

火星探测转移轨道中途修正分析

高 飞, 苏宪程

(装备指挥技术学院研究生管理大队, 北京 101416)

摘 要: 中途修正分析是深空探测任务设计的关键步骤。首先讨论火星探测中途修正速度增量的求解方法, 并由此对多次修正问题进行了 Monte Carlo 仿真分析。为满足不同的计算需求, 针对速度增量的求解问题, 给出了精确算法和快速算法两种思路, 并对二者的解算精度进行了对比。以 2018 年某火星探测轨道为例, 根据设定误差, 计算得出了各次修正速度增量和残余误差随修正时间变化的数据曲线, 进而对修正时机的选择问题进行了讨论, 并对 5 次修正策略进行了仿真分析。实验表明, Monte Carlo 仿真数据能够直观地反映多次修正的基本规律, 讨论结果可以为修正策略的制定提供一种思路和数据参考。

关键词: 火星探测; 微分修正; 中途修正; 修正策略; B 平面

中图分类号: V412.4⁺1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1328(2010)11-2530-06

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2010.11.015

Analysis of Midcourse Corrections of Earth-Mars Transfer Trajectory

GAO Fei, SU Xian-cheng

(Company of Postgraduate Management, the Academy of Equipment Command & Technology, Beijing 101416, China)

Abstract: Midcourse corrections analysis is an important work for deep space missions. The problem how to determine the ΔV required at a given Trajectory Correction Maneuver (TCM) location is firstly studied, then the multiple midcourse maneuvers are analyzed by means of Monte Carlo simulation. An accurate and a fast method of computing ΔV are proposed to meet different need, the computational accuracy are compared through an example. Taking 2018 mars probe opportunity as an example, this paper presents numerical results of the inertial ΔV and residual errors as a function of TCM locations. And then, strategies of TCM are discussed, a 5-TCM strategy is simulated and analyzed. The results indicate that, Monte Carlo analyses are useful to find the basic law of the multiple midcourse maneuvers.

Key words: Mars exploration; Differential correction; Midcourse correction; Correction policy; B-plane

0 引 言

中途修正是火星探测轨道设计和任务分析的重要研究内容。随着我国探月工程的开展,关于探月轨道中途修正的研究已日趋完善,有关成果在“嫦娥一号”任务的成功实施中得到了应用。与月球探测相比,火星探测飞行距离更远、环境更复杂,需要更多的修正次数,如何计算修正成本?如何制定修正计划?首先必须对中途修正的一般规律进行分析和认识。

本文首先讨论中途修正速度增量的求解算法,然后,重点通过 Monte Carlo 仿真对修正时间和修正速度增量的关系以及中途修正的时间选择问题进行分析。国外(尤其是美国)关于转移轨道中途修正的研究已经十分成熟,目前在技术途径上很少见到新的文章出现,有关方法和结论大多体现在 NASA 的任务设计报告中^[1-3],但具体细节(例如修正策略制定的具体方法和依据等)并未涉及。国内相关文献主要围绕月球探测展开^[4-6],文献[7]针对深空探测轨道自主中途修正问题提出了一种基于 B 平

面参数的求解算法,本文对其进行了进一步的研究,并根据大量计算的需要,将其设计成无需轨道积分的快速的求解算法。以此为基础,本文力求通过数值仿真对中途修正速度增量和修正精度进行数量上的估计,并对多次修正的一般规律和修正策略的制定问题进行分析,以供进一步研究参考。

1 修正速度增量求解

由于修正发动机的工作时间与转移轨道的飞行时间相比为小量,因此可以近似认为探测器在修正时刻获得瞬时加速,并沿着新的轨道飞行。求解修正速度增量,实质上是以当前探测器的位置为出发点,设计一条新的标准轨道,使其终端状态满足任务要求,这条新轨道所需的出发速度就是探测器所要达到的目标速度,修正脉冲就是目标速度矢量与当前速度矢量之差。

本文采用较为通用的微分修正法进行新轨道的设计,基本思路是:基于二体模型建立控制参数(修正时刻的速度矢量)和目标参数(B 平面瞄准参数)的偏差关系式,采用数值差分方法来求取偏导数矩阵。

考虑探测器、太阳构成的二体模型,在日心惯性坐标系下,设探测器在修正时刻的位置、速度矢量分别为 R_1 、 V_1 ,则根据二体轨道力学方程,飞行 t 时间后探测器的位置、速度矢量 R_2 、 V_2 可以确定:

$$\begin{cases} R_2 = K_r(R_1, V_1) \\ V_2 = K_v(R_1, V_1) \end{cases} \quad (1)$$

下面求 B 平面瞄准参数与 R_2 、 V_2 的关系。如图 1 所示建立火心 B 平面坐标:

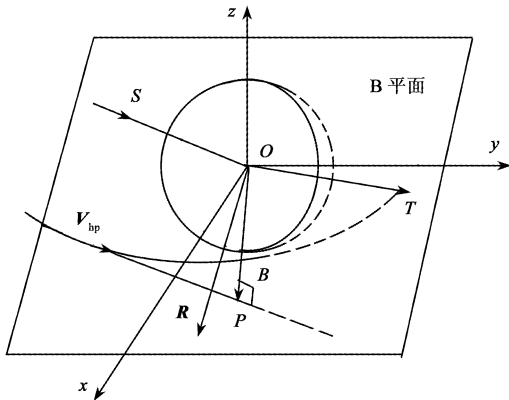


图 1 火心 B 平面坐标

Fig.1 B-plane coordinate system

图中 $O - xyz$ 为火心惯性坐标系; V_{bp} 为火心双曲线轨道进入端“无穷远”处的速度矢量,其大小为 V_{bp} ; P 点为双曲线轨道渐近线与 B 平面的交点。设 S 为沿 V_{bp} 方向上的单位向量, K 为沿 z 轴方向的单位向量,则

$$\begin{cases} T = S \times K \\ R = S \times T \end{cases} \quad (2)$$

向量 T 、 R 所构成的平面即为 B 平面, $B = OP$ 。设 B 平面终端参数为

$$Q_B = (B_T, B_R, T_B)^T \quad (3)$$

其中: $B_T = B \cdot T$; $B_R = B \cdot R$; T_B 为探测器从近地点到 B 平面瞄准点的飞行时间。由于 B 平面坐标随轨道误差的变化很小,可以忽略,则有

$$\begin{cases} \Delta B_T \approx \Delta B \cdot T \\ \Delta B_R \approx \Delta B \cdot R \\ \Delta T_B \approx -(\Delta R_2 \cdot S)/V_{bp} \end{cases} \quad (4)$$

$$\Delta B \approx \Delta R_2 - (\Delta R_2 \cdot S)S \quad (5)$$

取控制参数为修正时刻探测器的速度矢量,即

$$V_1 = (v_{1x}, v_{1y}, v_{1z})^T \quad (6)$$

根据误差传递理论有

$$\Delta Q_B = J_Q \Delta V_1 \quad (7)$$

其中 J_Q 为一阶偏导数构成的矩阵 (Jacobi 矩阵):

$$J_Q = \begin{bmatrix} \frac{\partial B_T}{\partial v_{1x}} & \frac{\partial B_T}{\partial v_{1y}} & \frac{\partial B_T}{\partial v_{1z}} \\ \frac{\partial B_R}{\partial v_{1x}} & \frac{\partial B_R}{\partial v_{1y}} & \frac{\partial B_R}{\partial v_{1z}} \\ \frac{\partial T_B}{\partial v_{1x}} & \frac{\partial T_B}{\partial v_{1y}} & \frac{\partial T_B}{\partial v_{1z}} \end{bmatrix} \quad (8)$$

J_Q 的各元素的值可以根据 (1) ~ (5) 式采用数值差分法求出。则修正时刻速度修正量为

$$\Delta V_1 = (J_Q)^{-1} \Delta Q_B \quad (9)$$

采用微分修正法的基本过程,将新的速度值代入运动方程并进行多次迭代,直到终端状态满足精度要求,即可求得修正速度增量的精确值。

2 修正仿真分析

探测器在发射及轨控等各个环节都会产生一定的误差,这些误差是不可预知的。采用 Monte Carlo 方法对中途修正进行仿真分析是一个直观和有效的途径,它是通过对实际过程的大样本仿真实验,从而

得到对未知随机事件的统计信息,并可获得一些近似最优的结论。

为方便讨论,本文采用以下标准轨道:探测器于 2018 年 5 月 17 日 12 时从近地点获得加速逃离地球,2019 年 1 月 14 日 12 时到达近火点,飞行时间 242 天。地球停泊轨道高度为 200km,倾角为 28° ; 火心轨道近火点高度为 500km,倾角为 110° 。轨道

表 1 标准轨道

Table 1 Reference path

| 初端参数 | | | 瞄准参数 | | |
|--------------|---------------|----------------|-------------|------------|------------|
| 近地点速度 | 近地点幅角 | 升交点赤经 | B_T | B_R | T_B |
| 11.3539 km/s | 55.70° | 124.23° | -2170.379km | 4989.516km | 20917188 s |

2.1 快速仿真方法

Monte Carlo 分析基于大量计算,为获得理想的结果,通常需要大量的样本数,此时,采用精确的修正计算模型需要花费大量的时间。例如,如果精确计算一次修正速度增量需要 30 秒,假设进行 5 次修正,则完成 5000 个样本的计算时间大约为 208 个小时,这对于仿真分析是十分不利的。

由此,本文考虑采用以上建立的二体模型来进行中途修正的 Monte Carlo 仿真分析,即采用圆锥曲线拼接轨道来近似精确轨道进行修正速度增量和残余误差的计算(为提高精度,圆锥曲线轨道应尽可能靠近精确轨道)。由于不需要轨道积分运算,这种方法显然大大加快了计算速度。为考查该方法的计算精度,在此考虑一个特例,设发射误差和修正执行误差分别为:

发射误差:近地点速度大小误差为 $+1\text{m/s}$,近地点高度误差为 $+500\text{m}$,轨道倾角、近地点幅角、升交点赤经误差均为 $+0.1^\circ$;

修正执行误差:修正速度增量大小存在 $+4\%$ 的相对误差, $+0.004\text{m/s}$ 的固定误差,其它误差均为零。

在以上条件下,采用精确方法和快速方法分别计算不同时间进行第一次中途修正的速度增量和修正后的残余误差曲线,如图 2 所示。

从图 2 可知,在相同条件下,快速方法的计算结果误差小于 5% (本文经过大量算例验证,均可达到这一精度),这对于中途修正特性分析来说是可以允许的。

动力学模型考虑地球、太阳、火星中心体引力,地球引力位模型采用 WGS84 的 12×12 阶次,积分器为 12 阶 Adams-Cowell 算法,行星星历采用 JPL DE405 历表。经计算,满足以上条件的轨道共有四条,本文以“升-升”轨道为例,其初端参数和瞄准参数如表 1 所示。

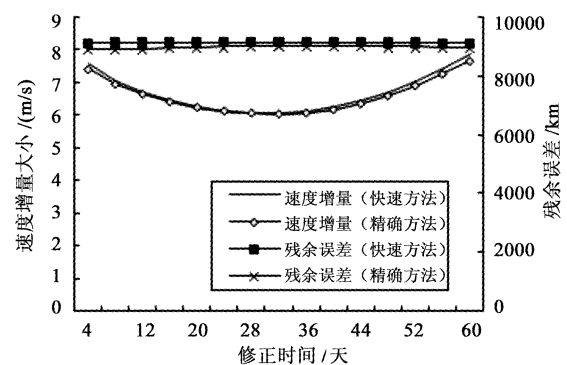


图 2 两种方法精度对比

Fig. 2 Precision compare of the two methods

2.2 修正时机

由于修正执行误差及导航误差等的存在,探测器在飞行过程中需要经过多次修正,如何确定修正是修正策略所要研究的问题。一般来说修正时机的选择要遵循以下几个目标:

- (1) 终端瞄准精度满足任务要求;
- (2) 修正所需速度增量大小之和最小;
- (3) 减少修正次数,以降低任务复杂度;

(4) 各次修正之间留有足够的时间,以保证轨道确定、飞行器状态检测以及修正计划的制定等工作的进行。

针对以上问题,BreakWell 的间距比策略可以给出简化条件下的理论最优解。在此基础上,本文进一步通过 Monte Carlo 打靶实验的方法对各次修正进行统计分析,从而得出多次修正的一些直观规律。

第一次修正主要消除发射中的各种误差。假设发射误差、修正执行误差和导航误差均为零均值的

正态分布随机数,且相互独立,标准差如表 2 所示。取样本数为 5000,采用数值方法计算不同时间进行第一次中途修正所需的速度增量大小以及修正后的 B 平面残余误差,取样本总体的算术平均值,可得到图 3 曲线。其中 B 平面残余误差由下式求解

$$\delta b = \sqrt{(\delta B_T)^2 + (\delta B_R)^2} \quad (8)$$

表 2 误差源

Table 2 Error source

| 误差项 | | 标准差 |
|--------|----------------|-------|
| 发射误差 | 近地点速度误差/(m/s) | 1 |
| | 近地点高度误差/m | 500 |
| | 轨道倾角误差/(°) | 0.1 |
| | 升交点赤经误差/(°) | 0.1 |
| | 近地点幅角误差/(°) | 0.1 |
| 修正执行误差 | 速度大小比例误差 | 5% |
| | 速度大小固定误差/(m/s) | 0.004 |
| | 推力方向固定误差/(m/s) | 0.004 |
| 导航误差 | 位置误差/m | 1 |
| | 速度误差/(m/s) | 0.001 |

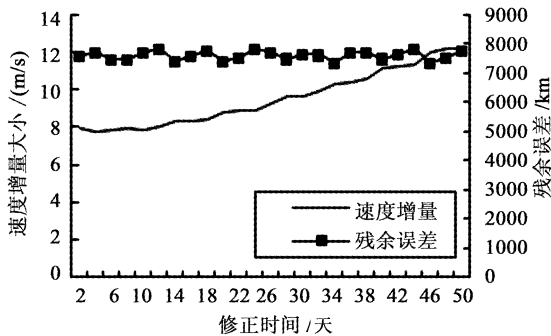


图 3 第一次修正速度增量与残余误差

Fig. 3 Inertial ΔV and residual errors of TCM1

由图 3 可以看出,第一次修正后的残余误差随着修正时间的变化不大,而速度增量有较大的变化。为减少修正成本,修正时间可选在速度增量较小的位置。由图 3 可知,最佳修正时间应该在 L + 14 天(表示探测器进入地球逃逸轨道 14 天后,下文同)以内。

第二次修正主要消除第一次修正后的残余误差。假设第一次修正选在 L + 10 天,第二次修正所需的速度增量及残余误差如图 4 所示。

从曲线上看,只考虑本次修正的成本,第二次修正时间应尽量早,修正速度增量约在 L + 80 天之后迅速增加。此时,一方面要考虑修正速度增量和残余误差的大小,另一方面还要考虑修正时刻导航误

差的精度。综合以上因素,本文选择第二次修正时间为 L + 60 天,则第三次修正所需的速度增量及残余误差如图 5 所示。

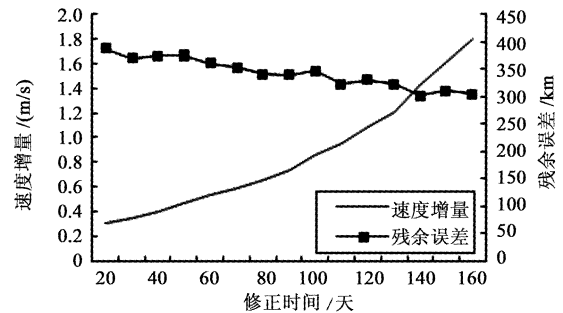


图 4 第二次修正速度增量与残余误差

Fig. 4 Inertial ΔV and residual errors of TCM2

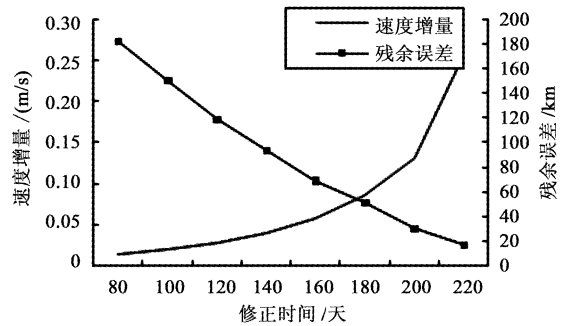


图 5 第三次修正速度增量与残余误差

Fig. 5 Inertial ΔV and residual errors of TCM3

由图 5 可知,第三次修正速度增量较小,残余误差曲线下降很快。综合考虑速度增量和残余误差因素,修正时间可选在 L + 180 天。此时第四次修正所需的速度增量及残余误差如图 6 所示。

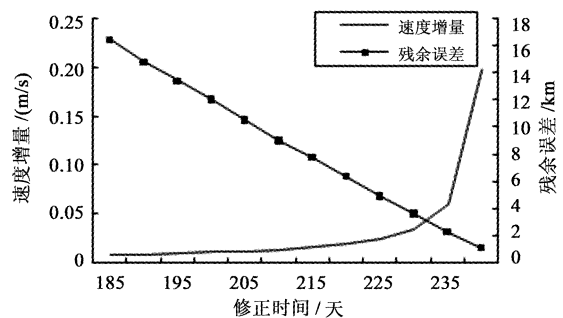


图 6 第四次修正速度增量与残余误差

Fig. 6 Inertial ΔV and residual errors of TCM4

同样,第四次修正可选在 L + 235 天,此时终端瞄准精度可以达到 5km。

2.3 5次修正仿真

在实际飞行中,每一次修正执行都是一个随机事件,需要根据当时的轨道测量数据及探测器状态等进行判断,以决定是否进行修正。如果某一次修正后的残余误差很小时,修正所需修正速度增量也很小,这时可以考虑取消本次修正,主要原因是:

(1) 修正发动机存在最小执行量。这主要取决于发动机的执行精度。

(2) 终端状态估计量的不确定度。这主要取决于导航数据的精度。假设残余误差的估计值为 δb ,标准差为 σ_B ,当 $\delta b < \sigma_B$ 时,修正后的残余误差很可能会变大。为保证每次修正的有效性,一般要求 $\delta b > 3\sigma_B$ 时才进行修正。

根据以上两点,本文在仿真时对修正速度增量设置了一个最小门限值,当修正所需速度增量小于 0.04m/s 时取消本次修正。

同样采用表2给出的误差数据,假设进行5次中途修正,修正时间分别为 $L+10$ 、 $L+60$ 、 $L+180$ 、 $L+235$ 、 $L+240$,取样本数为5000,仿真数据统计结果如表3所示。由表中数据可以看出,第三次的修正速度增量均值小于第四次修正,执行该次修正的次数也少于第四次。由此可以认为,第三次修正的时间偏早。调整修正时间后重新进行仿真计算,得到数据如表4所示。样本的修正次数统计如图7所示,可以看出,进行3次和4次修正的样本数合计接近总样本数的98%。

表3 5次修正 Monte Carlo 仿真结果统计1

Table 3 Summary of monte carlo analysis of 5-TCM 1

| 事件 | 时间 | $\Delta V / (\text{m/s})$ | | | 残余误差 $\delta B / \text{km}$ | | | 执行本次修正的样本数 |
|-------|-------|---------------------------|-------|-------|-------------------------------|--------|---------|------------|
| | | 均值 | 75% | 99% | 均值 | 75% | 99% | |
| TCM-1 | L+10 | 7.80 | 10.35 | 21.51 | 7360.2 | 9953.2 | 42732.1 | 5000 |
| TCM-2 | L+60 | 0.45 | 0.64 | 2.03 | 308.5 | 332.8 | 2289.6 | 4599 |
| TCM-3 | L+180 | 0.07 | 0.09 | 0.56 | 50.5 | 75.0 | 169.2 | 2618 |
| TCM-4 | L+235 | 0.12 | 0.18 | 0.36 | 4.2 | 5.2 | 16.9 | 4072 |
| TCM-5 | L+240 | 0.02 | 0.05 | 0.14 | 1.7 | 2.4 | 5.1 | 1499 |
| 合计 | | 8.46 | 11.37 | 24.6 | | | | |

表4 5次修正 Monte Carlo 仿真结果统计2

Table 4 Summary of monte carlo analysis of 5-TCM 2

| 事件 | 时间 | $\Delta V / (\text{m/s})$ | | | 残余误差 $\delta B / \text{km}$ | | | 执行本次修正的样本数 |
|-------|-------|---------------------------|-------|-------|-------------------------------|---------|---------|------------|
| | | 均值 | 75% | 99% | 均值 | 75% | 99% | |
| TCM-1 | L+10 | 7.89 | 10.47 | 20.38 | 7760.6 | 10433.8 | 44530.4 | 5000 |
| TCM-2 | L+60 | 0.48 | 0.64 | 2.52 | 307.1 | 392.8 | 2008.4 | 4656 |
| TCM-3 | L+210 | 0.14 | 0.18 | 0.83 | 22.3 | 31.9 | 859.2 | 3820 |
| TCM-4 | L+235 | 0.05 | 0.08 | 0.30 | 5.8 | 8.9 | 19.6 | 2518 |
| TCM-5 | L+240 | 0.04 | 0.08 | 0.14 | 1.4 | 2.4 | 5.3 | 2420 |
| 合计 | | 8.60 | 11.45 | 24.17 | | | | |

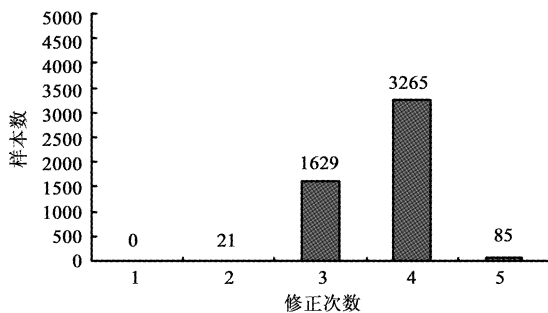


图7 样本修正次数统计

Fig.7 TCM times statistics

3 结论

火星探测轨道中途修正是一个工程性很强的研究内容,本文通过大量仿真计算,可以得到以下几点认识:

(1) 修正成本主要取决于第一次修正,后面的修正速度增量要小一个数量级,因而,减小发射误差是减少修正成本的关键因素;

(2) 分析可知,最终的瞄准精度取决于最后修正的时间、修正执行精度以及导航数据的精度,通过

本文的方法可以进一步对其进行深入讨论;

(3) 通过 Monte Carlo 仿真分析来进行修正策略的制定是一个可行的方案,它能够直观地反映各次修正的基本规律。本文在设定误差下初步确定了 5 次修正的时间,并对样本执行修正的情况进行了统计。在进行其它分析时,只要调整误差模型和误差数据就可以了。

参 考 文 献

- [1] Louis A D. Mission and navigation design for the 2009 Mars science laboratory mission [C]. IAC-08-A. 3. 3. A1, 59th International Astronautical Congress, Glasgow, Scotland, 2008.
- [2] Fernando A. 2011 Mars science laboratory mission design overview [R]. Pasadena, California: Jet Propulsion Laboratory, Mar 2010.
- [3] Garcia M D, Fujii K K. Mission design overview for the phoenix Mars scout mission [R]. Pasadena, California: Jet Propulsion Laboratory, Jan 2007.
- [4] 杨维廉,周文艳. 嫦娥一号卫星地月转移轨道中途修正分析 [J]. 空间控制技术与应用, 2008, 34(6):3-7. [Yang Weilian, Zhou Wen-yan. Analysis on midcourse correction of translunar trajectory for CE-1 [J]. Aerospace Control and Application, 2008, 34(6):3-7.]
- [5] 周文艳,杨维廉. 月球探测转移轨道的中途修正 [J]. 宇航学报, 2004, 25(1):89-92. [Zhou Wen-yan, Yang Wei-lian. Mid-correction of tran-lunar trajectory of lunar explorer [J]. Journal of Astronautics, 2004, 25(1):89-92.]
- [6] 何巍,徐世杰. 地-月低能耗转移轨道中途修正问题研究 [J]. 航天控制, 2007, 27(5):22-27. [He Wei, Xu Shi-jie. Study on midcourse correction of low energy consumption Earth-Moon transfer orbit [J]. Aerospace Control, 2007, 27(5):22-27.]
- [7] 张晓文,王大轶,黄翔宇. 深空探测转移轨道自主中途修正方法研究 [J]. 航天控制, 2009, 35(4):27-33. [Zhang Xiaowen, Wang Da-yi, Huang Xiang-yu. Study on the autonomous midcourse correction during cruise phase of interplanetary exploration [J]. Aerospace Control, 2009, 35(4):27-33.]

作者简介:高飞(1978-),男,博士生,主要从事航天测控及深空探测轨道设计方面研究工作。

通信地址:装备指挥技术学院研究生管理大队(101416)

电话:13426490609

E-mail:gafei@126.com

(编辑:曹亚君)