

基于熵损失最大的往复式热机最优构型

杨爱波^{①②③}, 陈林根^{①②③*}, 夏少军^{①②③}, 孙丰瑞^{①②③}

① 海军工程大学热科学与动力工程研究室, 武汉 430033;

② 海军工程大学舰船动力工程军队重点实验室, 武汉 430033;

③ 海军工程大学动力工程学院, 武汉 430033

* 联系人, E-mail: lgchenna@yahoo.com; lingencheng@hotmail.com

2013-09-05 收稿, 2013-12-03 接受, 2014-03-28 网络版发表

国家自然科学基金(51176203, 51206184)资助

摘要 采用有限时间热力学理论和熵理论对一类存在热漏和高温热源热容有限的两热源热机进行研究. 寻求模型符合牛顿传热定律时, 系统在给定循环周期下系统熵产生最小和熵损失最大时的最优构型, 并与系统输出功最大时的最优构型对比. 分析结果表明: 对于无限热容高温热源, 热漏是否存在并不改变循环的最优构型; 而对于有限热容高温热源, 以系统熵产生最小和熵损失最大为目标的最优构型与以系统输出功最大为目标的最优构型不完全相同, 无热漏时分别以熵产生最小、熵损失最大和输出功最大为目标的最优构型均相同, 而存在热漏时分别以三者为目标时的最优构型各不相同.

关键词

有限时间热力学
热漏
熵产生
熵损失
最优构型

有限时间热力学理论^[1~10]的一个主要目标是研究不可逆有限时间循环并建立这种循环的效率或最大输出功率的普遍的界限; 另一个主要目标是建立作为实际过程热力模型的系统运行准则(例如, 系统应该沿着最大效率、最大功或最大化学效率的路径运行), 这类问题需要用到最优控制理论, 不仅能回答优化目标的物理极限是多少, 而且还能指出为了实现预定的最优目标系统将以何种规律或准则去运行, 因此在理论研究和实际工程应用上的研究意义也就更为重要. 在实际热力过程中经常是从有限热源而不是从无限热源吸热产生功, 因此, 对有限高温热源循环的研究更具有实际意义. 对内可逆循环而言, 有限热源对性能影响的研究包括两个方面: 一是确定给定有限热源时循环的最优性能, 如卡诺循环^[11,12]、朗肯循环^[13]和布雷顿循环^[14,15], 此类优化又分为给定吸热量^[11]和吸热量可变化^[12~15]两类; 二是确定给定条件下热机的最优构型, 例如, 内可逆恒温热源热机的最优构型为 CA 热机^[16], 牛顿传热规律

($Q \propto \Delta(T)$)下变温热源热机的最优构型是热源温度与工质温度均随时间呈指数变化, 且工质与热源的温比为常数的广义卡诺热机^[17,18]; 线性唯象传热规律($Q \propto \Delta(T^{-1})$)下变温热源热机的最优构型是热源与工质温度倒数之差为常数的另一种广义卡诺热机^[19]. 熊国华等人^[20]得到了广义辐射传热规律($Q \propto \Delta(T^n)$)下变温热源热机的最优构型和最优性能. Chen 等人^[21]得到了广义对流传热规律 $Q \propto (\Delta T)^n$ 下变温热源热机的最优构型和最优性能, 并进一步研究了混合热阻条件下广义卡诺循环的最优构型和最优性能^[22]. Chen 等人^[23,24]还研究了牛顿和线性唯象传热规律下热源间热漏对变温热源热机最优构型和最优性能的影响. 李俊等人^[25]研究了一类复杂传热规律 $Q \propto \Delta(T^n)^m$ 下变温热源热机的最优构型, 在热机模型中考虑了有限速率传热的不可逆性, 并且利用高温热源的等效温度得到了热机功率和效率的最优关系.

近年来过增元等人^[26]和 Guo 等人^[27]基于热学与电学的对比提出的用以表征物体传热能力的新物理

引用格式: 杨爱波, 陈林根, 夏少军, 等. 基于熵损失最大的往复式热机最优构型. 科学通报, 2014, 59: 1033–1039

英文版见: Yang A B, Chen L G, Xia S J, et al. The optimal configuration of reciprocating engine based on maximum entransy loss. Chin Sci Bull, 2014, 59, doi: 10.1007/s11434-014-0236-3

量——焓(在较早的研究中,该物理量被称为热量传递势容^[28]),并在此基础上发展了焓损失极值原理和最小热阻原理等相关理论,并在热传导^[26,29]、热对流^[30]、热辐射^[31,32]、换热器参数的优化设计^[33]以及构形优化^[29,34]等研究中逐渐应用,取得了很多理论成果^[35~37].程雪涛等人^[38]基于焓的概念,得出了传热过程的焓减原理,并得到了孤立系统和封闭系统的热平衡判据,即最小焓原理和最小自由焓原理.柳雄斌^[39]在研究不可逆布雷顿循环的优化时发现,焓耗散极值并不对应最大输出功.Chen 等人^[40]指出,当热力学循环的目标是对外输出功时,焓耗散的概念并不适用.Cheng 等人^[41]基于焓理论提出了焓损失的概念,证明了在一定前提条件下,焓损失的最大值对应着系统最大输出功,并将焓损失的概念应用于热力学循环的优化设计当中.孙晨等人^[42]分析了焓损失的构成及其应用.Cheng 等人^[43]从焓的观点出发分析了闭口热力系统的焓平衡方程,定义了热焓流和功焓流,并分析了两者之间的区别.Cheng 等人^[44]讨论了热力学第一定律、第二定律和第三定律的焓表达式,并以此证明了克劳修斯不等式,定义了焓损失并讨论了其在传热过程和热功转换过程中的应用.

周兵等人^[45]以输出功率最大为目标对斯特林循环进行了分析和优化,探讨了焓损失、焓耗散、熵产、熵产数及改进熵产数在系统参数优化方面的适用性,结果表明:焓损失的概念用于斯特林循环输出功率优化时,其一致性优于其他参数.Wang 等人^[46]对朗肯循环进行了熵和焓的分析及优化,结果表明:在一定条件下,最大焓损失率和最小熵产率均对应最大输出功率,但最大焓耗散率并不对应最大输出功率;Cheng 等人^[47]定义了热焓损失,并分别以熵产和热焓损失对传热过程和热功转换过程进行了分析.Wang 等人^[48]研究了有限热容高温热源情况下内可逆卡诺循环的焓优化,但并没有考虑热漏对循环的影响.文献[49~51]也做了相关研究.本文将在文献[23,48]的基础上,以有限热容高温热源和存在热漏条件下的一类热机模型为研究对象,在给定循环周期的情况下,求解循环熵产生最小和焓损失最大时的最优构型,并与最大输出功时的最优构型进行比较.

1 循环模型

热机模型如图 1 所示.低温热源温度恒为 T_L , 其

热容无限;高温热源温度为 $T_x(t)$, 其热容有限,为常数 C , 其温度随工质的吸热和热源间的热漏而改变(初始值为 T_H);热源和冷源间直接热漏为 Q_i ;热机工质的工作温度为 $T(t)$, 对应于热源和冷源温度分别为 $T_{HC}(t)$ 和 $T_{LC}(t)$;工质的吸热量和放热量分别为 Q_{HC} 和 Q_{LC} ;装置的实际供热量和排热量分别为 Q_H 和 Q_L ;循环周期为 τ .

假设循环中工质与热源间的传热和热源间的热漏均符合牛顿传热定律,根据传热理论则有

$$Q_{HC} = \int_0^\tau K_1(t)[T_x(t) - T(t)]dt, \quad (1)$$

$$Q_{LC} = \int_0^\tau K_2(t)[T(t) - T_L]dt, \quad (2)$$

$$Q_i = \int_0^\tau C_i(t)[T_x(t) - T_L]dt, \quad (3)$$

$$Q_H = Q_{HC} + Q_i, \quad Q_L = Q_{LC} + Q_i, \quad (4)$$

式中 $K_1(t)$ 和 $K_2(t)$ 分别为循环工质与高温热源和低温热源间的热导率, $C_i(t)$ 为高温热源与低温热源间的热漏系数,分别为

$$K_1(t) = \begin{cases} K_1, 0 \leq t \leq t_1, \\ 0, t_1 \leq t < \tau; \end{cases} \quad (5)$$

$$K_2(t) = \begin{cases} 0, 0 \leq t \leq t_1, \\ K_2, t_1 \leq t < \tau; \end{cases} \quad (6)$$

$$C_i(t) = \begin{cases} C_i, 0 \leq t \leq t_1, \\ C_i, t_1 \leq t < \tau, \end{cases} \quad (7)$$

式中 K_1 , K_2 和 C_i 为常数, t_1 为吸热过程时间,且有初始条件 $T_x(0) = T_H$.

因高温热源温度随时间变化,系统在无穷小时

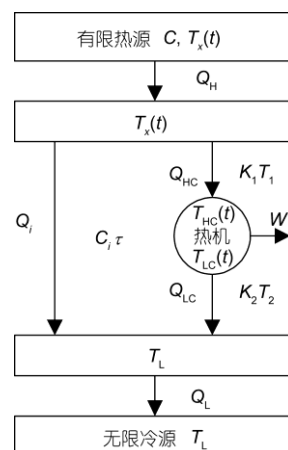


图 1 高温热源热容有限和存在热漏的两热源热机模型

间内的熵产为

$$\begin{aligned}\delta S_g &= \delta Q_H / T_x(t) - \delta Q_L / T_L \\ &= (\delta Q_{HC} + \delta Q_i) / T_x(t) - (\delta Q_{LC} + \delta Q_i) / T_L \\ &= \delta Q_{HC} / T_x(t) - \delta Q_{LC} / T_L + \delta Q_i (1/T_x(t) - 1/T_L) \\ &= \left\{ K_1(t) \left[1 - \frac{T(t)}{T_x(t)} \right] - K_2(t) \left[\frac{T(t)}{T_L} - 1 \right] \right. \\ &\quad \left. + C_i \left[2 - \frac{T_L}{T_x(t)} - \frac{T_x(t)}{T_L} \right] \right\} \delta t. \quad (8)\end{aligned}$$

则在整個循环周期内系统的熵产为

$$S_g = \int_0^\tau \left\{ K_1(t) \left[1 - \frac{T(t)}{T_x(t)} \right] - K_2(t) \left[\frac{T(t)}{T_L} - 1 \right] + C_i \left[2 - \frac{T_L}{T_x(t)} - \frac{T_x(t)}{T_L} \right] \right\} dt. \quad (9)$$

当系统不存在热漏时, 即 $C_i = 0$, 式(9)简化为

$$S_g = \int_0^\tau \left\{ K_1(t) \left[1 - \frac{T(t)}{T_x(t)} \right] - K_2(t) \left[\frac{T(t)}{T_L} - 1 \right] \right\} dt. \quad (10)$$

由式(4), 焓的定义^[26]以及焓损失^[41,42]的概念, 将内可逆卡诺循环与环境看成一个整体的系统, 整个系统为开口系, 其焓损失为

$$G_{\text{loss}} = G_H - G_L = Q_H T_H - Q_L T_L. \quad (11)$$

即系统的焓损失为所有进入系统的焓流减去所有离开系统的焓流。

因高温热源温度随时间变化, 无穷小时间内系统的焓损失为

$$\begin{aligned}\delta G_{\text{loss}} &= \delta Q_H T_x(t) - \delta Q_L T_L \\ &= (\delta Q_{HC} + \delta Q_i) T_x(t) - (\delta Q_{LC} + \delta Q_i) T_L \\ &= \left\{ K_1(t) [T_x(t) - T(t)] T_x(t) \right. \\ &\quad \left. - K_2(t) [T(t) - T_L] T_L + C_i [T_x(t) - T_L]^2 \right\} \delta t, \quad (12)\end{aligned}$$

则在整個循环周期内系统的焓损失为

$$G_{\text{loss}} = \int_0^\tau \left\{ K_1(t) [T_x(t) - T(t)] T_x(t) - K_2(t) [T(t) - T_L] T_L + C_i [T_x(t) - T_L]^2 \right\} dt. \quad (13)$$

当系统不存在热漏时, 即 $C_i = 0$, 式(13)简化为

$$G_{\text{loss}} = \int_0^\tau \left\{ K_1(t) [T_x(t) - T(t)] T_x(t) - K_2(t) [T(t) - T_L] T_L \right\} dt. \quad (14)$$

由式(4)和热力学第一定律有每个循环周期内系统输出功为

$$\begin{aligned}W &= Q_H - Q_L = Q_{HC} - Q_{LC} \\ &= \int_0^\tau \left\{ K_1(t) [T_x(t) - T(t)] - K_2(t) [T(t) - T_L] \right\} dt. \quad (15)\end{aligned}$$

系统无热漏时, 比较式(10), (14)和(15)可以发现,

三者被积部分的差别在于: 熵产生的被积部分与 $T_x(t)$ 成倒数关系, 与 $T(t)$ 为线性关系; 焓损失的被积部分与 $T_x(t)$ 成平方关系, 与 $T(t)$ 为线性关系; 输出功的被积部分与 $T_x(t)$ 和 $T(t)$ 均为线性关系。因此, 不论高温热源热容是否无限, 熵产生取最小值与输出功和焓损失取最大值同时成立都是可能的。

系统存在热漏, 且高温热源热容 $C \rightarrow \infty$, 即 $T_x(t)$ 为定值时, 分析式(9)和(13)可知: 系统循环中热漏的被积部分为定值, 因此, 热漏仅影响熵产生和焓损失的数值, 而不会影响其变化规律。将式(9), (13)与(15)比较可知, 熵产生取最小值与输出功和焓损失取最大值同时成立是可能的。当高温热源热容 C 为有限值时, 即 $T_x(t)$ 为变量时, 分析式(9)和(13)可知: 系统循环中热漏的被积部分将不再为定值, 因此, 热漏将会影响其变化规律。这可能会导致熵产生取最小值、焓损失取最大值和输出功取最大值三者不能同时成立, 在这种情况下分别以三者为目标时系统的最优构型各不相同。

系统中, 对内可逆部分有熵产为零, 则有

$$\Delta S = \int_0^\tau \{ K_1(t) [T_x(t) / T(t) - 1] - K_2(t) [1 - T_L / T(t)] \} dt = 0. \quad (16)$$

因高温热源热容为 C , 故有下式:

$$dQ_H = -CdT_x(t). \quad (17)$$

由式(1), (3), (4)和(17)可得以下关系式:

$$CT_x(t) + K_1(t) [T_x(t) - T(t)] + C_i [T_x(t) - T_L] = 0, \quad (18)$$

式中 $\dot{T}_x(t) = dT_x(t) / dt$ 。

2 循环构型优化

2.1 熵产最小化分析

求熵产最小化时循环的最优构型, 就是在已知 K_1, K_2, C_i, T_L 和 T_H 时, 求循环在固定周期 τ 内熵产的最小值, 因此, 必须求出 $T(t)$ 和开关时间 t_1 。问题转化为在式(16)和(18)的约束下求解式(9)最小化所对应的 $T(t), T_x(t)$ 的最佳时间路径。

建立变更的拉格朗日函数:

$$\begin{aligned}L_1 &= K_1(t) \left[1 - \frac{T(t)}{T_x(t)} \right] - K_2(t) \left[\frac{T(t)}{T_L} - 1 \right] + C_i \left[2 - \frac{T_L}{T_x(t)} - \frac{T_x(t)}{T_L} \right] \\ &\quad + \lambda \{ K_1(t) [T_x(t) / T(t) - 1] - K_2(t) [1 - T_L / T(t)] \} \\ &\quad + \mu(t) \{ CT_x(t) + K_1(t) [T_x(t) - T(t)] + C_i [T_x(t) - T_L] \}, \quad (19)\end{aligned}$$

式中 λ 为拉格朗日常数, $\mu(t)$ 为时间相关函数. 式(19)取极值的条件为如下的欧拉-拉格朗日方程:

$$\frac{\partial L_1}{\partial T(t)} - \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L_1}{\partial \dot{T}(t)} \right] = 0, \quad \frac{\partial L_1}{\partial T_x(t)} - \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L_1}{\partial \dot{T}_x(t)} \right] = 0. \quad (20)$$

将式(5)~(7)和(19)代入式(20)可得如下结果
当 $0 \leq t < t_1$ 时,

$$T_x(t) \left[\frac{1}{T_x^2(t)} + \frac{\lambda}{T_{HC}^2(t)} \right] + \mu(t) = 0, \quad (21)$$

$$K_1 \left[\frac{T_{HC}(t)}{T_x^2(t)} + \frac{\lambda}{T_{HC}(t)} \right] + C_i \left[\frac{T_L}{T_x^2(t)} - \frac{1}{T_L} \right] + (K_1 + C_i)\mu(t) - C\dot{\mu}(t) = 0; \quad (22)$$

当 $t_1 \leq t < \tau$ 时,

$$\frac{1}{T_L} + \frac{\lambda T_L}{T_{LC}^2(t)} = 0, \quad (23)$$

$$C_i \left[\frac{T_L}{T_x^2(t)} - \frac{1}{T_L} + \mu(t) \right] - C\dot{\mu}(t) = 0. \quad (24)$$

由式(18)和(21)~(24)联立可求出以熵产最小化为目标时不同情形下循环的最优构型.

当 $C_i = 0$, $C = \infty$ 时, 由式(23)可得 $T_{LC}(t) = \text{常数}$, 由式(24)可知 $\dot{\mu}(t) = 0$, 即 $\mu(t) = \text{常数}$. 由式(18)可知 $T_x(t) = T(t)$, 代入式(22)中可得 $T_{HC} = \text{常数}$.

当 $C_i = 0$, $C > 0$ 时, 由式(23)可得 $T_{LC}(t) = \text{常数}$; 由式(18), (21)和(22)可得 $0 \leq t < t_1$ 时有

$$\frac{\dot{T}_x(t)}{T_x(t)} - \frac{\dot{T}_{HC}(t)}{T_{HC}(t)} = 0. \quad (25)$$

这与以最大输出功为优化目标时 $T_x(t)$ 和 $T_{HC}(t)$ 关系式相同, 求解可得

$$T_x(t) = T_H \exp \left[-\frac{K_1}{C} (1-u)t \right], \quad (26)$$

$$T_{HC}(t) = uT_H \exp \left[-\frac{K_1}{C} (1-u)t \right], \quad (27)$$

其中 u 为积分常数.

当 $C_i > 0$, $C = \infty$ 时, 由式(22)可知 $\dot{\mu}(t) = 0$, 即 $\mu(t) = \text{常数}$. 由式(18)可知 $T_x(t) = T(t)$, 即 $T_{HC} = \text{常数}$.

当 $C_i > 0$, $C > 0$ 时, 由式(23)可得 $T_{LC}(t) = \text{常数}$, 由式(18)可求得如下结果.

当 $t_1 \leq t < \tau$ 时,

$$T_x(t) = T_x(t_1) \exp \left[-\frac{C_i}{C} (t-t_1) \right] + T_L \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{C_i}{C} (t-t_1) \right] \right\}, \quad (28)$$

其中 $T_x(t_1)$ 为 t_1 时刻高温热源温度, 需在 $0 \leq t < t_1$ 分析中求解得到.

当 $0 \leq t < t_1$, 以熵产生最小为优化目标时, 由式(18), (21), (22)可得关于 $T_x(t)$ 和 $T_{HC}(t)$ 的微分方程为

$$\frac{\dot{T}_x(t)}{T_x(t)} - \frac{\dot{T}_{HC}(t)}{T_{HC}(t)} = \frac{1}{2\lambda C T_x(t)} \left[\frac{K_1 T_{HC}^3(t)(T_x(t)-1)}{T_x^2(t)} + \frac{C_i T_{HC}^2(t)}{T_L} + \lambda C_i T_L \right]. \quad (29)$$

联立式(18)和(29), 考虑到初始条件 $T_x(0) = T_H$, 可以利用数值方法求解 $T_x(t)$ 和 $T_{HC}(t)$, 将求出的 $T_x(t_1)$ 代入式(28)可进一步求出在 $t_1 \leq t < \tau$ 时的 $T_x(t)$.

2.2 焓损失最大分析

求解焓损失最大时循环的最优构型, 就是在已知 K_1 , K_2 , C_i , T_L 和 T_H 时, 求循环在固定周期 τ 内焓损失的最大值, 因此, 必须求出 $T(t)$ 和开关时间 t_1 . 这样, 问题就转化为在式(16)和(18)的约束下求解式(13)的最大化所对应的 $T(t)$, $T_x(t)$ 的最佳时间路径.

建立变更的拉格朗日函数:

$$\begin{aligned} L_2 = & K_1(t)[T_x(t) - T(t)]T_x(t) \\ & - K_2(t)[T(t) - T_L]T_L + C_i[T_x(t) - T_L]^2 \\ & + \lambda \{ K_1(t)[T_x(t)/T(t) - 1] - K_2(t)[1 - T_L/T(t)] \} \\ & + \mu(t) \{ C\dot{T}_x(t) + K_1(t)[T_x(t) - T(t)] + C_i(t)[T_x(t) - T_L] \}, \end{aligned} \quad (30)$$

式中 λ 为拉格朗日常数, $\mu(t)$ 为时间相关函数. 式(30)取极值的条件为如下的欧拉-拉格朗日方程:

$$\frac{\partial L_2}{\partial T(t)} - \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L_2}{\partial \dot{T}(t)} \right] = 0, \quad \frac{\partial L_2}{\partial T_x(t)} - \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L_2}{\partial \dot{T}_x(t)} \right] = 0. \quad (31)$$

将式(5)~(7)和(30)代入式(31)可得如下结果.

当 $0 \leq t < t_1$ 时,

$$T_x(t) \left[1 + \frac{\lambda}{T_{HC}^2(t)} \right] + \mu(t) = 0, \quad (32)$$

$$\begin{aligned} & 2(K_1 + C_i)T_x(t) - K_1 \left[\frac{T_{HC}(t)}{T_x(t)} + \frac{\lambda}{T_{HC}(t)} \right] \\ & - 2C_i T_L + \mu(t)(K_1 + C_i) - C\dot{\mu}(t) = 0. \end{aligned} \quad (33)$$

当 $t_1 \leq t < \tau$ 时,

$$1 + \lambda \frac{1}{T_{LC}^2(t)} = 0, \quad (34)$$

$$2C_i[T_x(t) - T_L] + C_i\mu(t) - C\dot{\mu}(t) = 0. \quad (35)$$

由式(18)和(32)~(35)联立可求出以焓损失最大为目标时不同情形下循环的最优构型。

当 $C_i=0$, $C=\infty$ 时, 由式(34)可得: $T_{LC}(t)=\text{常数}$, 由式(35)可知 $\dot{\mu}(t)=0$, 即 $\mu(t)=\text{常数}$. 由式(18)可知 $T_x(t)=T$, 代入式(33)中可得 $T_{HC}=\text{常数}$.

当 $C_i=0$, $C>0$ 时, 由式(34)可得 $T_{LC}(t)=\text{常数}$; 由式(18), (32)和(33)可得 $0 \leq t < t_1$ 时有

$$\frac{\dot{T}_x(t)}{T_x(t)} - \frac{\dot{T}_{HC}(t)}{T_{HC}(t)} = 0. \quad (36)$$

这与以最大输出功为优化目标时 $T_x(t)$ 和 $T_{HC}(t)$ 关系式相同, 求解可得

$$T_x(t) = T_H \exp\left[-\frac{K_1}{C}(1-u)t\right], \quad (37)$$

$$T_{HC}(t) = uT_H \exp\left[-\frac{K_1}{C}(1-u)t\right], \quad (38)$$

其中 u 为积分常数。

当 $C_i>0$, $C=\infty$ 时, 由式(33)可知 $\dot{\mu}(t)=0$, 即 $\mu(t)=\text{常数}$. 由式(18)可知 $T_x(t)=T(t)$, 即 $T_{HC}=\text{常数}$.

当 $C_i>0$, $C>0$ 时, 由式(34)可得 $T_{LC}(t)=\text{常数}$, 由式(18)可求得如下结果。

当 $t_1 \leq t < \tau$ 时,

$$T_x(t) = T_x(t_1) \exp\left[-\frac{C_i}{C}(t-t_1)\right] + T_L \left\{1 - \exp\left[-\frac{C_i}{C}(t-t_1)\right]\right\}, \quad (39)$$

其中 $T_x(t_1)$ 为 t_1 时刻高温热源温度, 需在 $0 \leq t < t_1$ 分析中求解得到. 式(39)表明: 当 $t_1 \leq t < \tau$ 时, 工质与低温热源为等温放热, 虽然工质与高温热源间在此阶段并没有接触, 但由于其向低温热源漏热, 导致高温热源温度从 t_1 时刻的 $T_x(t_1)$ 按与时间呈指数规律逐步降低, 直至完成一个循环。

当 $0 \leq t < t_1$, 以焓损失最大为优化目标时, 由式(18), (32)和(33)可得关于 $T_x(t)$ 和 $T_{HC}(t)$ 的微分方程为

$$\frac{\dot{T}_x(t)}{T_x(t)} - \frac{\dot{T}_{HC}(t)}{T_{HC}(t)} = \frac{C_i T_L}{2\lambda C T_x(t)} [\lambda + T_{HC}^2(t)]. \quad (40)$$

联立式(18)和(40), 考虑到初始条件 $T_x(0)=T_H$, 可以利用数值方法求解 $T_x(t)$ 和 $T_{HC}(t)$, 将求出的 $T_x(t_1)$ 代入式(39)可进一步求出在 $t_1 \leq t < \tau$ 时的 $T_x(t)$.

在 $0 \leq t < t_1$, 以最大输出功为优化目标时, $T_x(t)$

和 $T_{HC}(t)$ 的微分方程为^[7,23]

$$\frac{\dot{T}_x(t)}{T_x(t)} - \frac{\dot{T}_{HC}(t)}{T_{HC}(t)} = \frac{C_i}{2} \left\{ \frac{K_1 + C_i}{\lambda C K_1} T_{HC}(t) - \frac{C_i T_L}{\lambda C K_1} \frac{T_{HC}(t)}{T_x(t)} \right. \\ \left. + \frac{1}{\lambda K_1} \frac{\dot{T}_x(t) T_{HC}(t)}{T_x(t)} + \frac{T_L}{C} \frac{1}{T_x(t)} \right\}. \quad (41)$$

由以上结果分析可得如下结果。

当 $C_i=0$, $C=\infty$ 时, 系统循环的最优构型为工质等温吸、放热和两个绝热过程组成的内可逆卡诺热机(CA)循环^[1], 这与以最大输出功为优化目标^[16]时的最优构型相同。

当 $C_i=0$, $C>0$ 时, 系统循环构型为低温工质温度为常数, 工质与高温热源温度均随时间呈指数规律变化, 且两者之比为常数的广义内可逆卡诺热机循环^[17], 与以最大输出功为优化目标时的最优构型相同。

当 $C_i>0$, $C=\infty$ 时, 此时的解与第一种情况相同, 系统循环构型为内可逆卡诺热机循环, 同样与以最大输出功为优化目标时的最优构型相同, 但功率与效率的最优特性关系会发生改变^[7,23]。

当 $C_i>0$, $C>0$ 时, 分别比较式(25)和(29)及(36)和(40)可知, 在高温热源热容有限的情况下, 热漏的存在使得 $T_x(t)$ 和 $T_{HC}(t)$ 关系与无热漏时的构型不尽相同; 比较式(29), (40)和(41)可知, 此情形下, 以熵产生最小、焓损失最大和输出功最大为优化目标时的循环最优构型各不相同, 因此系统的最小熵产生和最大焓损失并不对应系统最大输出功. 由式(29), (40)和(41)可知 $T_{HC}(t)/T_x(t) \neq \text{常数}$, $T_{HC}(t)$ 和 $T_x(t)$ 随时间变化规律会呈现各不相同的特征, 具体的变化规律可由数值计算确定. 此时的循环构型为: 在工质与高温热源接触时, 低温热源温度不变, 高温热源的溫度由初始值 T_H 降到吸热过程结束时的 $T_x(t_1)$; 在工质与低温热源接触时, 低温热源与工质温度均为常数, 而高温热源温度随时间呈指数规律变化, 工质在 $T_x(t_1)$ 降到循环结束时的 $T_x(\tau)$ 时与高温热源无接触, 在工质与高、低温热源接触的过程中, 假设由两个瞬时完成的绝热过程组成。

3 结论

本文采用有限时间热力学理论和焓理论对一类存在热漏和高温热源有限的两热源热机进行了研究, 研究结果表明:

(1) 对高温热源热容无限的系统而言, 分别以熵产生最小和熵损失最大为优化目标, 热漏是否存在并不改变系统的循环最优构型, 且与以最大输出功为优化目标时的最优构型相同, 但存在热漏时功率与效率的最优特性关系会发生改变;

(2) 对高温热源热容有限的系统而言, 分别以熵产生最小和熵损失最大为优化目标时, 热漏的存在改变了系统循环的最优构型, 且分别以三者作为优

化目标时的最优构型各不相同, 并导出了前两种构型的一组微分方程及边界条件, 借助于数值计算可得循环最优构型;

(3) 将以熵产生最小、熵损失最大为优化目标时的最优构型和以最大输出功为优化目标时的最优构型进行对比可以发现, 对于有限热容热源, 热漏的存在与否, 影响着系统的最优循环构型, 且系统最小熵产生和最大熵损失均不对应系统的最大输出功。

参考文献

- Curzon F L, Ahlborn B. Efficiency of a Carnot engine at maximum power output. *Am J Phys*, 1975, 43: 22–24
- Andresen B. Finite-time thermodynamics. PhD Thesis. Copenhagen: Physics Laboratory II, University of Copenhagen, 1983
- Bejan A. Entropy generation on minimization: The new thermodynamics of finite-size device and finite-time processes. *J Appl Phys*, 1996, 79: 1191–1218
- Berry R S, Kazakov V A, Sieniutycz S, et al. *Thermodynamic Optimization of Finite Time Processes*. Chichester: Wiley, 1999
- Chen L G, Wu C, Sun F R. Finite time thermodynamic optimization or entropy generation minimization of energy systems. *J Non-Equilib Thermody*, 1999, 24: 327–359
- Chen L G, Sun F R. *Advances in Finite Time Thermodynamics: Analysis and Optimization*. New York: Nova Science Publishers, 2004
- 陈林根. 不可逆过程和循环的有限时间热力学分析. 北京: 高等教育出版社, 2005
- Sieniutycz S, Jezowski J. *Energy Optimization in Process Systems*. Oxford: Elsevier, 2009
- Andresen B. Current trends in finite-time thermodynamics. *Angew Chem Int Edit*, 2011, 50: 2690–2704
- Feidt M. Thermodynamics of energy systems and processes: A review and perspectives. *J Appl Fluid Mech*, 2012, 5: 85–98
- 严子浚. 从有限热源获得最大功率输出时的循环效率. *工程热物理学报*, 1984, 5: 125–131
- Grazzini G. Work from irreversible heat engine. *Energy*, 1991, 16: 747–755
- Lee W Y, Kin S S. An analytical formula for the estimation a Rankine cycle's heat engine efficiency at maximum power. *Int J Energy Res*, 1991, 15: 149–159
- Ibrahim O M, Klein S A, Mitchell J W. Optimum heat-power cycles for specified boundary conditions. *Trans ASME J Eng Gas Turbine Power*, 1991, 113: 514–521
- Chen L G, Zheng J L, Sun F R, et al. Power density analysis and optimization of a regenerated closed variable temperature heat reservoir Brayton cycle. *J Phys D Appl Phys*, 2001, 34: 1727–1739
- Rubin M H. Optimal configuration of a class of irreversible heat engines I. *Phys Rev A*, 1979, 19: 1272–1276
- Ondrechen M J, Rubin M H, Band Y B. The generalized Carnot cycles: A working fluid operating in finite time between heat sources and sinks. *J Chem Phys*, 1983, 78: 4721–4727
- Yan Z J, Chen L G. Optimal performance of an endoreversible cycle operating between a heat source and sink of finite capacities. *J Phys A Math Gen*, 1997, 30: 8119–8127
- Yan Z J, Chen L G. Optimal performance of a generalized Carnot cycles for another linear heat transfer law. *J Chem Phys*, 1990, 92: 1994–1998
- 熊国华, 陈金灿, 严子浚. 热传递规律对广义卡诺循环性能的影响. *厦门大学学报(自然科学版)*, 1980, 28: 489–493
- Chen L G, Zhu X Q, Sun F R, et al. Optimal configurations and performance for a generalized Carnot cycle assuming the heat transfer law $Q \propto (\Delta T)^m$. *Appl Energy*, 2004, 78: 305–313
- Chen L G, Zhu X Q, Sun F R, et al. Effect of mixed heat resistance on the optimal configuration and performance of a heat-engine cycle. *Appl Energy*, 2006, 83: 537–544
- Chen L G, Zhou S B, Sun F R, et al. Optimal configuration and performance of heat engines with heat leak and finite heat capacity. *Open Syst Inf Dyn*, 2002, 9: 85–96
- Chen L G, Sun F R, Wu C. Optimal configuration of a two-heat-reservoir heat-engine with heat leak and finite heat capacity. *Appl Energy*, 2006, 83: 71–81

- 25 李俊, 陈林根, 孙丰瑞. 复杂传热规律下有限高温热源热机循环的最优构型. 中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学, 2009, 39: 255–259
- 26 过增元, 梁新刚, 朱宏晖. 焓—描述物体传递热量能力的物理量. 自然科学进展, 2006, 16: 1288–1296
- 27 Guo Z Y, Zhu H Y, Liang X G. Entransy—A physical quantity describing heat transfer ability. *Int J Heat Mass Transfer*, 2007, 50: 2545–2556
- 28 过增元, 程新广, 夏再忠. 最小热量传递势容耗散原理及其在导热优化中的应用. 科学通报, 2003, 48: 21–25
- 29 魏曙寰, 陈林根, 孙丰瑞. 基于矩形单元体的以焓耗散最小为目标的体点导热构形优化. 中国科学 E 辑: 技术科学, 2009, 39: 278–285
- 30 吴晶, 程新广, 孟继安, 等. 层流对流换热中的势容耗散极值与最小熵产. 工程热物理学报, 2006, 27: 100–102
- 31 吴晶, 梁新刚. 焓耗散极值原理在辐射换热优化中的应用. 中国科学 E 辑: 技术科学, 2009, 39: 272–277
- 32 Cheng X T, Liang X G. Entransy flux of heat radiation and its application to enclosures with opaque surfaces. *Int J Heat Mass Transfer*, 2011, 54: 269–278
- 33 夏少军, 陈林根, 孙丰瑞. 换热器焓散最小优化. 科学通报, 2009, 54: 2240–2246
- 34 Chen L G, Xiao Q H, Xie Z H, et al. T-shaped assembly of fins with constructal entransy dissipation rate minimization. *Int Comm Heat Mass Transfer*, 2012, 39: 1556–1562
- 35 陈林根. 焓理论与应用的进展. 科学通报, 2012, 57: 2815–2835
- 36 陈林根. 基于质量积耗散极值原理的传质过程优化. 海军工程大学学报, 2013, 25: 1–26
- 37 Chen Q, Liang X G, Guo Z Y. Entransy theory for the optimization of heat transfer—A review and update. *Int J Heat Mass Transfer*, 2013, 63: 65–81
- 38 程雪涛, 梁新刚, 过增元. 孤立系统内传热过程的焓减原理. 科学通报, 2011, 56: 222–230
- 39 柳雄斌. 换热器及散热通道网络热性能的焓分析. 博士学位论文. 北京: 清华大学, 2009
- 40 Chen Q, Wu J, Wang M R, et al. A comparison of optimization theories for energy conservation in heat exchanger groups. *Chin Sci Bull*, 2010, 56: 449–454
- 41 Cheng X T, Liang X G. Entransy loss in thermodynamic processes and its application. *Energy*, 2012, 44: 964–972
- 42 孙晨, 程雪涛, 梁新刚. 焓损失的构成及其应用分析. 工程热物理学报, 2013, 34: 914–917
- 43 Cheng X T, Chen Q, Hu G J, et al. Entransy balance for the closed system undergoing thermodynamic processes. *Int J Heat Mass Transfer*, 2013, 60: 180–187
- 44 Cheng X T, Liang X G. Discussion on the entransy expressions of the thermodynamic laws and their applications. *Energy*, 2013, 56: 46–51
- 45 周兵, 程雪涛, 梁新刚. 斯特林循环输出功率优化分析. 中国科学: 技术科学, 2013, 43: 97–105
- 46 Wang W H, Cheng X T, Liang X G. Entropy and entransy analyses and optimizations of the Rankine cycle. *Energy Convers Manage*, 2013, 68: 82–88
- 47 Cheng X T, Liang X G. Analyses of entropy generation and heat entransy loss in heat transfer and heat-work conversion. *Int J Heat Mass Transfer*, 2013, 64: 903–909
- 48 Wang W H, Cheng X T, Liang X G. Analyses of the endoreversible Carnot cycle with entropy theory and entransy theory. *Chin Phys B*, 2013, 22: 110506
- 49 Cheng X T, Liang X G. Heat-work conversion optimization of one-stream heat exchanger networks. *Energy*, 2012, 47: 421–429
- 50 Cheng X T, Wang W H, Liang X G. Optimization of heat transfer and heat-work conversion based on generalized heat transfer law. *Sci China Technol Sci*, 2012, 55: 2847–2855
- 51 Zhou B, Cheng X T, Liang X G. Power and heat-work conversion efficiency analyses for the irreversible Carnot engines by entransy and entropy. *J Appl Phys*, 2013, 113: 124904