Velocity and Attitude Matching of Transfer Alignment by Using H_∞ Filter

SONG Lijun, QIN Yongyuan*, YAN Gongmin
(Automatic College, North-Western Poly technical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: H_∞ filter is adopted in the transfer alignment (TA) scheme which realized by Velocity and Attitude Matching that the disturbances in measurements are completely unknown. And the prefermance of H_∞ filter is compared with that of Kalman filter in the TA. The results of simulation show that it is both effective using Kalman filter and H_∞ filter when system noise and measurement noise are white noise, and Kalman filter is more accurate. But H_∞ filter is more accurate when system noise and measurement noise are color noise. Consequently, H_∞ filter is an effective estimation method because it is more suitable to engineering practice than Kalman filter.

Key words: transfer alignment; velocity and attitude matching; H_∞ filter; Kalman filter
EEACC: 6330; 7220; 2560B; 1265F　　**doi**: 10.3969/j.issn.1004-1699.2012.01.010

H_∞次优滤波在速度姿态匹配传递对准中的应用

宋丽君, 秦永元*, 严恭敏
(西北工业大学自动化学院, 西安 710072)

摘　要: 针对速度+姿态匹配传递对准中量测中的不确定性干扰, 采用 H_∞ 滤波方法进行速度+姿态匹配传递对准。并与卡尔曼滤波进行了比较, 仿真结果表明, 当系统噪声和量测噪声为白噪声时, 卡尔曼滤波器和 H_∞ 滤波器均有效, 而且卡尔曼滤波器优于 H_∞ 滤波器。但是, 当系统噪声与量测噪声为有色噪声并且存在建模误差时, 卡尔曼滤波收敛速度明显低于 H_∞ 滤波的收敛速度。H_∞ 滤波更符合工程应用的实际情况, 因而 H_∞ 滤波是一种非常有效的估计方法。

关键词: 传递对准; 速度+姿态匹配; H_∞ 滤波; 卡尔曼滤波器
中图分类号: V241; TN3; TM93　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1004-1699(2012)01-0049-04

机载传递对准是指在机载战术武器的惯性导航系统(以下简称子惯导)以载机的惯性导航系统(以下简称主惯导)作为对准基准, 动态匹配主子惯性导航系统之间的数据, 估计出弹载子惯导相对机载主惯导的失准角, 进而校正弹载子惯导的计算导航系[1]。

机载主惯导系统可以为弹载子惯导系统提供多种参考信息, 弹载子惯导可以只使用机载主惯导提供的一种参考信息, 也可同时使用多种参考信息进行传递对准。常规传递对准方法(conventional transfer alignment procedures)主要指位置匹配、速度匹配、积分速度匹配等这些发展较早的传统方法。先进传递对准(advanced transfer alignment procedures)是指用以上这些常规方法与姿态角匹配、角速率匹配等相结合[2-3]。

收稿日期: 2011-06-07　　修改日期: 2011-11-04

1　H_∞ 次优滤波算法描述

传统的卡尔曼滤波在进行滤波以前要确切知道干扰信号的统计特性以及系统的动力学模型。但是在实际的工程应用中, 由于干扰信号是随机信号, 因此很难得到干扰信号精确的统计特性, 而且很多情况下系统模型本身还存在一定范围的变化。H_∞ 滤波针对干扰信号的不确定性与系统模型的不确定性, 构建滤波器使得从干扰输入到滤波输出的 H_∞ 范数最小化[4]。

设线性离散系统的系统方程与量测方程为:

$$\begin{cases}\boldsymbol{X}_k=\boldsymbol{\phi}_{k,k-1}\boldsymbol{X}_{k-1}+\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}\boldsymbol{W}_{k-1}\\ \boldsymbol{Z}_k=\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{X}_k+\boldsymbol{V}_k\end{cases}\tag{1}$$

其中 $\boldsymbol{X}_k$ 是被估计状态, $\boldsymbol{Z}_k$ 是系统量测量, $\boldsymbol{\phi}_{k,k-1}$ 是 t_{k-1}时刻到 t_k 时刻的一步转移矩阵, $\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}$是系统干扰

输入矩阵，W_{k-1} 是系统激励噪声序列，H_k 是量测矩阵，V_k 是量测噪声序列。

通常情况下，需要利用量测向量对系统状态向量的线性组合进行估计，即对下式中的 S_k 进行估计：

$$S_k=L_kX_k \tag{2}$$

其中 L_k 是给定的状态向量线性变换矩阵。

假设 $\hat{S}_{\frac{k}{k}}=F(Z_0,Z_1,Z_2,\cdots,Z_k)$ 为利用从 0 时刻到 k 时刻的量测向量对 S_k 的估计。那么估计误差 $\tilde{S}_k$ 就可以描述为：

$$\tilde{S}_k=\hat{S}_{\frac{k}{k}}-L_kX_k \tag{3}$$

表示初始状态误差 $(X_0-\hat{X}_0)$、未知干扰信号序列 $\{W_i\}_{i=0}^{k}$ 和 $\{V_i\}_{i=0}^{k}$ 到滤波误差 $\tilde{S}_k$ 的传递函数矩阵。

定义(次优 H_∞ 滤波)[1]：给定一个常数 $\gamma>0$，寻求 H_∞ 次优估计 $\hat{S}_{\frac{k}{k}}=F_f(Z_0,Z_1,Z_2,\cdots,Z_k)$ 使得 $\|T_k(F)\|_\infty<\gamma$ 成立，即

$$\sup_{X_0,W,V\in h_2}\frac{\sum_{i=0}^{k}|\tilde{S}_{\frac{i}{i}}|^2}{(X_0-\hat{X}_0)^{\mathrm{T}}P_0^{-1}(X_0-\hat{X}_0)+\sum_{i=0}^{k}|W_i|^2+\sum_{i=0}^{k}|V_i|^2}<\gamma^2 \tag{4}$$

其中，X_0 为系统初始状态，$\hat{X}_0$ 为对系统初始状态 X_0 的一个估计，P_0 为初始估计误差方阵，$P_0=E\{[X_0-\hat{X}_0][X_0-\hat{X}_0]^{\mathrm{T}}\}$。

根据参考文献[5-6]知，针对式(1)所示系统，对于给定的常数 $\gamma>0$，如果矩阵 $[\Phi_k\quad \Gamma_k]$ 行满秩，则式(4)所述的 H_∞ 次优滤波问题有解的充分必要条件为：

$$P_j^{-1}+H_j^{\mathrm{T}}H_j-\gamma^{-2}L_j^{\mathrm{T}}L_j>0,\quad j=0,1,2,\cdots,k$$

且 H_∞ 次优滤波问题的解，即 H_∞ 次优滤波方程为：

$$\begin{aligned}
&R_{e,j}=\begin{bmatrix} I & 0\\ 0 & -\gamma^2 I\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}H_j\\ L_j\end{bmatrix}P_j[H_j^{\mathrm{T}}\quad L_j^{\mathrm{T}}]\\
&P_{j+1}=\Phi_jP_j\Phi_j^{\mathrm{T}}+Q_k-\Phi_jP_j[H_j^{\mathrm{T}}\quad L_j^{\mathrm{T}}]R_{e,j}^{-1}\begin{bmatrix}H_j\\ L_j\end{bmatrix}P_j\Phi_j^{\mathrm{T}}\\
&K_{j+1}=P_{j+1}H_{j+1}^{\mathrm{T}}(I+H_{j+1}P_{j+1}H_{j+1}^{\mathrm{T}})^{-1}\\
&\hat{X}_{\frac{j+1}{j+1}}=\Phi_j\hat{X}_{\frac{j}{j}}+K_{j+1}(Z_{j+1}-H_{j+1}\Phi_j\hat{X}_{\frac{j}{j}})
\end{aligned} \tag{5}$$

式中，$j=0,1,2,\cdots,k$；初始值 $\hat{X}_0$ 任意给定。

2 姿态+速度匹配的状态空间模型

速度匹配传递对准在估计航向误差时必须在横侧向平面内进行辅助机动(如右盘旋)。姿态匹配传递对准在估计航向误差时需要载机的俯仰轴或横滚轴方向有角速度输出(如摇翼)，而在该机动条件下无法将北向平台失准角分离出来。基于速度匹配与姿态匹配方案的优缺点互补关系，本文采用速度+姿态匹配的快速传递对准方案。

在速度+姿态匹配对准方案中，速度匹配实现水平姿态对准，姿态匹配实现航向对准，机动要求为摇翼。

2.1 速度+姿态匹配传递对准状态方程[7-8]

设速度+姿态匹配传递对准的系统状态为：$X=[\boldsymbol{\phi}^{\mathrm{T}}\quad \delta V_e^{nT}\quad \boldsymbol{\varepsilon}^{b_sT}\quad \nabla^{b_sT}\quad \boldsymbol{\mu}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，其中 $\boldsymbol{\phi}=[\phi_E\quad \phi_N\quad \phi_U]^{\mathrm{T}}$ 为子惯导平台失准角，$\delta V_e^n=[\delta V_e^n\quad \delta V_e^n]^{\mathrm{T}}$ 为子惯导东向和北向速度误差，$\boldsymbol{\varepsilon}^{b_s}=[\varepsilon_x^{b_s}\quad \varepsilon_y^{b_s}\quad \varepsilon_z^{b_s}]^{\mathrm{T}}$ 为子惯导陀螺的常值漂移，$\nabla^{b_s}=[\nabla_x^{b_s}\quad \nabla_y^{b_s}\quad \nabla_z^{b_s}]^{\mathrm{T}}$ 为子惯导加速度计的常值偏置误差，$\boldsymbol{\mu}=[\mu_x\quad \mu_y\quad \mu_z]^{\mathrm{T}}$ 为弹体安装误差角，则由姿态误差方程与速度误差方程可以得到系统的状态方程为：

$$\dot{X}=\begin{bmatrix}
-(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{in}}^n\times) & 0_{3\times3} & -C_{b_s}^n & 0_{3\times3} & 0_{3\times3}\\
M_1 & M_2 & 0_{2\times3} & M_3 & 0_{2\times3}\\
0_{3\times3} & 0_{3\times2} & 0_{3\times3} & 0_{3\times3} & 0_{3\times3}\\
0_{3\times3} & 0_{3\times2} & 0_{3\times3} & 0_{3\times3} & 0_{3\times3}\\
0_{3\times3} & 0_{3\times2} & 0_{3\times3} & 0_{3\times3} & 0_{3\times3}
\end{bmatrix}X+\begin{bmatrix}
-C_{b_s}^n\boldsymbol{\varepsilon}_w^{b_s}\\
M_3\nabla_w^{b_s}\\
0_{3\times1}\\
0_{3\times1}\\
0_{3\times1}
\end{bmatrix} \tag{6}$$

其中：

$C_{b_s}^n=\begin{bmatrix}C_{11} & C_{12} & C_{13}\\ C_{21} & C_{22} & C_{23}\\ C_{31} & C_{32} & C_{33}\end{bmatrix}$ 为姿态矩阵，

$$M_1=\begin{bmatrix}0 & -f_U & f_N\\ f_U & 0 & -f_E\end{bmatrix}$$

$$M_2=\begin{bmatrix}\dfrac{V_N\tan L-V_U}{R_N+h} & 2\omega_{ie}\sin L+\dfrac{V_E}{R_N+h}\tan L\\ -2\left(\omega_{ie}\sin L+\dfrac{V_E}{R_N+h}\tan L\right) & -\dfrac{V_U}{R_M+h}\end{bmatrix}$$

$$M_3=\begin{bmatrix}C_{11} & C_{12} & C_{13}\\ C_{21} & C_{22} & C_{23}\end{bmatrix}$$

式中，$\boldsymbol{\varepsilon}_w^{b_s}$ 为陀螺量测 Gauss 白噪声；$\nabla_w^{b_s}$ 为加速度计量测 Gauss 白噪声。

2.2 速度+姿态匹配传递对准量测方程[9-10]

设主惯导输出的载机地速为 $\hat{V}_{em}^n$，子惯导输出的弹体地速为 $\hat{V}_{es}^n$，由主惯导输出计算得到的杆臂速

度为 $\hat{V}_{LA}^n$,主惯导输出的载机姿态矩阵为 $\hat{C}_{b_m}^n$,子惯导输出的弹体姿态矩阵为 $\hat{C}_{b_s}^n$,已知的弹体安装坐标系 b_f 与弹体水平坐标系 b_h 之间的变换矩阵为 $C_{b_f}^{b_h}$(即弹体安装矩阵)。采用东向和北向主子惯导速度误差作为速度量测,姿态量测采用量测失准角作为匹配量。量测量选取:

$$Z=\begin{bmatrix} Z_V \\ Z_\theta \end{bmatrix}$$

其中,

$$Z_V=\hat{V}_{es}^n-(\hat{V}_{em}^n+\hat{V}_{LA}^n),Z_\theta=\begin{bmatrix} \dfrac{Z_{\mathrm{DCM}}(3,2)-Z_{\mathrm{DCM}}(2,3)}{2} \\ \dfrac{Z_{\mathrm{DCM}}(1,3)-Z_{\mathrm{DCM}}(3,1)}{2} \\ \dfrac{Z_{\mathrm{DCM}}(2,1)-Z_{\mathrm{DCM}}(1,2)}{2} \end{bmatrix},$$

$Z_{\mathrm{DCM}}=\hat{C}_{b_m}^n C_{b_f}^{b_h}\hat{C}_n^{b_s}=[I-(\varphi_m^n\times)]C_{b_m}^n C_{b_f}^{b_h} C_n^{b_s}[I+(\varphi^n\times)]$,$\varphi_m^n$ 为主惯导的姿态误差角,可视为白噪声;φ^n 为子惯导的姿态误差角。

系统的量测方程为:

$$Z=\begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2\times3} & I_{2\times2} & \mathbf{0}_{2\times3} & \mathbf{0}_{2\times3} & \mathbf{0}_{2\times3} \\ I_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times2} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & C_{b_m}^n C_{b_f}^{b_h} \end{bmatrix}X+\begin{bmatrix} V_v \\ V_\theta \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中 V_V 为零均值 Gauss 白噪声,V_θ 为未知的量测噪声信号。

3　系统仿真与结论

姿态匹配对机翼弹性变形比较敏感。若机翼弹性变形建模不准,则速度+姿态匹配传递对准的卡尔曼滤波性能将进一步恶化。由于 H_∞ 滤波对干扰具有很强的鲁棒性,并且不需要确切知道干扰的分布规律和统计特性。因此,可以将机翼的弹性变形视为速度+姿态匹配传递对准中量测的不确定性干扰,采用 H_∞ 滤波方法进行速度+姿态匹配传递对准。

本文设计了摇翼机动方式,作为速度+姿态匹配传递对准 H_∞ 次优滤波仿真的载机运动轨迹。

传递对准初始位置为北纬 34°14.763′、东经 108°54.579′,海拔高度 7 000 m;初始速度为 240 m/s;初始时刻航向角为 30°,俯仰角为 0°,横滚角为 0°。传递对准摇翼仿真运动轨迹设计如下表 1 所示[11-12]。

表 1　仿真轨迹设置

阶段	机动动作	起始时间/s	持续时间/s	$\dot{\psi}$	$\dot{\theta}$	$\dot{\gamma}$	a_{mx}^t	a_{my}^t	a_{mz}^t
1	右倾	0	2	0	0	5°/s	0	0	0
2	左倾	2	4	0	0	-5°/s	0	0	0
3	右倾	6	4	0	0	5°/s	0	0	0
4	左倾	10	2	0	0	-5°/s	0	0	0
5	匀速平飞	12	8	0	0	0	0	0	0

主惯导误差参数:姿态误差角 φ_m^n 噪声方差阵 $R_{\varphi_m}=(1')^2 I_{3\times3}$。

子惯导误差参数:陀螺常值漂移 1 °/h;陀螺随机游走系数 0.1 °/h$^{1/2}$;加速度计常值偏置误差 5×10^{-4} g_n;加速度计量测噪声标准差 1×10^{-4} $g_n\cdot s^{1/2}$。

弹体安装误差角:$\mu^{b_f}=[0.3°\quad 0.3°\quad 0.3°]^{\mathrm{T}}$。

子惯导姿态误差角初值:$\varphi^n(0)=[0.5°\quad 0.5°\quad 0.5°]^{\mathrm{T}}$。

在进行速度+姿态匹配传递对准 H_∞ 滤波仿真时,假设在滤波时不对机翼弹性变形进行建模,速度+姿态匹配量测向量中包含未知的量测噪声(机翼挠曲变形角、机翼颤振变形角和主惯导姿态误差角)。本文在进行 H_∞ 滤波仿真的同时,还在相同的仿真条件及载机机动轨迹下进行了卡尔曼滤波,仿真时滤波周期取为 20 ms 并且取 $\gamma=50$,仿真结果如图 1 所示,图中实线为 H_∞ 滤波仿真结果,点划线为

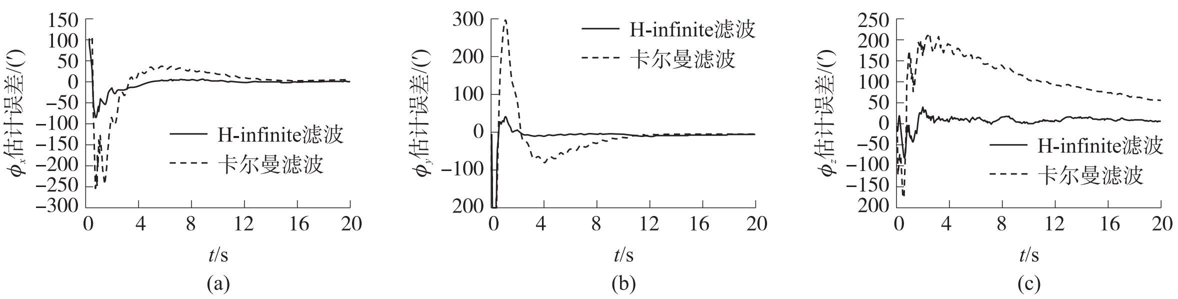

图 1　姿态误差角估计误差

卡尔曼滤波仿真结果。

当系统噪声和量测噪声为白噪声时,卡尔曼滤波器和 H_∞ 滤波器均有效,而且卡尔曼滤波器优于 H_∞ 滤波器。但是,当系统噪声与量测噪声为有色噪声并且存在建模误差时,由图1可以看出,H_∞ 滤波仍然有效,具有很强的鲁棒性。H_∞ 滤波在5 s左右姿态误差角已经收敛,在15 s以后三个方向的姿态误差角估计误差在10′以内,而卡尔曼滤波收敛速度明显低于 H_∞ 滤波的收敛速度,仿真结束时三个方向上的姿态误差角估计误差仍为数十个角分。

因此,在系统噪声与量测噪声为有色噪声的情况下,H_∞ 滤波应用于姿态+速度匹配传递对准具有速度快、精度高、鲁棒性好的特点,而且更符合工程应用的实际情况,因而是一种非常有效的估计方法。

参考文献:

[1] 王金林,陈明,郭创.基于"姿态矩阵"量测的机载导弹传递对准技术[J].火力与指挥控制,2005,30(4):55-58.

[2] 彭蓉,严恭敏,秦永元.箭载捷联惯导系统水平自对准的两种实用方法[J].中国惯性技术学报,2009,17(4):428-435.

[3] 孔翔雷,李杰,杜英.MEMS-IMU/GPS组合导航系统坐标系统一的方法研究.传感技术学报,2010,23(4):522-524.

[4] 岳晓奎,袁建平.H_∞ 滤波算法及其在GPS/SINS组合导航系统中的应用[J].航空学报,2001,22(4):366-368.

[5] Emmanuel G, Collins Jr, Tinglun Song. Robust H_∞ Estimation and Fault Detection of Uncertain Dynamic Systems[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamic, 2000, 23(5):857-863

[6] Claudio De Persis, Alberto Isidori. AnH_∞-Suboptimal Fault Detection Filter for Bilinear System[C]//Nonlinear Control in the Year 2000, Springer Verlag, 2000.

[7] 陈凯,鲁浩,闫杰.传递对准中一种新的姿态匹配算法[J].西北工业大学学报,2007,25(5):691-694.

[8] 顾冬晴,秦永元.传递对准中主惯导速度匹配量的实时构造算法[J].西北工业大学学报,2004,22(5):666-669.

[9] 杨鹏翔,秦永元,严恭敏.捷联惯性导航系统简化非线性对准研究[J].系统仿真学报,2010,22(12):2817-2820.

[10] 李志敏,赵剡,王纪南.考虑杆臂及安装误差角的快速传递对准[J].中国惯性技术学报,2008,16(5):553-555.

[11] 张品秀,黄操军,乔相伟.基于自适应扩展Kalman滤波的SINS/GPS深组合研究[J].传感技术学报,2010,23(3):408-412.

[12] 马骏,杨功流.紧耦合MINS/GPS组合导航系统数据融合的分析与处理[J].传感技术学报,2011,24(9):1284-1289.

宋丽君(1978-),女,汉族,陕西省西安市人,西北工业大学自动化学院博士后,主要研究方向为导航技术;

秦永元(1946-),男(汉族),江苏常熟人,西北工业大学教授,博士生导师,长期从事惯性导航和组合导航系统、最优估计理论、数字信号处理及GPS信号处理研究。