

# 基于分块反步设计的飞行器姿态 稳定鲁棒控制

毕 胜, 季海波

(中国科学技术大学自动化系, 合肥 230027)

**摘 要:** 采用分块反步设计思想, 结合输入状态稳定性理论, 获得了一种具有鲁棒性能的飞行器姿态稳定控制方案。该方案可自然地处理姿态耦合问题, 实现半全局姿态稳定控制, 并对外部扰动具有鲁棒性, 可直接应用在燃气动力的情况。对某空间飞行器的姿态控制系统进行了数值仿真, 仿真结果验证了该方法的有效性。

**关键词:** 分块反步设计法; 输入状态稳定性; 姿态控制

**中图分类号:** V249.122      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-1328(2008)06-1878-05

**DOI:** 10.3873/j.issn.1000-1328.2008.06.036

## 0 引言

随着航空航天技术和高新武器研制的不断发展, 近年来人们对新一代飞行器在机动性、可靠性、精确性等方面都提出了更高的要求。飞行器姿态控制系统是整个飞行器的重要组成部分, 是关系飞行器稳定飞行的重要前提, 因而飞行器姿态控制问题越来越受到人们的关注。

飞行器姿态控制系统是具有非线性、强耦合、多输入多输出的系统, 系统的复杂性给飞行器姿态控制带来诸多不便。通常飞行器的姿态稳定控制被分解成侧向(俯仰、偏航)稳定和滚转稳定两部分, 使用反馈线性化、变结构控制和自适应控制等设计方法。反馈线性化的基本思想是: 使用状态反馈或坐标变换对非线性系统线性化, 对飞行器姿态运动的非线性耦合进行解耦, 再运用线性系统控制策略进行设计<sup>[1,2]</sup>。反馈线性化在很大程度上可以简化控制系统的设计问题<sup>[3]</sup>, 但该方法需要有相对精确的数学模型, 姿态调整范围有限<sup>[1,2,4]</sup>。变结构控制方法由于具有响应速度快, 外界干扰、系统结构和参数不确定等建模不准确情况下鲁棒性强的特点<sup>[5,6]</sup>, 被应用在飞行器姿态控制问题上。为了获得较为满意的动态性能, 理想的变结构控制需要理想的切换。但由于惯性、时滞等的存在, 实际情况下过高的切换频率是不可能实现的, 切换开关控制律的离散性会产

生高频颤动, 引发系统未建模高频振荡, 增加能量消耗, 影响系统的性能指标<sup>[3,7]</sup>。应用变结构控制时, 常提出一些条件或假设对系统模型进行简化, 如文献[8,9], 这种举措在一定程度上局限了此种方法的适用范围。自适应控制在飞行器姿态控制方面也发挥着重要的作用。自适应控制器具有实时估计不确定参数的优点, 可根据系统实时的特性、性能和参数变动情况进行决策, 然而这种调节需要很长的计算时间, 并产生大量的测量和辨识数据, 同时控制器对模型的阶数变化比较敏感, 这些都限制了自适应控制技术的广泛应用<sup>[10]</sup>。

反步设计法(Backstepping)应用于控制量和被控量之间存在一个或多个积分器的非线性系统。此种方法允许控制对象保留非线性或高阶的特征, 通过对非线性系统进行多步的递推设计, 获得较好的全局或半全局稳定性。文献[11]采用积分反步设计法为刚体航天器姿态调节设计了一种逆最优姿态控制律。文献[12]基于状态反馈, 利用 Backstepping 思想设计了一种无人机非线性自适应控制器。

飞行器在作大机动飞行时会表现出高度的非线性和姿态强耦合特征, 往往具有较大的攻角, 且飞行气动参数随时间变化的范围较大, 飞行器较易失去稳定性。在这种条件下, 普通控制方案一般难以达到期望的性能指标。本文采用分块反步设计思想, 结合输入状态稳定性理论, 在解决姿态耦合问题后,

推导了飞行器姿态调节的非线性控制方案,证明了其鲁棒稳定性,实现了半全局姿态稳定控制。数值仿真结果验证了此方法的有效性。

### 1 飞行器姿态控制系统的数学描述

#### 1.1 飞行器的数学模型

飞行器在空间中的姿态可以使用惯性参考系与动参考系之间的欧拉角进行描述。假设飞行器为刚体,地面坐标系为惯性参考系,固结于飞行器上的坐标系  $(e_1, e_2, e_3)$  为动参考系。基矢量  $e_1$  沿飞行器纵轴指向前方,  $e_2$  和  $e_3$  分别为两个侧向的单位矢量,三者一般取在飞行器惯性主轴上,组成右手正交坐标系。由于只研究飞行器的姿态而不研究其质心的运动,两坐标系的原点均取在飞行器的质心。按照“体轴 3,2-3-1”的顺序,飞行器的三个欧拉角为绕  $e_2$  的偏航角  $\phi$ , 绕  $e_3$  的俯仰角  $\theta$  和绕  $e_1$  的滚转角  $\gamma$ 。

设飞行器绕质心的角速度矢量在体坐标系下的三个分量为  $(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ , 绕三个惯性主轴的转动惯量为  $J_1, J_2, J_3$ ,  $M = (M_1, M_2, M_3)$  是作用在飞行器上的控制力矩,则建立飞行器的数学模型表达式<sup>[13]</sup>为:

$$\begin{cases} \dot{\phi} = (\omega_2 \cos \gamma - \omega_3 \sin \gamma) / \cos \theta \\ \dot{\theta} = \omega_2 \sin \gamma + \omega_3 \cos \gamma \\ \dot{\gamma} = \omega_1 - (\omega_2 \cos \gamma - \omega_3 \sin \gamma) \tan \theta \\ J_1 \dot{\omega}_1 = (J_2 - J_3) \omega_2 \omega_3 + M_1 \\ J_2 \dot{\omega}_2 = (J_3 - J_1) \omega_3 \omega_1 + M_2 \\ J_3 \dot{\omega}_3 = (J_1 - J_2) \omega_1 \omega_2 + M_3 \end{cases} \quad (1)$$

#### 1.2 姿控发动机模型

本文考虑燃气作为直接推力的情况,即姿态控制由姿控发动机提供控制力矩。姿控发动机是一种固体喷气发动机,通常安装在弹体尾部,绕弹体做环形分布排列,如图 1 所示。通过向外喷射气体,姿控发动机可产生较大的控制力矩,实现对弹体的姿态控制。

姿控发动机提供的控制力矩通常与各喷管开启和喷射节流之间存在一个简化的线性关系<sup>[14]</sup>,对于文中考虑的姿控发动机模型,这种线性关系如式(2)所描述:

$$\begin{cases} \dot{M}_1 = (P_1 + P_4 - P_3 - P_6) R \\ \dot{M}_2 = (P_1 - P_3 + P_6 - P_4) l_\alpha \\ \dot{M}_3 = (P_2 - P_5) l_\alpha \end{cases} \quad (2)$$

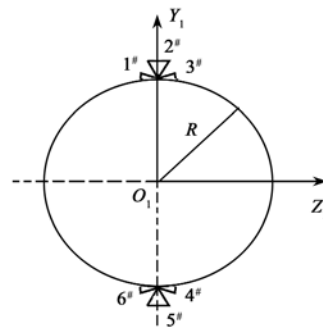


图 1 姿控发动机的分布

Fig.1 Distributing for attitude control engines

其中,  $R$  为弹体半径,即滚转控制力作用点至导弹纵轴距离;  $l_\alpha$  为俯仰、偏航控制力作用点至导弹质心距离;  $M_1, M_2, M_3$  为姿控发动机产生的控制力矩在弹体坐标系各坐标轴上的分量。由式(2)易知,姿控发动机的推力矩为常值,滚转和偏航通道存在着控制耦合<sup>[15]</sup>。

### 2 飞行器姿态稳定控制律的设计

#### 2.1 鲁棒非线性控制的研究

为了保证分析讨论的完整性和连续性,本文首先讨论比模型(1)更具一般性的系统(3):

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + G(x)z + d_1(t) \\ \dot{z} = p(x, z) + Q(x, z)u + d_2(t) \end{cases} \quad (3)$$

式中向量函数  $f: R^n \rightarrow R^n$ ,  $p: R^n \times R^n \rightarrow R^n$ , 矩阵函数  $G: R^n \rightarrow R^{n \times n}$ ,  $Q: R^n \times R^n \rightarrow R^{n \times n}$ , 扰动向量函数  $d_1: [0, \infty] \rightarrow R^n$ ,  $d_2: [0, \infty] \rightarrow R^n$ , 设  $f, p, G$  和  $Q$  在所讨论的定义域内是光滑函数,且  $f(0) = 0$ 。

对于系统(3),有下面的定理 1 成立。

**定理 1** 设在系统(3)中,矩阵函数  $Q(x, z)$  与  $G(x)$  均可逆,则有控制律:

$$\begin{aligned} u = & -Q^{-1}(x, z)[k(z - \rho(x)) + \\ & G^T(x)x + p(x, z) - \dot{\rho}(x)], \\ \rho(x) = & G^{-1}(x)[-kx - f(x)] \end{aligned} \quad (4)$$

式中  $k = c + 0.5/\delta^2$ ,  $c > 0$ ,  $\delta > 0$ , 使得系统无扰动时状态是指数稳定的,有扰动时对所有  $t \geq 0$  不等式(5)成立:

$$\begin{aligned} \left\| \begin{matrix} \xi(t) \\ \eta(t) \end{matrix} \right\| \leq & \delta \sqrt{\frac{1 - e^{-2ct}}{2c}} \cdot \\ & \left( \sup_{\tau \in [0, t]} \left\| \begin{matrix} d_1(\tau) \\ d_2(\tau) \end{matrix} \right\| \right) + e^{-\alpha t} \left\| \begin{matrix} \xi(0) \\ \eta(0) \end{matrix} \right\| \end{aligned} \quad (5)$$

式中  $\xi = x$ ,  $\eta = z - \rho(x)$ 。

证明:利用反步设计思想,对式(3)中的  $x$  子系统,取虚拟控制为:

$$\rho(x) = G^{-1}(x)[-k_1 x - f(x)]$$

式中  $k_1$  为常数,作坐标变换:

$$\xi = x, \quad \eta = z - \rho(x) \tag{6}$$

考查 Lyapunov 函数:

$$V(\xi, \eta) = \frac{1}{2} \xi^T \xi + \frac{1}{2} \eta^T \eta \tag{7}$$

沿系统(3)的变化律:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \xi^T [f(x) + G(x)z + d_1(t)] + \\ &\quad \eta^T [p(x, z) + Q(x, z)u + d_2(t) - \dot{\rho}(x)] \\ &= -k_1 \xi^T \xi + \eta^T [G^T(x)\xi + p(x, z) + \\ &\quad Q(x, z)u - \dot{\rho}(x)] + \xi^T d_1 + \eta^T d_2 \\ &\leq -\left(k_1 - \frac{1}{3\delta_1^2}\right) \|\xi\|^2 + \\ &\quad \eta^T \left[G^T \xi + p + Qu + \frac{\eta}{2\delta_2^2} - \dot{\rho}\right] + \\ &\quad \frac{\delta_1^2}{2} \|d_1\|^2 + \frac{\delta_2^2}{2} \|d_2\|^2 \end{aligned}$$

式中  $\delta_1, \delta_2$  为正数,令  $k_1 - 0.5/\delta_1^2 \triangleq c_1 > 0$ 。如果取:

$$u = -Q^{-1}(x, z)[k_2 \eta + G^T(x)\xi + p(x, z) - \dot{\rho}(x)], \quad k_2 = c_2 + 0.5/\delta_2^2$$

在使系统(3)闭环后,获得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -c_1 \|\xi\|^2 - c_2 \|\eta\|^2 + \frac{\delta_1^2}{2} \|d_1\|^2 + \\ &\quad \frac{\delta_2^2}{2} \|d_2\|^2 \\ &\leq -2cV + \frac{\delta^2}{2} (\|d_1\|^2 + \|d_2\|^2) \end{aligned} \tag{8}$$

其中取  $c = \min\{c_1, c_2\}$ ,  $\delta = \max\{\delta_1, \delta_2\}$ 。

对式(8)左右两边乘以  $e^{2\alpha t}$  并在区间  $[0, t]$  上积

分,可得:

$$\begin{aligned} V(t) &\leq e^{-2\alpha t} V(0) + \frac{\delta^2}{2} \int_0^t e^{-2\alpha(t-\tau)} \\ &\quad [\|d_1(\tau)\|^2 + \|d_2(\tau)\|^2] d\tau \\ &\leq e^{-2\alpha t} V(0) + \frac{\delta^2}{4c} \frac{1 - e^{-2\alpha t}}{\alpha} \sup_{\tau \in [0, t]} \\ &\quad [\|d_1(\tau)\|^2 + \|d_2(\tau)\|^2], \quad \forall t \geq 0 \end{aligned}$$

两边开方,结合式(7)即可得到式(5)。定理 1 反映了取  $k_1 = k_2 \triangleq k$ ,  $\delta_1 = \delta_2 \triangleq \delta$ , 从而  $c_1 = c_2 \triangleq c$  的特殊情形。

由式(5)易知,系统从扰动到状态是指数稳定的。注意到当扰动为零时,有  $\xi(t) \rightarrow 0, \eta(t) \rightarrow 0$ 。考虑到如式(6)的坐标变化,并由  $f(0) = 0$  得  $\rho(0) = 0$ , 从而  $x(t) \rightarrow 0, z(t) \rightarrow 0$  均为指数收敛。当扰动非零时,系统状态相应也对扰动具有抑制作用,这意味着控制律的鲁棒性。

### 2.2 姿态稳定控制律的实现

姿态控制系统的任务是把三个姿态角 ( $\phi, \theta, \gamma$ ) 分别设定为所要求的姿态角 ( $\phi_0, \theta_0, \gamma_0$ )。下面根据定理 1 的结论,研究文中的飞行器姿态控制问题。根据飞行器的数学模型即式(1),设 ( $\phi_0, \theta_0, \gamma_0$ ) 为姿态设定值,令  $x = (x_1, x_2, x_3)^T = (\phi - \phi_0, \theta - \theta_0, \gamma - \gamma_0)^T, z = (z_1, z_2, z_3)^T$ 。对照系统(3)可知  $f(x) = 0$ , 且有:

$$G = \begin{bmatrix} 0 & \cos \gamma / \cos \theta & -\sin \gamma / \cos \theta \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \\ 1 & -\cos \gamma \tan \theta & \sin \gamma \tan \theta \end{bmatrix}$$

$$G^{-1} = \begin{bmatrix} \sin \theta & 0 & 1 \\ \cos \theta \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\cos \theta \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{G}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta (\omega_2 \sin \gamma + \omega_3 \cos \gamma) & 0 & 1 \\ -\omega_1 \cos \theta \sin \gamma - \omega_3 \sin \theta & \cos \gamma (\omega_1 - \omega_2 \cos \gamma \tan \theta + \omega_3 \sin \gamma \tan \theta) & 0 \\ -\omega_1 \cos \theta \cos \gamma + \omega_2 \sin \theta & -\sin \gamma (\omega_1 - \omega_2 \cos \gamma \tan \theta + \omega_3 \sin \gamma \tan \theta) & 0 \end{bmatrix}$$

而  $\rho(x) = -kG^{-1}x, \dot{\rho}(x) = -k\dot{G}^{-1}x - k\dot{z}_0$  最后可得姿态稳定控制律为:

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix} = -\text{diag}\{J_1, J_2, J_3\} [k^2 G^{-1} + G^T + k\dot{G}^{-1}] \begin{bmatrix} \phi - \phi_0 \\ \theta - \theta_0 \\ \gamma - \gamma_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2kJ_1 & -J_2\omega_3 & J_3\omega_2 \\ J_1\omega_3 & -2kJ_2 & -J_3\omega_1 \\ -J_1\omega_2 & J_2\omega_1 & -2kJ_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} \tag{9}$$

姿态稳定控制律解得后,根据控制力矩与姿控发动机各喷管开启和喷射节流之间的关系,可由  $M$

反解出姿控发动机的实际控制量。文中在获得如式(9)所示的姿态稳定控制律后,结合一定的约束条

件,由式(2)可以反解出适用于该模型的控制量。姿态控制系统按照该控制律改变姿控发动机产生的力矩,即可实现姿态调整的目的。

### 3 仿真算例

已知某型飞行器模型由式(1)描述,其中各转动惯量为  $J_1 = 0.5\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ,  $J_2 = 13.5\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ,  $J_3 = 13.5\text{kg}\cdot\text{m}^2$ 。三个姿态角的初始值分别为  $\phi = 60^\circ$ ,  $\theta = 30^\circ$ ,  $\gamma = 45^\circ$ ,设定值分别为  $\phi_0 = 30^\circ$ ,  $\theta_0 = 10^\circ$ ,  $\gamma_0 = 60^\circ$ 。采用 matlab 语言和 simulink 仿真环境建立飞行器姿态控制系统的仿真模型,并实现控制算法。具体的仿真结果如图 2 至图 4 所示,这些图形分别描述了文中所述控制律应用到姿态控制后,偏航角、俯仰角和滚转角随时间变化的趋势,从图中显见姿态稳定控制律(9)的优势。

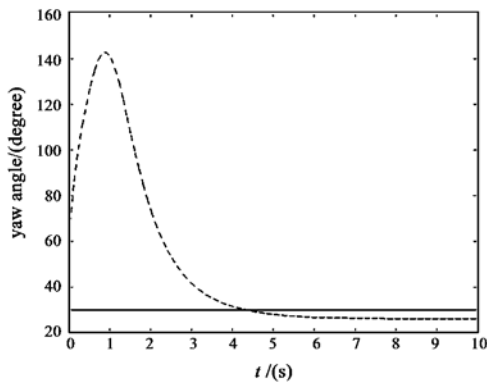


图 2 偏航角状态曲线  
Fig. 2 Yaw angle state curve

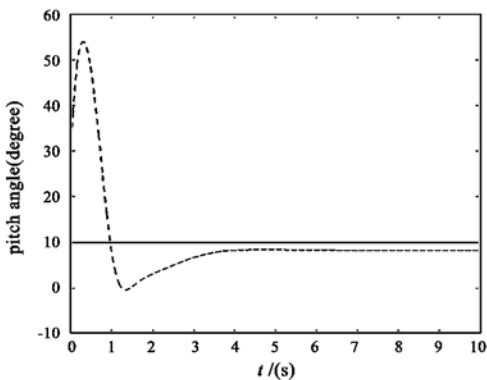


图 3 俯仰角状态曲线  
Fig. 3 Pitch angle state curve

### 4 结论

本文的飞行器姿态控制设计表明,现代非线性控制方法可以有效地应用于飞行器姿态控制,非线性

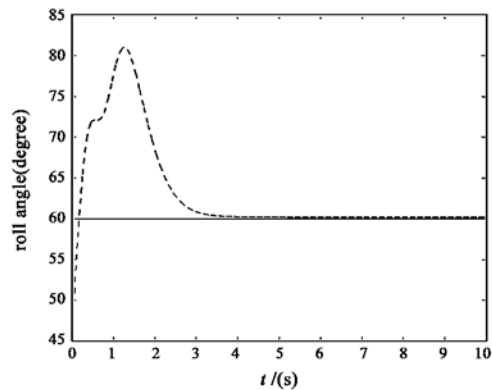


图 4 滚转角状态曲线  
Fig. 4 Roll angle state curve

性控制设计可以达到全局或半全局鲁棒稳定,且姿态耦合问题可以自然地得到处理,从而为飞行器大机动飞行控制(如 BIT 导弹,大攻角飞行)提供一个有效解决问题的方法和途径。本文提出的控制方案可应用在燃气作为直接推力的情况。但在飞行器姿态控制问题中,如果控制量是气动力矩,则问题会变得更为复杂。因为气动力矩与飞行姿态、攻角和侧滑角等相关,求解时不能简单的由方程(1)出发研究姿态控制问题,而是需要进一步多方面的深入研究。此外,非线性控制常常需要较大的控制力,而这些力可能会超过飞行器的最大可用过载,因此需要进一步讨论在一定的控制约束条件之下的非线性控制设计方案。

### 参考文献:

[ 1 ] Huang J, Lin C F. Application of sliding mode control to bank-to-turn missile systems[C]. Aerospace Control Systems, 1993 Proceedings, The First IEEE Regional Conference, 1993: 569 - 573.

[ 2 ] 韩艳桦,周凤岐,周军. 基于反馈线性化和变结构控制的飞行器姿态控制系统设计[J]. 宇航学报,2004,25(6): 637 - 641. [HAN Yan-hua, ZHOU Feng-qi, ZHOU Jun. Design for aircraft attitude control system based on feedback-linearization and variable-structure-control[J]. Journal of Astronautics, 2004, 25(6): 637 - 641.]

[ 3 ] 李琳琳,赵光恒,赵长安. 不确定非线性系统鲁棒控制研究[J]. 宇航学报,2003,24(4): 331 - 336. [LI Lin-lin, ZHAO Guang-heng, ZHAO Chang-an. Survey on the robust control of uncertain nonlinear systems[J]. Journal of Astronautics, 2003, 24(4): 331 - 336.]

[ 4 ] Jyh-Jong Sheen, Robert H, Bishop. Adaptive nonlinear control of spacecraft[C]. Proceedings of the American Control Conference, 1994, 3: 2867 - 2871.

[ 5 ] Jean-Jacques E, Slotine, Weiping Li. Applied Nonlinear Control [M]. Beijing: China Machine Press, 2006.

- [ 6 ] Utkin V I. Variable structure systems with sliding modes[J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 1997, 22(2): 212 - 222.
- [ 7 ] Yew-Wen Liang, Chiz-Chung Cheng. Robust attitude control for spacecraft [C]. Proceedings of the American Control Conference, 2002, 2: 1342 - 1347.
- [ 8 ] 陈宏钧, 王卓军, 周荻, 胡恒章. 飞行器变结构姿态控制的研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 1997, 29(6): 11 - 13. [CHEN Hong-jun, WANG Zhuo-jun, ZHOU Di, HU Heng-zhang. Research on variable structure attitude control of aircraft[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 1997, 29(6): 11 - 13.]
- [ 9 ] 金辉, 屈卫东. 变结构优化控制在 MAV 姿态控制中的研究[J]. 计算机仿真, 2005, 22(9): 52 - 54. [JIN Hui, QU Wei-dong. Variable structure optimizing control method used in the attitude control of micro air vehicle[J]. Computer Simulation, 2005, 22(9): 52 - 54.]
- [10] Quang M, Lam, Randy N, Morgan. Spacecraft control law design using lyapunov-based adaptive controllers [C]. Control Applications, 1992 Proceedings. The First IEEE Conference, 1992, 1: 554 - 556.
- [11] Miroslav Krstic, Panagiotis Tsiotras. Inverse optimal stabilization of a rigid spacecraft[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1999, 44(5): 1042 - 1049.
- [12] 苏丙末, 曹云峰. 基于 Backstepping 的无人机飞控系统设计研究[J]. 南京航空航天大学学报, 2001, 1(3): 250 - 253. [SU Bing-wei, CAO Yu-feng. Design of adaptive backstepping flight control system of UAV[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2001, 1(3): 250 - 253.]
- [13] 肖业伦. 飞行器运动方程[M]. 北京: 航天工业出版社, 1987. [XIAO Ye-lun. Motion Equations of Air Vehicles[M]. Beijing: Astronautics Industry Press, 1987.]
- [14] 杨大明. 空间飞行器姿态控制系统[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2000. [YANG Da-ming. Attitude Control Systems of Spacecrafts [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2000.]
- [15] 李阳. 基于遗传算法的神经网络 PID 姿态控制系统设计[C]. 中国宇航学会首届学术年会论文汇编, 2005: 280 - 285. [LI YANG. Neural network PID controller by GA in the attitude control of spacecraft[C]. Chinese Society of Astronautics, Proceedings of the First Congress, 2005: 280 - 285.]



作者简介: 毕胜(1979 -), 男, 中国科学技术大学自动化系控制理论与控制工程专业博士生, 研究方向为非线性控制、飞行器导航与控制。  
通信地址: 中国科学技术大学四号信箱 8 号楼(230026)  
电话: (0551)3607454  
E-mail: bisheng@mail.ustc.edu.cn

## Robust Attitude Control of Aircraft Based on Partitioned Backstepping

BI Sheng, JI Hai-bo

(Dept. of Auto., Univ. of Sci. & Tech. of China, Hefei 230027, China)

**Abstract:** This paper proposes a robust nonlinear attitude control method for aircraft based on partitioned backstepping method and input-to-state stability theory. With this strategy the coupling of the model attitude can be dealt naturally. A stable attitude control is realized semi-globally and the scheme has a good robust property subjected to external disturbances. The control design can be applied directly to an aircraft with thrust arising from gas fuel. A numerical simulation of an attitude control system is performed and the simulation results show that the control method designed in this paper is effective.

**Key words:** Attitude control; Partitioned backstepping method; Input-to-state stability