

一种强鲁棒变结构制导设计

杨文学, 侯明善, 沈昱恒, 任鹏杰

(西北工业大学自动化学院, 西安 710072)

摘 要: 传统制导拦截模型可用一组方程来描述, 由于该方程是耦合的, 对其进行制导律的设计时, 往往假定导弹在瞄准线方向不可控, 但这样必然产生较大的模型误差。文中将传统制导方程进行变换得到其状态空间形式, 根据导弹和目标各自加速度沿瞄准线(LOS)方向及其垂直方向的分量之间的物理关系对状态方程降维, 然后通过引入有界参数变量, 得到含有控制不确定性和外部干扰的描述形式, 进而按照不确定系统变结构控制原理设计了制导律。由于制导律设计时考虑了导弹法向加速度分量的相关性、不同状态对拦截模型不确定性影响和外部干扰, 所以具有强鲁棒特性。仿真结果表明这种制导律在合理参数选取下其抗目标机动能力强、脱靶量小、过载要求低、无控制抖动问题。

关键词: 制导; 运动学模型; 变结构控制; 鲁棒性; 不确定性

中图分类号: V448 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1328(2010)11-2491-05

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2010.11.009

Enhanced Robust Guidance Using Variable Structure Control

YANG Wen-xue, HOU Ming-shan, SHEN Yu-heng, REN Peng-jie

(Northwestern Polytechnical University, College of Automation, Xi'an 710072, China)

Abstract: The traditional guidance model which can be described with two coupling equations leads model error in missile guidance design process because of the assumption that the missile is uncontrollable at the line-of-sight (LOS) direction. In this paper, the traditional guidance model equations are transformed to the form of state equations at first. Then, the dimensions of the state equations are reduced for the physical relationship between acceleration components that is along and normal to the LOS and the new state equations are got. The control uncertainty and external disturbance is introduced to the new equations as the bounded parameter variables. Thus, the guidance law based on the variable structure control theory of uncertainty system is designed. This guidance law show good robustness by having considered the relativity of the missile's normal acceleration components, the influence of the intercepted model uncertainty under different states and external disturbance. Simulation results show that the designed guidance strategy gets the powerful capability of anti-target maneuver and little miss distance while it requires low overload and no control chattering in reasonable conditions.

Key words: Guidance; Kinematics; Variable structure control; Robustness; Uncertainties

0 引 言

为了解决无目标机动补偿条件下的鲁棒制导问题, 多年来研究者采用了许多可能的方法进行制导律设计, 如非线性补偿制导、模糊制导和变结构制导等, 而变结构制导尤其受到关注^[1-5]。变结构制导虽然对目标机动的鲁棒性较好, 但存在的控制信号

抖动问题使得人们不得不采用妥协的方法, 用降低制导鲁棒性换取控制抖动的减弱。实际上, 对目标机动的鲁棒性仅仅是制导设计要求的一个方面, 一般还要求制导对其它状态或参数的鲁棒性, 如对视线角速度测量噪声的鲁棒性等。

目前, 变结构制导设计或直接采用非线性拦截模型或采用相关状态方程模型, 但二者在数学上是

等价的^[4-5]。变结构制导设计存在的主要问题是：要么仅研究制导指令在视线垂直方向的指令形成以保证视线角速度稳定，要么将制导指令在视线方向和垂直视线方向的分量看作不相关的量而分别设计，而在实际制导计算中却仅使用垂直视线方向的指令，不考虑视线方向指令对制导的不利作用。因此从原理上讲，目前的变结构制导设计方法存在原理误差，鲁棒性依然不好^[6]。

为了解决变结构制导设计存在的问题，本文首先对制导指令在视线方向和垂直视线方向分量关系进行了分析，在此基础上建立了平面拦截状态相关状态模型的一种改进形式，使得控制量从两个变为一个，物理意义更明确，也更符合实际情况。考虑到某些状态的不确定性，通过引入模型摄动误差得到了存在模型状态误差和外部干扰的拦截状态方程，最后采用鲁棒变结构控制理论设计了制导律，并进行了仿真验证。

1 具有摄动误差的拦截模型

考虑平面拦截问题，导弹与目标的相对运动几何关系如图 1 所示。图中 M 代表导弹， T 代表目标， r 为弹目距离， q 为视线角， V_m 和 θ_m 为导弹速度和弹道倾角， V_t 和 θ_t 为目标速度和航迹角。假定导弹和目标均为无动力学延迟的可控质点，则弹目相对运动关系满足：

$$\begin{aligned} r\dot{q} &= V_m \sin(q - \theta_m) - V_t \sin(q - \theta_t) \\ \dot{r} &= -V_m \cos(q - \theta_t) + V_t \cos(q - \theta_t) \end{aligned} \quad (1)$$

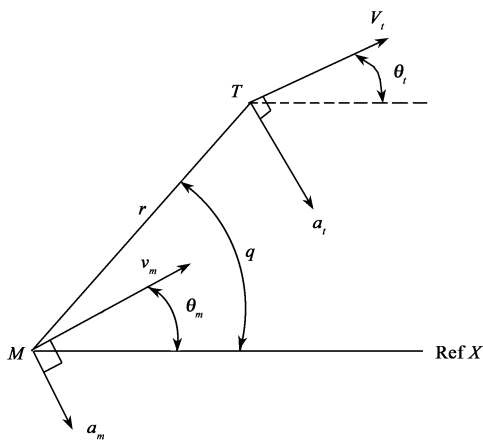


图 1 弹目几何关系

Fig. 1 Geometrical relationship of the missile and the target

进一步假设导弹和目标的速度为常数，对方程 (1) 求导一次得

$$\begin{aligned} r\ddot{q} + 2\dot{r}\dot{q} &= -a_{mq} + a_{tq} \\ \ddot{r} - r\dot{q}^2 &= -a_{mr} + a_{tr} \end{aligned} \quad (2)$$

式中 $a_{mr} = V_m \dot{\theta}_m \sin(q - \theta_m)$, $a_{mq} = V_m \dot{\theta}_m \cos(q - \theta_m)$ 分别为导弹法向加速度在视线和视线垂直方向的分量； $a_{tr} = V_t \dot{\theta}_t \sin(q - \theta_t)$, $a_{tq} = V_t \dot{\theta}_t \cos(q - \theta_t)$ 则为目标法向加速度在视线和视线垂直方向的分量。

令 $V_r = \dot{r}$, $V_q = r\dot{q}$ ，引入状态向量 x ，导弹控制向量 a_m 和目标加速度向量 a_t 分别为：

$$\begin{aligned} x &= [r \quad V_r \quad V_q]^T \\ a_m &= [a_{mr} \quad a_{mq}]^T \\ a_t &= [a_{tr} \quad a_{tq}]^T \end{aligned}$$

则方程 (2) 的状态相关描述模型为

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{q} \\ 0 & -\dot{q} & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} a_m + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} a_t \quad (3)$$

根据式 (3) 的模型进行制导指令设计时，得出的制导指令 a_m 包含两个分量 a_{mr} 和 a_{mq} 。但对导弹而言，平面拦截条件下一般只有法向加速度 $V_t \dot{\theta}_t$ 可控，因此制导设计考虑存在两个独立的控制量不符合实际。如果不考虑 a_{mr} 而仅仅设计 a_{mq} ，设计的制导律鲁棒性能会受到影响。

由于存在关系

$$a_{mr}/a_{mq} = \tan(q - \theta_m) \quad (4)$$

$$a_{tr}/a_{tq} = \tan(q - \theta_t) \quad (5)$$

令 $\lambda_m = \tan(q - \theta_m)$, $\lambda_t = \tan(q - \theta_t)$ 为状态相关变量，则 (3) 式可改写为

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{q} \\ 0 & -\dot{q} & 0 \end{bmatrix}_A x + \begin{bmatrix} 0 \\ -\lambda_m \\ -1 \end{bmatrix}_B a_{mq} + \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_t \\ 1 \end{bmatrix}_D a_{tq} \quad (6)$$

其标准表达式描述为

$$\dot{x} = A_0 x + B_0 a_{mq} + D a_{tq} \quad (7)$$

$$\text{其中 } A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{q} \\ 0 & -\dot{q} & 0 \end{bmatrix}, B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\lambda_m \\ -1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_t \\ 1 \end{bmatrix}.$$

这里将目标机动 a_{tq} 视为外界干扰，制导问题为：设计 a_{mq} 保证弹目距离收敛并克服目标机动对制导的不利作用。

在小离轴角接近情况下，参数 λ_m 和 λ_t 不会很

大,特别是参数 λ_m 会较小。为保证制导鲁棒性,引入一较小且不恒为零的常数 ξ ,并将矩阵 $A_0、B_0$ 分解为带参数和状态摄动的误差形式,即 $A_0 = A + \Delta A, B_0 = B + \Delta B$,这样根据式(7)可得到两种摄动拦截模型。

模型 1 为:

$$\dot{x} = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{q} \\ 0 & -\dot{q} & 0 \end{bmatrix}_A + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{\Delta A} \right\} x + \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}_B + \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_m \\ 0 \end{bmatrix}_{\Delta B} \right\} a_{mq} + \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_t \\ 1 \end{bmatrix}_D a_{iq} \quad (8)$$

模型 2 为

$$\dot{x} = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\xi \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_A + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \xi + \dot{q} \\ 0 & -\dot{q} & 0 \end{bmatrix}_{\Delta A} \right\} x + \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}_B + \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_m \\ 0 \end{bmatrix}_{\Delta B} \right\} a_{mq} + \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_t \\ 1 \end{bmatrix}_D a_{iq} \quad (9)$$

其中 $\|A\| \gg \|\Delta A\|$,否则系统的鲁棒性将不能保证。

基于模型 1 和模型 2,视 a_{iq} 为干扰,可以根据鲁棒控制理论进行制导律设计。应该注意到,这两种摄动模型描述满足系统可控性条件。

2 鲁棒变结构制导律设计

考虑含摄动误差和外部干扰的状态空间模型如下

$$\dot{x} = (A + \Delta A)x + (B + \Delta B)u(t) + Dv(t) \quad (10)$$

式中状态变量 $x \in R^n$,控制向量 $u \in R^m, v \in R^l$ 为外界干扰。矩阵 $A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times m}, D \in R^{n \times l}$ 分别为控制对象的标称系统矩阵、标称控制矩阵和扰动分配矩阵; $\Delta A(t), \Delta B(t)$ 分别为矩阵 A 和 B 的摄动矩阵。

对式(9)描述的系统,变结构控制设计选择的滑动超平面 $s(x, t)$ 的一般形式为

$$s(x, t) = Cx \quad (11)$$

其中 $C = [C_1 \ C_2] \in R^{m \times n}, C_1 \in R^{m \times (n-m)}, C_2 \in R^{m \times m}$ 且满秩。通常矩阵 C 取形式为

$$C = C_2[K \ I_m] \quad (12)$$

式中矩阵 K 待定。下面首先不加证明的给出两个引理,详细情况见文献[6-7]。

引理 1 对系统(10)和滑动超平面(11),如果 $(CB)^{-1}$ 存在,则变结构控制律为

$$u = -g(t)(CB)^{-1} \text{sgn}(s) \quad (13)$$

这里 $g(t) > 0$ 且

$$g(t) = \frac{a\|x\| + c}{1 - b} = (1 - b)^{-1}(a\|x\| + c) \quad (14)$$

式中 $a = (\|CA\| + \phi_{\Delta A}\|C\|)$,

$b = \phi_{\Delta B}\|C\|\|(CB)^{-1}\|, c = \|CD\|\phi_v$,而 $\phi_{\Delta A}, \phi_{\Delta B}$ 和 ϕ_v 分别为 $\Delta A, \Delta B$ 及 v 诱导范数最大值,要求摄动量 $\Delta A, \Delta B$ 和 v 有界。

引理 2 对系统(10),取滑动面矩阵形式为(12)时,变结构控制(13)滑动模态存在的充分条件为

$$\|K\| < (\|\Delta B\|\|B_2^{-1}\|)^{-1} - 1 \quad (15)$$

这里 $B = [0 \ B_2]^T, B_2 \in R^{m \times m}$ 且满秩。

对变结构控制(13)式,为了尽量减少控制抖动,常用饱和函数 $M(s)$ 代替符号函数 $\text{sgn}(s)$,具体表达式为

$$\begin{cases} M(s) = [m(s_1), m(s_2), \dots, m(s_m)]^T \\ m(s_i) = \frac{s_i}{|s_i| + \delta} \end{cases} \quad (16)$$

式(16)中 $\delta > 0$ 为小常数。

根据引理 2,由模型 1 式(8)和模型 2 式(9)的表达式,可以看出其方程均满足变结构控制的简约型,可以直接应用引理 2 来进行设计。

由引理 1,对拦截系统模型 1 和模型 2 可得到两种变结构制导律 1 和制导律 2,其结构形式描述如下。

$$a_{mq} = -g(t)(CB)^{-1} \frac{s}{|s| + \delta} \quad (17)$$

对于 $g(t)$ 中的各参数, $\phi_{\Delta A}, \phi_{\Delta B}$ 则分别对应模型 1 和 2 中方程下标数一致的矩阵的诱导范数,而 ϕ_v 则对应 a_{iq} 的最大值。

从变结构制导律的形式可以看到,超平面函数矩阵 C (即 K) 对其性能影响很大,制导特性的动态品质、稳定性、不变性及鲁棒性都受其影响。模型摄动和干扰主要对函数 $g(t)$ 产生影响,而 ϕ_v 对制导律的性能影响最大,当其值不为 0 时会使 $g(t)$ 成倍数放大,造成控制量很大,因此在实际中需要兼顾制导精度和控制过载两方面的要求,对 $g(t)$ 进行适当调节。

对不确定性参数 λ_m 和 λ_t ,为简化计算一般可

用其均值代替。需要指出的是,参数 λ_m, λ_l 和 ξ 的选取必须充分考虑系统的可控性和引理 2 的条件要求,其中 ξ 的选取还必须考虑到小增益定理和鲁棒性能,否则会导致制导性能严重恶化如抖动甚至发散的现象(如拦截初始条件的选取十分不利下以及 ξ 取和过小和 λ_m 和 λ_l 过大情况下),需要进行仿真调试确定。

3 仿真验证

仿真选择的初始条件参照文献[7],取弹目相对距离 $r_0 = 3000$ m,导弹速度 $V_m = 600$ m/s,其最大过载为 $25g$ (g 为重力加速度),制导盲区设定为 80 m。取目标速度 $V_t = 420$ m/s,目标机动加速度为方波 $a_{mq} = 12g \cdot \text{sign}(\sin(0.4\pi t))$ 。导弹和目标动力学环节都采用二阶环节模拟,导弹动力学阻尼比取 0.4 ,时间常数取 0.1 ,目标动力学阻尼比取 0.7 ,时间常数取 0.1 。为了性能对比研究,以比例导引(PN)为基础,制导律为 $u_{mq}^{PN} = 4|r|\dot{q}$ 。设定的初始视线角、弹道倾角和目标航迹角见表 1。仿真中, $\xi = 0.1, C_2 = I, K = 0, \delta = 1e-3, I$ 为单位矩阵, $g(t)$ 则根据实际适当调节。

表 1 初始拦截条件设定

Table 1 The initial conditions of interception

序号	q_0	θ_{m0}	θ_{t0}
1	15°	0°	0°
2	15°	0°	15°
3	30°	15°	15°
4	30°	30°	0°
5	45°	30°	15°
6	60°	45°	15°
7	75°	60°	15°
8	90°	75°	15°

表 2 给出了三种制导律脱靶量 R_f 和拦截时间 t_f 仿真计算结果,图 2 是初始条件 3 视线角速度特性比较,图 3 是目标机动加速度和三种制导律指令加速度特性曲线。

由表 2 明显看出,按照本文模型设计的两种制导律制导精度明显要高于 PN,脱靶量均值相差很大,但拦截时间缩短不明显。图 2 说明,设计的变结构制导律对视线角速度的控制能力确实好于比例导引;由图 3 可看出,设计的两种制导律对目标机动灵敏度高,但控制量要求并不大,也没有控制抖动问

题。总体来看,设计的制导律计算简单,计算量适中,工程上易与实现。

表 2 脱靶量和拦截时间性能比较

Table 2 Performance comparison about the miss distance and intercept time

序号	比例制导		制导律 1		制导律 2	
	t_f/s	R_f/m	t_f/s	R_f/m	t_f/s	R_f/m
1	16.45	11.73	16.33	0.45	16.33	0.17
2	16.45	12.59	16.33	0.97	16.06	0.15
3	16.45	11.73	16.33	0.40	16.38	0.72
4	15.88	6.49	16.11	0.06	16.11	0.33
5	15.93	6.19	16.14	0.55	16.14	0.10
6	15.02	5.68	14.97	0.13	14.97	0
7	13.62	7.09	13.75	0.61	13.66	0.51
8	11.54	5.28	11.69	0.02	11.69	0.15
R_f 均值和方差	均值=8.35m 均方差=3.10m		均值=0.41m 均方差=0.32m		均值=0.27m 均方差=0.24m	

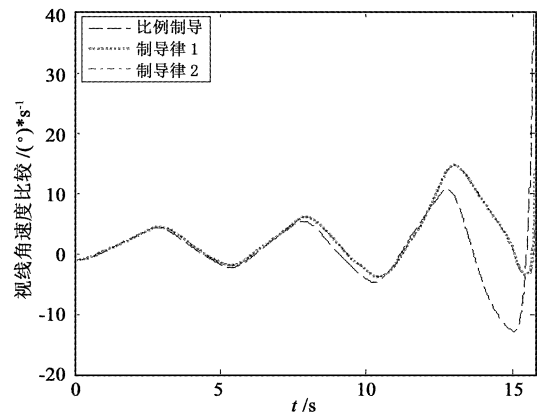


图 2 视线角速度特性曲线(条件 5)

Fig. 2 Characteristic curve of the line of sight rate (in condition 5)

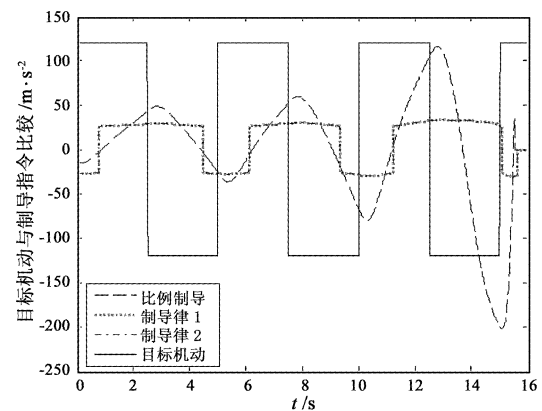


图 3 导弹指令与目标机动加速度曲线(条件 5)

Fig. 3 Missile command and target maneuver acceleration curve (in condition 5)

4 结 论

提出了一种新的用于鲁棒制导律设计的拦截系统状态模型,基于变结构控制理论进行了制导律设计,仿真验证了设计模型和制导律的性能。建立的拦截系统模型物理意义明确,设计的变结构制导律计算简单,具有一定工程参考意义。

后续可以进行的研究工作包括,基于该模型的鲁棒最优制导设计、比例导引与变结构制导的融合设计研究等。

参 考 文 献

- [1] Zhou D, Mu C D, Xu W L. Adaptive sliding-mode guidance of a homing missile[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1999,7(4-22):589-594.
- [2] Tal S, Moshe I. Sliding mode control for integrated missile autopilot-guidance[C]. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 2004,8(16-19):1-18.
- [3] 孙胜,周荻. 有限时间收敛变结构导引律[J]. *宇航学报*, 2008,29(4):1258-1262. [Sun Sheng, Zhou Di. A finite time convergent variable structure guidance law function[J]. *Journal of Astronautics*, 2008,29(4):1258-1262.]
- [4] 周荻. 寻的导弹新型导引规律[M]. 北京:国防工业出版社, 2002,10.
- [5] Cheng S S. Nonlinear robust digital controller based on fuzzy model for homing missiles[J]. *Chaos, Solutions and Fractals*, 2008(38):192-198.
- [6] 李言俊,张科. 自适应控制理论及应用[M]. 西安:西北工业大学出版社, 2005.
- [7] 侯明善. 非线性 PD 型比例导引鲁棒性研究[J]. *上海航天*, 2007,1:11-16. [Hou Ming-shan. Robustness of nonlinear PD type proportional navigation to Los-rate measurement noise[J]. *Aerospace Shanghai*, 2007,1:11-16.]

作者简介:杨文学(1982-),男,硕士研究生,主要研究方向为寻的导弹制导律的设计与仿真。

通信地址:山东省烟台市莱山区 91213 部队机要科(264007)

电话:13176938486

E-mail:19820825ywx@163.com

(编辑:张宇平)