直觉模糊数出发, 通过一定方法将直觉模糊数的犹豫度进行分配, 从而得到记分函数. 其缺点是没有考虑大环境, 也没有与其他事物进行比对. 然而, 人们在进行决策时往往先

收稿日期: 2011-04-21; 修回日期: 2011-07-05.

基金项目: 国家自然科学基金重大研究计划培育项目(90924022); 国家自然科学基金面上项目(70971064); 国家自然科学基金重点项目(08AJY024); 国家自然科学基金项目(70701017).

作者简介: 李鹏(1980—), 男, 博士生, 从事决策分析、灰色系统理论的研究; 刘思峰(1956—), 男, 教授, 博士生导师, 从事数量经济学、灰色系统理论等研究.

要审时度势,了解大环境,与其他相关事物进行对比后再做出决策。

对于随机决策问题,现有研究大都建构于经典期望效用理论之上。但是期望效用理论存在 Allias 悖论和 Ellsberg 悖论等现象。诺贝尔经济学奖获得者 Kahneman^[11]提出了著名的前景理论。该理论及其最新成果分别用结果价值和概率权重替代了期望效用理论中的效用和概率,并认为二者都因具有背景依赖性而可表述为受结果和概率共同影响的二元函数,现被国内外专家学者普遍认为是更现实反映和描述决策者的实际辨优过程^[11-13]。目前,已有学者将前景理论运用于决策中。张晓等^[14]提出了一种基于前景随机占优准则的随机多属性决策方法;李春好等^[15]提出了不确定环境下的两层交互式有限理性决策方法;王坚强等^[16]运用前景理论解决灰色随机多准则决策和模糊多准则决策;周维等^[18]在 Tversky 给出的确定权重方法的基础上,得到了一种计算决策权重的方法;李春好等^[19]提出了一种基于基元前景交叉判断的前景价值模型;胡军华等^[20]运用前景理论解决了随机语言多属性决策问题;Liu 等^[21]运用前景理论处理区间概率的语言型随机决策问题。

目前,尚未见到对随机直觉模糊问题进行系统研究的相关报道,而此类问题能够客观反映众多实际的决策问题。本文针对传统记分函数的缺陷,根据集对分析理论(SPA)原理^[22],在考虑大环境并与其他事物进行对比的情况下定义了一种新的记分函数,并利用前景理论方法来解决随机直觉模糊决策问题。

2 基本概念

2.1 直觉模糊数

定义 1^[1] (直觉模糊集) 设 X 是一个给定论域,则 X 上的一个直觉模糊集 A 为

$$A = \{ \langle x, u_A(x), v_A(x) \rangle | x \in X \}.$$

其中: $u_A(x)$ 和 $v_A(x)$ 分别为 X 中元素 x 属于 X 的隶属度和非隶属度, $u_A: X \rightarrow [0, 1], v_A: X \rightarrow [0, 1]$, 且满足条件 $0 \leq u_A(x) + v_A(x) \leq 1, x \in X$. 称 $\pi_A(x) = 1 - u_A(x) - v_A(x)$ 表示 X 中元素 x 属于 A 的犹豫度。

一个直觉模糊集 A , 其隶属度 $u_A(x)$ 、非隶属度 $v_A(x)$ 及其犹豫度 $\pi_A(x)$ 分别表示对象 x 属于直觉模糊集 A 的支持、反对和中立这 3 种证据的程度。例如,假设直觉模糊集 $A = \{ \langle x, 0.5, 0.3 \rangle | x \in X \}$, 即其隶属度 $u_A(x) = 0.5$, 非隶属度 $v_A(x) = 0.3$, 犹豫度 $\pi_A(x) = 0.2$, 则表示对象 x 属于直觉模糊集 A 程度为 0.5, 不属于集 A 程度为 0.3, 既不支持也不反对的中立程度为 0.2。也可以用投票模型来解释:赞成票为 50%, 反对票为 30%, 弃权票为 20%。

X 中的元素 x 属于 A 的隶属度与非隶属度所组成的有序对 $\langle u_A(x), v_A(x) \rangle$ 称为直觉模糊数。可以将 X 上的直觉模糊集 A 视为全体直觉模糊数的集合,记为 $\text{IFS}(x)$ 。

2.2 前景理论

定义 2 (直觉模糊随机变量) 当随机变量 ξ 的取值为直觉模糊数的形式,且所对应的概率能确知时,称随机变量 ξ 为直觉模糊随机变量。

在有风险的决策过程中,人们往往是偏离“理性”的。Kahneman 等^[11]通过大量证据表明,决策过程往往与期望效用理论背道而驰,并在此基础上提出了新的模型框架——前景理论。

前景理论主要考虑价值函数和决策权重,前景价值

$$W = \sum_{i=1}^n h(p_i) c(x_i).$$

其中

$$h(p) = \frac{p^\gamma}{(p^\gamma + (1-p)^\gamma)^{\frac{1}{\gamma}}}$$

为概率的增函数,称为决策权重;而

$$c(x) = \begin{cases} x^\delta, & x \geq 0; \\ -\sigma(-x)^\beta, & x < 0 \end{cases}$$

为 x 价值函数,是决策者主观感受的价值; $\gamma, \delta, \sigma, \beta$ 分别为参数^[13]。

3 新的记分函数

3.1 现有记分函数的缺陷

1994 年 Chen 等^[2]首先引进了记分函数,即对于直觉模糊数 $\alpha = \langle u_A(x), v_A(x) \rangle$, 定义 $S(\alpha) = u_A(x) - v_A(x)$ 为 α 的记分函数,其中 $S(\alpha) \in [-1, 1]$. 其意义是支持程度与反对程度的差值,该值表示净支持程度,其值越大越好,这与人们的直觉非常相近。但是此记分函数分辨效果较差,例如直觉模糊数 $\langle 0.5, 0.2 \rangle$ 和 $\langle 0.6, 0.3 \rangle$ 记分函数均为 0.3 无法区分两个直觉模糊数的大小。

Ye 等^[23]分析了 Chen 提出的记分函数的不足,提出了改进的记分函数

$$S(\alpha) = u_A(x) - v_A(x) + \lambda \pi_A(x).$$

此记分函数考虑了犹豫度所起的作用,但是参数 λ 的合理取值难以确定。

王坚强等^[8]运用直觉模糊交叉熵定义了新的记分函数,即

$$S(\alpha) = \begin{cases} u_A(x) - v_A(x) + H(\alpha)\pi_A(x), & u_A(x) > v_A(x); \\ u_A(x) - v_A(x) - H(\alpha)\pi_A(x), & u_A(x) < v_A(x); \\ 0, & u_A(x) = v_A(x). \end{cases}$$

其中 $H(\alpha)$ 为直觉模糊交叉熵. 此方法考虑了运用隶属度和非隶属度的相互支持信息来确定犹豫度的分配, 实际上是给出了 Ye 等提出的记分函数的参数 λ 的选值. 从本质上讲仍然只考虑了隶属度和非隶属度的某种比例关系对犹豫度进行分配, 并且其分辨效果也不甚理想.

根据集对分析理论中应将不确定性放在大的系统中考虑的思想, 一个合理有效的记分函数, 除了应考虑隶属度、非隶属度以及犹豫度对决策的影响外, 还应在一定环境背景下确定, 即决策者在对犹豫度进行分配时, 应通盘考虑和对比在大环境下其他直觉模糊数的情况. 鉴于此, 本文提出了一种基于集对论思想的新的记分函数.

3.2 新的记分函数

集对分析理论 (SPA)^[22] 是在 1989 年提出的一种新的系统分析方法, 其思想是将确定-不确定视为一个确定-不确定系统. 在这个确定-不确定系统中, 确定性和不确定性相互联系、相互影响、相互制约, 并在一定条件下相互转化. 用一个能充分体现上述思想的联系度 $\omega = a + bi + cj$ 来统一描述各种不确定性. 其中 a, b, c 分别代表同一度、差异度和对立度.

定义 3 (集对势)^[22] 当联系度 $\omega = a + bi + cj$ 中的 $c \neq 0$ 时, 同一度 a 与对立度 c 的比值为所论集对在指定问题背景下的集对势, 即 $\text{shi}(\omega) = a/c$.

集对势表征了在一定问题背景下, 同一度 a 与对立度 c 的对比情况.

对照直觉模糊数和集对论, 直觉模糊数中隶属度的 $u_A(x)$, 非隶属度 $v_A(x)$ 和犹豫度 $\pi_A(x)$ 与集对论中的 a, c 和 b 的含义非常相似, 故直觉模糊数 α 可以写为 $\alpha = u_A(x) + \pi_A(x)i + v_A(x)j$, 其集对势为 $\text{shi}(\alpha) = u_A(x)/v_A(x)$.

假设多属性(指标)决策问题, 有 m 个可行方案 X_1, X_2, \dots, X_m , n 个评价指标 I_1, I_2, \dots, I_n , 可行方案 I_i 在评价指标 I_j 下的属性值为直觉模糊数 d_{ij} , 得到直觉模糊决策矩阵 $D = (d_{ij})_{m \times n}$, 其中 $d_{ij} = \langle u_{ij}, v_{ij} \rangle$ 为直觉模糊数.

决策者将评价指标 I_j 作为背景, 在通盘考虑了评价指标 I_j 下所有方案的属性值 $d_{1j}, d_{2j}, \dots, d_{mj}$ 的情况下对犹豫度进行分配. 通盘考虑的一个重要测度为评价指标 I_j 的集对势 $\text{shi}(I_j) = \frac{\sum_{i=1}^m u_{ij}}{\sum_{i=1}^m v_{ij}}$, 其含义是在评价指标 I_j 下同一度 a 与对立度 c 的整体对比情况. 对于直觉模糊数 $d_{ij} = \langle u_{ij}, v_{ij} \rangle$ 而言, 要想得到其记分函数, 需要了解犹豫度 π_{ij} 有多少比例分别分配到隶属度和非隶属度中. 设直觉模糊数 $d_{ij} = \langle u_{ij}, v_{ij} \rangle$ 的集对势为 $\text{shid}_{ij} = u_{ij}/v_{ij}$, 令

$\theta_{ij} = \text{shi}(d_{ij})/\text{shi}(I_j)$, 其含义是决策者在通盘考虑评价指标 I_j 的情况下, 直觉模糊数 $d_{ij} = \langle u_{ij}, v_{ij} \rangle$ 相对集对势, 表征了直觉模糊数 d_{ij} 中隶属度与非隶属度的真实对比.

由上述分析, 即可得到基于集对分析理论思想的新的记分函数如下:

定义 4 设某一背景 I_j 下有 m 个直觉模糊数 $d_{1j}, d_{2j}, \dots, d_{mj}$, $\theta_{ij} = \text{shi}(d_{ij})/\text{shi}(I_j)$ 为直觉模糊数 d_{ij} 的相对集对势, 其中 $d_{ij} = \langle u_{ij}, v_{ij} \rangle$, 则 d_{ij} 的记分函数为

$$S_{\text{new}}(d_{ij}) = u_{ij} - v_{ij} + \frac{\theta_{ij} - 1}{\theta_{ij} + 1} \pi_{ij}.$$

新的记分函数既考虑了局部的某一直觉模糊数的隶属度与非隶属度的对比关系, 又考虑了直觉模糊数所在的背景以及其他直觉模糊数的情况, 更加符合实际情况. 当某一背景 I_j 下只有 1 个直觉模糊数 $d_{1j} = \langle u_{1j}, v_{1j} \rangle$ 时, $\theta_{1j} = 1$, 其记分函数

$$S_{\text{new}}(d_{1j}) = u_{1j} - v_{1j} + \frac{\theta_{1j} - 1}{\theta_{1j} + 1} \pi_{1j} = u_{1j} - v_{1j},$$

其意义是决策者在没有其他信息下, 将犹豫度平均分配, 符合极大熵原理.

下面通过一个例子来对比本文提出的记分函数与以往的记分函数的优劣.

例 1 设某专家对 3 个方案 X_1, X_2, X_3 进行评价, 分别为 $\langle 0.4, 0.4 \rangle, \langle 0.3, 0.3 \rangle, \langle 0.4, 0.5 \rangle$. 显然方案 X_3 是最差的. 这里关键是方案 X_1 和方案 X_2 如何择优. 运用文献 [2] 给出的记分函数, 3 个方案的记分函数分别为 0, 0, -0.1, 无法选出最佳方案. 运用文献 [12] 的记分函数, 会根据参数 λ 的不同产生不同结果, 但参数如何合理取值较为困难. 运用文献 [8], 方案 X_1 和方案 X_2 的记分函数均为 0, 仍无法做出选择. 运用本文提出的记分函数可以得到方案 X_1 和方案 X_2 的记分函数分别为 0.009 和 0.018. 即方案 X_2 最优.

可以看出, 本文提出的记分函数不仅考虑了大环境, 而且其分辨效果是较高的.

4 基于前景理论的随机直觉模糊决策方法模型构建

由于决策环境的不确定性, 决策者面临多种自然状态, 不妨设状态集 $Z = \{Z_1, \dots, Z_s, \dots, Z_k\}$, 第 s 种状态发生的概率为 p_s . 在状态 Z_s 下, 方案 X_i 在评价指标 I_j 下的值为直觉模糊数 d_{ijs} , 从而得到 k 个决策矩阵为

$$D_1 = (d_{ij1})_{m \times n}, D_2 = (d_{ij2})_{m \times n}, \dots, D_k = (d_{ijk})_{m \times n}.$$

4.1 运用记分函数将直觉模糊数决策矩阵转化为记分函数矩阵

利用定义 3 将直觉模糊数转化为实数, 从而得

到 k 个实数决策矩阵

$$S_1 = (S_{ij1})_{m \times n}, S_2 = (S_{ij2})_{m \times n}, \dots, S_k = (S_{ijk})_{m \times n}.$$

4.2 确定方案的前景矩阵

前景理论强调的是预期与结果的差距,而不是结果本身,因此参考点的选择尤为重要.根据直觉模糊数和记分函数的含义,参考点取为 0.从而得到各个方案在不同指标下的前景值为

$$W_{ij} = \sum_{k=1}^s h(p_k) c(S_{ijk}). \quad (1)$$

其中

$$h(p_k) = \frac{p_k^\gamma}{(p_k^\gamma + (1 - p_k)^\gamma)^{\frac{1}{\gamma}}},$$

$$c(S_{ijk}) = \begin{cases} S_{ijk}^\delta, & S_{ijk} \geq 0; \\ -\sigma(-S_{ijk})^\beta, & S_{ijk} < 0. \end{cases}$$

从而得到前景决策矩阵 $W = (W_{ij})_{m \times n}$.

4.3 指标权重的确定

灰色系统理论是处理小样本、贫信息很好的工具,在一般的决策问题中,所涉及的方案和属性数量一般较少,符合灰色系统建模的条件(小样本),故本文利用灰色关联方法来得到指标的权重.

理论上,如果某个指标信息相对于其他指标而言越匹配于指标体系的平均信息,则说明该指标包含的信息越利于决策,权重越大.基于此思想,运用灰色关联方法来确定指标的权重.

设前景决策矩阵 $W = (W_{ij})_{m \times n}$, 令 $\bar{W}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n W_{ij}, i = 1, 2, \dots, m$, 则指标 I_j 的权重为

$$w_j = \frac{1 - \frac{1}{m} \left[\sum_{i=1}^m (r_{ij})^q \right]^{\frac{1}{q}}}{n - \frac{1}{m} \sum_{j=1}^n \left[\sum_{i=1}^m (r_{ij})^q \right]^{\frac{1}{q}}}. \quad (2)$$

其中

$$r_{ij} = \frac{\min_i |W_{ij} - \bar{W}_i| + \zeta \max_i |W_{ij} - \bar{W}_i|}{|W_{ij} - \bar{W}_i| + \xi \max_i |W_{ij} - \bar{W}_i|},$$

$$i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$$

为灰色均值关联度,一般令 $\zeta = 0.5$.为了提高分辨效果,本文采用欧氏距离而不采用 Hamming 距离,这里取 $q = 2$.因此,方案 X_i 的综合前景值为

$$W_i = \sum_{j=1}^n w_j W_{ij}. \quad (3)$$

综上所述,基于前景理论的随机直觉模糊决策方法模型的构建步骤如下:

1) 运用记分函数(定义 4)将直觉模糊数决策矩阵转化为记分函数矩阵;

2) 由式(1)得到前景决策矩阵 $W = (W_{ij})_{m \times n}$;

3) 由式(2)得到指标 I_j 的权重 $w_j, j = 1, 2, \dots,$

n ;

4) 由式(3)得到方案 X_i 的综合前景值 W_i ;

5) 根据综合前景值 W_i 的大小对方案进行排序.

5 案例分析

现有某重大航空设备项目投资,有 4 种投资方案,分别是 X_1, X_2, X_3, X_4 . 假设在这 4 种投资方案中考虑 4 个指标,分别是提升国家安全预期(百分比)(I_1),推进军事技术进步(百分比)(I_2),带动相关产业发展(百分比)(I_3)以及研发成功需要的时间(年)(I_4).由于未来的国际局势是不确定的,设存在 3 种可能的情况:国际环境稳定(Z_1),周边局部小型战争(Z_2),爆发大规模战争(Z_3),其概率经专家评估分别为 0.6, 0.3, 0.1. 专家经过打分得到如下的决策矩阵:

在国际环境稳定(Z_1)下的决策矩阵 D_1 为

$$\begin{matrix} & I_1 & I_2 & I_3 & I_4 \\ \begin{matrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \langle 0.3, 0.5 \rangle & \langle 0.6, 0.3 \rangle & \langle 0.5, 0.4 \rangle & \langle 0.7, 0.1 \rangle \\ \langle 0.5, 0.4 \rangle & \langle 0.4, 0.4 \rangle & \langle 0.6, 0.2 \rangle & \langle 0.6, 0.3 \rangle \\ \langle 0.8, 0.1 \rangle & \langle 0.2, 0.4 \rangle & \langle 0.5, 0.3 \rangle & \langle 0.6, 0.2 \rangle \\ \langle 0.6, 0.3 \rangle & \langle 0.5, 0.4 \rangle & \langle 0.5, 0.4 \rangle & \langle 0.4, 0.5 \rangle \end{bmatrix} \end{matrix};$$

在周边局部小型战争(Z_2)下的决策矩阵 D_2 为

$$\begin{matrix} & I_1 & I_2 & I_3 & I_4 \\ \begin{matrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \langle 0.5, 0.3 \rangle & \langle 0.4, 0.5 \rangle & \langle 0.6, 0.2 \rangle & \langle 0.6, 0.1 \rangle \\ \langle 0.5, 0.4 \rangle & \langle 0.6, 0.3 \rangle & \langle 0.5, 0.2 \rangle & \langle 0.5, 0.3 \rangle \\ \langle 0.7, 0.1 \rangle & \langle 0.3, 0.4 \rangle & \langle 0.5, 0.3 \rangle & \langle 0.4, 0.2 \rangle \\ \langle 0.5, 0.3 \rangle & \langle 0.4, 0.3 \rangle & \langle 0.6, 0.2 \rangle & \langle 0.6, 0.3 \rangle \end{bmatrix} \end{matrix};$$

在爆发大规模战争(Z_3)下的决策矩阵 D_3 为

$$\begin{matrix} & I_1 & I_2 & I_3 & I_4 \\ \begin{matrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \langle 0.7, 0.1 \rangle & \langle 0.4, 0.5 \rangle & \langle 0.5, 0.2 \rangle & \langle 0.6, 0.2 \rangle \\ \langle 0.4, 0.4 \rangle & \langle 0.7, 0.2 \rangle & \langle 0.5, 0.3 \rangle & \langle 0.6, 0.3 \rangle \\ \langle 0.6, 0.1 \rangle & \langle 0.5, 0.4 \rangle & \langle 0.5, 0.3 \rangle & \langle 0.6, 0.1 \rangle \\ \langle 0.6, 0.3 \rangle & \langle 0.3, 0.3 \rangle & \langle 0.7, 0.2 \rangle & \langle 0.4, 0.3 \rangle \end{bmatrix} \end{matrix};$$

试确定最优方案.

1) 首先确定记分函数.

决策矩阵 D_1 的记分矩阵 S_1 为

$$S_1 = \begin{bmatrix} -0.295 & 0.328 & 0.087 & 0.708 \\ 0.085 & -0.013 & 0.460 & 0.298 \\ 0.765 & -0.355 & 0.199 & 0.436 \\ 0.308 & 0.105 & 0.087 & -0.145 \end{bmatrix},$$

决策矩阵 D_2 的记分矩阵 S_2 为

$$S_2 = \begin{bmatrix} 0.178 & -0.117 & 0.420 & 0.632 \\ 0.077 & 0.328 & 0.303 & 0.167 \\ 0.711 & -0.161 & 0.162 & 0.169 \\ 0.178 & 0.124 & 0.290 & 0.292 \end{bmatrix},$$

决策矩阵 D_3 的记分矩阵 S_3 为

$$S_3 = \begin{bmatrix} 0.693 & -0.126 & 0.319 & 0.420 \\ -0.088 & 0.544 & 0.172 & 0.290 \\ 0.621 & 0.096 & 0.172 & 0.626 \\ 0.288 & -0.061 & 0.523 & 0.012 \end{bmatrix}.$$

2) 由式 (1) 得到前景决策矩阵

$$W = \begin{bmatrix} -0.160 & 0.001 & 0.272 & 0.650 \\ 0.038 & 0.206 & 0.390 & 0.292 \\ 0.733 & -0.549 & 0.218 & 0.418 \\ 0.300 & 0.080 & 0.268 & -0.083 \end{bmatrix}.$$

3) 由式 (2) 得到指标 I_j 的权重

$$w_1 = 0.236, w_2 = 0.240, w_3 = 0.268, w_4 = 0.256.$$

4) 由式 (3) 得到方案 X_i 的综合前景值

$$W_1 = 0.202, W_2 = 0.238, W_3 = 0.207, W_4 = 0.141.$$

5) 根据综合前景值 W_i 的大小对方案进行排序, 有

$$W_2 > W_3 > W_1 > W_4.$$

所以方案 X_2 为最优方案.

下面运用文献 [8] 的决策方法对本案例进行对比分析.

文献 [8] 方法的基本思想是: 对于随机直觉模糊决策问题, 首先由直觉模糊决策矩阵得到记分函数矩阵并进行规范化; 然后根据规范化的记分函数矩阵得到记分期望矩阵, 并计算出指标权重; 最后求得方案的综合评价价值, 进而对方案进行排序.

首先, 记分函数矩阵分别为

$$S_1 = \begin{bmatrix} -0.206 & 0.307 & 0.101 & 0.659 \\ 0.101 & 0 & 0.425 & 0.307 \\ 0.740 & -0.214 & 0.206 & 0.425 \\ 0.307 & 0.101 & 0.101 & -0.101 \end{bmatrix},$$

$$S_2 = \begin{bmatrix} 0.206 & -0.101 & 0.425 & 0.586 \\ 0.101 & 0.307 & 0.322 & 0.206 \\ 0.659 & -0.102 & 0.206 & 0.214 \\ 0.206 & 0.102 & 0.425 & 0.307 \end{bmatrix},$$

$$S_3 = \begin{bmatrix} 0.659 & -0.101 & 0.322 & 0.425 \\ 0 & 0.519 & 0.206 & 0.307 \\ 0.586 & 0.101 & 0.206 & 0.564 \\ 0.307 & 0 & 0.519 & 0.102 \end{bmatrix};$$

然后, 得到记分期望矩阵为

$$E = \begin{bmatrix} 0.156 & 0.601 & 0.337 & 0.970 \\ 0.195 & 0.646 & 0.759 & 0.366 \\ 0.989 & 0.033 & 0.194 & 0.522 \\ 0.428 & 0.529 & 0.4 & 0.080 \end{bmatrix},$$

权重为 $w_1 = 0.259, w_2 = 0.238, w_3 = 0.260, w_4 =$

0.240; 最后, 各个方案的综合评价价值分别为 0.505, 0.492, 0.440, 0.361, 进而方案的优劣顺序为

$$X_1 > X_2 > X_3 > X_4.$$

可以看出, 两种方法得到的决策结果略有不同. 导致其不同的主要原因有两点:

1) 记分函数的差异. 本文提出的新的记分函数是决策者在充分考虑决策背景后对犹豫度进行分配, 更好地反映了人们的思维模式, 并且在区分效果上好于文献 [8] 给出的记分函数. 例如在本案例中出现了直觉模糊数 $(0.4, 0.4)$ 和 $(0.3, 0.3)$, 运用文献 [8] 提出的记分函数无法将其区分, 影响了决策结果; 而本文提出的记分函数则可以较好地区分开来.

2) 前景理论的分析思路. 本文在得到记分函数后运用前景理论对得到的信息进行处理, 而文献 [8] 是利用传统的期望效用理论. 期望效用理论假设决策者在任何情况下都保持风险态度一致, 而前景理论则假设决策者在面临“获益”与“损失”时具有不同的风险态度. 在前景理论中, 决策者不是完全理性的, 决策者并不特别在意决策所带来的效益值的绝对水平, 而是在意决策所造成的效益值相对于参考水平的变化; 决策者在损失和收益方面会呈现不同的敏感性, 对损失比对获益更为敏感. 现有大量证据表明, 人们在进行风险决策时往往表现出一定的非理性, 这说明运用前景理论可使决策过程更符合人类本身的决策模式, 这是本文的特点之一.

6 结 论

本文提出了一种基于集对分析理论的新的记分函数, 运用此记分函数可降低决策问题的不确定性, 同时利用灰色系统理论解决指标权重, 应用前景理论对方案进行评价和排序. 算例分析表明该方法合理且可行.

参考文献(References)

- [1] Atanassov K T. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.
- [2] Chen S M, Tan J M. Handling multi-criteria fuzzy decision-making problems based on vague set theory[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 67(2): 163-172.
- [3] Bustince H, Burillo P. Vague sets are intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 79(3): 403-405
- [4] Li D F. Multi-attribute decision making models and methods using intuitionistic fuzzy sets[J]. J of Computer and System Sciences, 2005, 70(1): 73-85.
- [5] Xu Z S, Yager R R. Some geometric aggregation operators based on intuitionistic fuzzy sets[J]. Int J of General Systems, 2006, 35(4): 417-433.

- [6] Li D F. The GOWA operator based approach to multi-attribute decision making using intuitionistic fuzzy sets[J]. *Mathematical and Computer Modelling*, 2011, 53(6): 1182-1196.
- [7] Ludmila Dymova, Pavel Sevastjanov. An interpretation of intuitionistic fuzzy sets in terms of evidence theory: Decision making aspect[J]. *Knowledge-based Systems*, 2010, 23(8): 772-782.
- [8] 王坚强, 李婧婧. 基于记分函数的直觉随机多准则决策方法[J]. *控制与决策*, 2010, 25(9): 1297-1306.
(Wang J Q, Li J J. Intuitionistic random multi-criteria decision-making approach based on score functions[J]. *Control and Decision*, 2010, 25(9): 1297-1306.)
- [9] Liu H W, Wang G J. Multi-criteria decision-making methods based on intuitionistic fuzzy sets[J]. *European J of Operational Research*, 2007, 179(1): 220-233.
- [10] Ye J. Multicriteria fuzzy decision-making method based on a novel accuracy function under interval-valued intuitionistic fuzzy environment[J]. *Expert Systems with Applications*, 2009, 36(3): 6899-6902.
- [11] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. *Econometrica*, 1979, 47(2): 263-292.
- [12] Rottenstreich Y, Hsee C K. Money, kisses, and electric shocks: On the affective psychology of risk[J]. *Psychological Science*, 2001, 12(3): 185-190.
- [13] Tamura H. Behavioral models for complex decision analysis[J]. *European J of Operational Research*, 2005, 166(3): 655-665.
- [14] 张 晓, 樊治平. 一种基于前景随机占优准则的随机多属性决策方法[J]. *控制与决策*, 2010, 25(12): 1875-1879.
(Zhang X, Fan Z P. Method for stochastic multiple attribute decision making based on prospect stochastic dominance rule[J]. *Control and Decision*, 2010, 25(12): 1875-1879.)
- [15] 李春好, 杜元伟. 不确定环境下的两层交互式有限理性决策方法[J]. *系统工程理论与实践*, 2010, 30(11): 2003-2012.
(Li C H, Du Y W. Interactive bounded rationally approach to two level decision making under uncertainty[J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2010, 30(11): 2003-2012.)
- [16] 王坚强, 周玲. 基于前景理论的灰色随机多准则决策方法[J]. *系统工程理论与实践*, 2010, 30(9): 1658-1664.
(Wang J Q, Zhou L. Grey stochastic multi-criteria decision-making approach based on prospect theory[J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2010, 30(9): 1658-1664.)
- [17] 王坚强, 孙腾, 陈晓红. 基于前景理论的信息不完全的模糊多准则决策方法[J]. *控制与决策*, 2009, 24(8): 1198-1202.
(Wang J Q, Sun T, Chen X H. Multi-criteria fuzzy decision-making method based on prospect theory with incomplete information[J]. *Control and Decision*, 2009, 24(8): 1198-1202.)
- [18] 周维, 王明哲. 基于前景理论的风险决策权重研究[J]. *系统工程理论与实践*, 2005, 25(2): 74-78.
(Zhou W, Wang M Z. Weighting risk under uncertainty based on prospect theory[J]. *Systems Engineering -Theory & Practice*, 2005, 25(2): 74-78.)
- [19] 李春好, 杜元伟, 刘成明, 等. 基于基元前景交叉判断的前景价值模型[J]. *管理科学学报*, 2010, 13(2): 12-23.
(Li C H, Du Y W, Liu C M, et al. Prospect value model via cross judgments of basic prospects[J]. *J of Management Science in China*, 2010, 13(2): 12-23.)
- [20] 胡军华, 陈晓红, 刘咏梅. 基于语言评价和前景理论的多准则决策方法[J]. *控制与决策*, 2009, 24(10): 1477-1482.
(Hu J H, Chen X H, Liu Y M. Multi-criteria decision making method based on linguistic evaluation and prospect theory[J]. *Control and Decision*, 2009, 24(10): 1477-1482.)
- [21] Liu P D, Jin F, Zhang X, et al. Research on the multi-attribute decision-making under risk with interval probability based on prospect theory and the uncertain linguistic variables[J]. *Knowledge-based Systems*, 2011, 24(4): 554-561.
- [22] 赵克勤. 集对分析及其初步应用[M]. 杭州: 浙江科学技术出版社, 2000: 34-38.
(Zhao K Q. Set pair analysis and its initial application[M]. Hangzhou: Zhejiang Science and Technology Press, 2000: 34-38.)
- [23] Ye J. Improved method of multicriteria fuzzy decision-making based on vague sets[J]. *Computer Aided Design*, 2007, 39(2): 164-169.
- [24] 刘思峰, 党耀国, 方志耕. 灰色系统理论及其应用[M]. 第3版. 北京: 科学出版社, 2004: 68-73.
(Liu S F, Dang Y G, Fang Z G. Grey systems theory and its applications[M]. 3rd ed. Beijing: Science Press, 2004: 68-73.)