

# 耦合位置误差的机载惯性/星光组合算法研究

熊 智<sup>1,2</sup>, 陈海明<sup>1</sup>, 郁 丰<sup>2</sup>

(1. 南京航空航天大学自动化学院, 南京 210016; 2. 南京航空航天大学高新技术研究院, 南京 210016)

**摘 要:** 针对星敏测量输出的是惯性系下姿态信息, 无法直接应用于实际的机载地理系下姿态组合导航, 提出了地理系下耦合位置误差的机载惯性/星光组合滤波算法。该算法分析了惯性姿态到地理系姿态之间的相互转换关系, 在建立的地理系下姿态线性化量测方程基础上, 通过引入导航位置误差转换矩阵, 建立了星敏测量的惯性姿态到惯性导航计算输出的地理系姿态之间的耦合误差模型; 同时针对姿态观测时高度通道不可观的特点, 增加了气压高度输出为系统的观测量; 实现了基于星敏测量的惯性系下姿态对地理系下惯性导航误差的直接修正。姿态耦合误差仿真结果表明该组合导航算法设计成功可行, 为星敏在机载环境下的组合导航应用提供了新的思路。

**关键词:** 星敏传感器; 惯性导航系统; 组合导航; 卡尔曼滤波; 姿态观测

**中图分类号:** V249      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-1328(2010)12-2683-08

**DOI:** 10.3873/j.issn.1000-1328.2010.12.010

## Research of Airborne INS/STAR Integrated Algorithm Coupled with Position Error

XIONG Zhi<sup>1,2</sup>, CHEN Hai-ming<sup>1</sup>, YU Feng<sup>2</sup>

(1. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. Academy of Frontier Science, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** Because the inertial attitude output of a star sensor can't be applied in the actual airborne integrated navigation system defined in the geographic coordinate system, an airborne INS/STAR integrated filtering algorithm coupled with position error defined in the geographic coordinate system has been presented. The transform relationship between the inertial coordinate attitude and the geographic coordinate attitude is analyzed, and the attitude linearization observation equation defined in the geographic coordinate system is constructed in the paper. And then, by introducing a navigation position error transform matrix, the coupling error model between inertial attitude from star sensor and geographic coordinate attitude from inertial navigation calculation is built. Because the information of height can't be got through attitude observation, the air height output is added to the system. Finally, the INS's error correct based on inertial attitude from star sensor is realized. The simulation results for the coupling error have verified that the integrated navigation algorithm design is successful, thus putting forward a new thought for the airborne application of star sensor.

**Key words:** Star sensor; Inertial navigation system (INS); Integrated navigation; Kalman filtering; Attitude observation

### 0 引 言

星敏传感器作为一种高精度的天文姿态敏感器, 越来越广泛应用于自主导航领域<sup>[1-3]</sup>。星敏传感器可以在不需要任何外部基准信息的前提下, 直接精确

测量获得载体相对于惯性坐标系下的姿态信息, 且其测量精度在导航全程保持稳定, 现有最高精度可以达到角秒级<sup>[1-2]</sup>。

现阶段将星敏传感器用于机载导航领域的主要原理是利用其测量获得惯性系下姿态, 并直接和惯性

导航基于惯性积分原理在惯性系下输出的姿态信息进行组合,从而可以精确补偿惯性导航系统中的陀螺漂移<sup>[1]</sup>,以间接提高地理系下的导航精度。但从上述基本原理可以看出,由于其状态方程建立在惯性系下,因此,仅能对相对于惯性系下的惯性导航姿态和陀螺漂移进行修正;而对于实际机载导航而言,更为重要的是需要获得相对于地理系下的导航结果。如果将组合修正后惯性系下的惯性姿态通过数学关系转换到地理系下,通常会引入较大的转换误差;此外,为进行惯性系下组合,还必须维护一套独立于地理系下的惯性姿态组合算法,也增加了系统实现的复杂性。

为此,本文针对上述问题,提出了地理系下基于位置耦合误差建模的机载惯性/星光组合滤波算法,本文在分析惯性姿态到地理系姿态之间相互转换的关系基础上,通过引入惯性导航位置误差转换矩阵和姿态误差转换矩阵,建立了星敏测量的惯性姿态到惯性导航计算输出的地理系姿态之间的耦合误差模型,并提出了相应的组合滤波算法。基于本文所提出的耦合误差模型,可以直接在地理系下实现组合导航,避免了独立维护地理系下姿态组合算法的需要;采用本文所提出的组合算法,不仅能修正惯性陀螺漂移,同时还能修正地理系下姿态参数和其他导航参数,从而有效改善组合导航性能,充分发挥星敏姿态观测的修正作用。本文还通过数字仿真,表明了所提出的组合滤波算法能获得较好的组合导航精度。

## 1 地理系下姿态观测原理

为方便后续讨论,首先以机载地理系导航为基础,进行姿态观测原理分析。选择导航坐标系为东北天地理水平坐标系( $O_n X_n Y_n Z_n$ ),假设可以由某一种姿态敏感器直接测量获得载体相对于地理系下的滚动、俯仰和航向姿态信息( $\gamma_s, \theta_s, \psi_s$ ),则可以直接利用其输出姿态信息和惯性导航计算输出的地理系下滚动、俯仰和航向姿态信息( $\gamma_I, \theta_I, \psi_I$ )进行组合,构成姿态组合量测方程。

由于惯性组合导航系统中与姿态误差相关的状

$$C_b^n = C_{cl}^n \cdot C_b^{cl} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -\phi_U & \phi_N \\ \phi_U & 1 & -\phi_E \\ -\phi_N & \phi_E & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\gamma_I \cos\psi_I + \sin\gamma_I \sin\theta_I \sin\psi_I & \cos\theta_I \sin\psi_I & \sin\gamma_I \cos\psi_I - \cos\gamma_I \sin\theta_I \sin\psi_I \\ -\cos\gamma_I \sin\psi_I + \sin\gamma_I \sin\theta_I \cos\psi_I & \cos\theta_I \cos\psi_I & -\sin\gamma_I \sin\psi_I - \cos\gamma_I \sin\theta_I \cos\psi_I \\ -\sin\gamma_I \cos\theta_I & \sin\theta_I & \cos\gamma_I \cos\theta_I \end{bmatrix} \quad (3)$$

态误差通常选择为平台误差角( $\phi_E, \phi_N, \phi_U$ ),但并不等同于姿态误差角<sup>[4]</sup>,为实现姿态误差观测量到平台误差角之间的转换,目前现有的方法主要有两类<sup>[5-7]</sup>:一类是采用近似的方式,将姿态误差和平台误差看为等价关系;另一类则是将姿态测量误差转换为平台误差角,然后再进行组合滤波。但就这两类方法本质而言,均具有其不足之处:如第一类方法具有建模的近似性,会带来相应的建模误差;而第二类方法将姿态误差测量转换为平台误差角测量,也会带来相应的转换误差。

基于上述考虑,本文直接建立了姿态误差观测量和系统状态量之间的线性化量测方程,从而可以有效克服上述两类姿态组合算法的不足,以提高组合系统精度。

首先定义姿态角度观测量如下:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\gamma &= \gamma_s - \gamma_I \\ \Delta\theta &= \theta_s - \theta_I \\ \Delta\psi &= \psi_s - \psi_I \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

则为了直接获得线性化的姿态观测方程,还需要做如下的理论推导:

### (1) 姿态观测关系分析

根据姿态角度定义,则有导航坐标系下的理想姿态转换矩阵<sup>[4]</sup>为式(2):

$$C_b^n = \begin{bmatrix} \cos\gamma \cos\psi + \sin\gamma \sin\theta \sin\psi & \cos\theta \sin\psi \\ -\cos\gamma \sin\psi + \sin\gamma \sin\theta \cos\psi & \cos\theta \cos\psi \\ -\sin\gamma \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\gamma \cos\psi - \cos\gamma \sin\theta \sin\psi \\ -\sin\gamma \sin\psi - \cos\gamma \sin\theta \cos\psi \\ \cos\gamma \cos\theta \end{bmatrix} \quad (2)$$

式(2)中上标 $n$ 表示导航坐标系,下标 $b$ 表示载体本体坐标系。 $\gamma, \theta, \psi$ 分别表示载体相对于地理系下的滚动、俯仰和航向理想姿态信息。

定义由惯性导航模拟的导航平台坐标系东向、北向和方位平台误差角分别为 $\phi_E, \phi_N, \phi_U$ 。则利用惯性导航计算输出姿态和平台误差角,也可以获得相对于导航坐标系下的理想姿态转换矩阵,其计算公式如下:

式(3)中上标  $c1$  表示通过惯性导航计算获得的导航平台坐标系。则由公式(2)和公式(3)可以获得如下

$$\begin{bmatrix} \cos\gamma\cos\psi + \sin\gamma\sin\theta\sin\psi & \cos\theta\sin\psi & \sin\gamma\cos\psi - \cos\gamma\sin\theta\sin\psi \\ -\cos\gamma\sin\psi + \sin\gamma\sin\theta\cos\psi & \cos\theta\cos\psi & -\sin\gamma\sin\psi - \cos\gamma\sin\theta\cos\psi \\ -\sin\gamma\cos\theta & \sin\theta & \cos\gamma\cos\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\phi_U & \phi_N \\ \phi_U & 1 & -\phi_E \\ -\phi_N & \phi_E & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\gamma_I\cos\psi_I + \sin\gamma_I\sin\theta_I\sin\psi_I & \cos\theta_I\sin\psi_I & \sin\gamma_I\cos\psi_I - \cos\gamma_I\sin\theta_I\sin\psi_I \\ -\cos\gamma_I\sin\psi_I + \sin\gamma_I\sin\theta_I\cos\psi_I & \cos\theta_I\cos\psi_I & -\sin\gamma_I\sin\psi_I - \cos\gamma_I\sin\theta_I\cos\psi_I \\ -\sin\gamma_I\cos\theta_I & \sin\theta_I & \cos\gamma_I\cos\theta_I \end{bmatrix} \quad (4)$$

从式(4)可以看出,其反映了惯性导航计算输出姿态角度、平台误差角和理想姿态之间的相互关系,则可以利用上述等式关系获得组合观测量  $\Delta\gamma, \Delta\theta, \Delta\psi$  的计算表达式。但由于其为非线性方程,而为采用线性卡尔曼滤波器,还必须直接获得组合系统的线性化量测方程,则必须利用上述关系求解出组合观测量  $\Delta\gamma, \Delta\theta, \Delta\psi$ , 并建立其和状态量之间的线性量测关系。

(2) 角度观测方程建立

利用在小角度姿态偏差情况下,  $\Delta\gamma, \Delta\theta, \Delta\psi$  为小量的假设以及三角函数关系, 则有式(5):

$$\left. \begin{aligned} \sin\gamma_S &= \sin(\gamma_I + \Delta\gamma) \approx \sin\gamma_I + \Delta\gamma\cos\gamma_I \\ \sin\theta_S &= \sin(\theta_I + \Delta\theta) \approx \sin\theta_I + \Delta\theta\cos\theta_I \\ \sin\psi_S &= \sin(\psi_I + \Delta\psi) \approx \sin\psi_I + \Delta\psi\cos\psi_I \\ \cos\theta_S &= \cos(\theta_I + \Delta\theta) \approx \cos\theta_I - \Delta\theta\sin\theta_I \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

此外,对公式(3)中的  $C_b^{c1}$  可做如下简化表达:

$$\begin{bmatrix} \cos\gamma_I\cos\psi_I + \sin\gamma_I\sin\theta_I\sin\psi_I & \cos\theta_I\sin\psi_I & \sin\gamma_I\cos\psi_I - \cos\gamma_I\sin\theta_I\sin\psi_I \\ -\cos\gamma_I\sin\psi_I + \sin\gamma_I\sin\theta_I\cos\psi_I & \cos\theta_I\cos\psi_I & -\sin\gamma_I\sin\psi_I - \cos\gamma_I\sin\theta_I\cos\psi_I \\ -\sin\gamma_I\cos\theta_I & \sin\theta_I & \cos\gamma_I\cos\theta_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C'_{11} & \cos\theta_I\sin\psi_I & C'_{13} \\ C'_{21} & \cos\theta_I\cos\psi_I & C'_{23} \\ -\sin\gamma_I\cos\theta_I & \sin\theta_I & \cos\gamma_I\cos\theta_I \end{bmatrix} \quad (6)$$

则由公式(6),并结合公式(4)可以获得:

$$\begin{bmatrix} \cos\gamma\cos\psi + \sin\gamma\sin\theta\sin\psi & \cos\theta\sin\psi & \sin\gamma\cos\psi - \cos\gamma\sin\theta\sin\psi \\ -\cos\gamma\sin\psi + \sin\gamma\sin\theta\cos\psi & \cos\theta\cos\psi & -\sin\gamma\sin\psi - \cos\gamma\sin\theta\cos\psi \\ -\sin\gamma\cos\theta & \sin\theta & \cos\gamma\cos\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\phi_U & \phi_N \\ \phi_U & 1 & -\phi_E \\ -\phi_N & \phi_E & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C'_{11} & \cos\theta_I\sin\psi_I & C'_{13} \\ C'_{21} & \cos\theta_I\cos\psi_I & C'_{23} \\ -\sin\gamma_I\cos\theta_I & \sin\theta_I & \cos\gamma_I\cos\theta_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \cos\theta_I\sin\psi_I - \phi_U\cos\theta_I\cos\psi_I + \phi_N\sin\theta_I & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ -\phi_N C'_{11} + \phi_E C'_{21} - \sin\gamma_I\cos\theta_I & -\phi_N\cos\theta_I\sin\psi_I + \phi_E\cos\theta_I\cos\psi_I + \sin\theta_I & \dots \end{bmatrix} \quad (7)$$

利用式(7)中矩阵对应元素相等的关系,即可获得姿态角度观测量  $\Delta\gamma, \Delta\theta, \Delta\psi$ 。由于只需要利用式(7)中的三个对应矩阵元素即可实现对姿态角度观测量的求解,因此对式(7)中等式右边其他矩阵元素不再进行计算,并用“…”表示。

则有如下的矩阵元素对应关系:

$$\begin{aligned} \sin\theta_s &\approx \sin\theta = -\phi_N \cos\theta_I \sin\psi_I + \\ &\quad \phi_E \cos\theta_I \cos\psi_I + \sin\theta_I \\ \cos\theta_s \sin\psi_s &\approx \cos\theta \sin\psi \\ &= \cos\theta_I \sin\psi_I - \phi_U \cos\theta_I \cos\psi_I + \\ &\quad \phi_N \sin\theta_I - \sin\gamma_s \cos\theta_s \\ &\approx -\sin\gamma \cos\theta \\ &= -\phi_N C'_{11} + \phi_E C'_{21} - \sin\gamma_I \cos\theta_I \quad (8) \end{aligned}$$

将公式(5)代入公式(8),经过简化,可以获得最终的姿态角度线性化量测方程为:

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= \phi_E \cos\psi_I - \phi_N \sin\psi_I \\ \Delta\psi &= \phi_E \sin\psi_I \sin\theta_I / \cos\theta_s + \\ &\quad \phi_N \sin\theta_I \cos\psi_I / \cos\theta_s - \phi_U \cos\theta_I / \cos\theta_s \\ \Delta\gamma &= \phi_E (C'_{21} - \sin\gamma_I \sin\theta_I \cos\psi_I) / \\ &\quad (-\cos\gamma_I \cos\theta_s) + \\ &\quad \phi_N (\sin\psi_I \sin\gamma_I \sin\theta_I - C'_{11}) / \\ &\quad (-\cos\gamma_I \cos\theta_s) \quad (9) \end{aligned}$$

## 2 耦合位置误差的星光姿态观测方程

由上一节分析可以看出,如果能直接获得地理系下的姿态测量信息,则可以利用公式(9)实现地理系下的姿态组合滤波。但由于星敏测量输出的是载体相对于惯性系下的姿态输出,因此,无法直接采用上面分析给出的姿态测量方程。为此,本节将在分析惯性姿态到地理系姿态之间相互转换的关系基础上,直接建立地理系下的星光姿态测量模型。

星敏传感器就其测量原理而言,本质上是通过确定固连于载体本体坐标系上的单位方向矢量相对于惯性参考坐标系的姿态转换矩阵<sup>[2]</sup>。而利用矢量观测实现姿态确定的算法有很多种,由于篇幅所限,本文不再加以讨论。

假设利用姿态测量算法可以直接测量获得载体系相对于惯性系下的姿态转换矩阵  $C_b^i$ ,下面重点讨论如何由  $C_b^i$  获得载体相对于导航坐标系下的姿态

变换矩阵  $C_b^n$ 。考虑到由格林尼治恒星时角可获得惯性坐标系到地球固连坐标系的变换矩阵为  $C_e^i$ ;同时由地球固连坐标系到地理坐标系的变换矩阵  $C_e^g$ (下标  $i$  表示惯性坐标系,上标  $e$  表示地球固连坐标系)<sup>[4]</sup>。

则结合上述矩阵相互转换关系,可以获得载体惯性姿态转换矩阵相对于导航坐标系下的姿态变换矩阵关系,有:  $C_b^n = C_e^n C_e^e C_b^i$ ,从而可以获得地理系下载体姿态。

从上述原理可以看出,如果要将星敏输出的惯性姿态转换为地理系姿态,就必须提供载机当前时刻的位置信息,而在机载惯性/星光组合环境下,唯一能够提供位置信息的,就只有惯性导航输出的计算地理经纬度信息,但由于惯性导航受到陀螺和加速度计漂移误差的影响,其导航精度随时间而发散。因此,利用惯性导航输出所建立的计算地理水平坐标系必然不等同于实际的地理水平坐标系,如果要直接实现地理系下的姿态组合,则必须建立耦合惯性导航位置误差的组合量测方程。

设惯性导航输出的地理经纬度信息构成了计算地理坐标系( $c_2$ 系),则其与导航坐标系( $n$ 系)之间考虑有小角度经纬度位置偏差  $\delta\lambda, \delta L$  时,则有如下计算地理坐标系到导航坐标系之间的坐标转换矩阵<sup>[8]</sup>:

$$C_{c_2}^n = \begin{bmatrix} 1 & -\delta\lambda \sin L & \delta\lambda \cos L \\ \delta\lambda \sin L & 1 & \delta L \\ -\delta\lambda \cos L & -\delta L & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

从而有耦合了惯性导航位置误差的星敏在地理系下的姿态测量输出为:

$$C_b^{c_2} = C_n^{c_2} C_e^n C_b^i = C_n^{c_2} C_b^n \quad (11)$$

利用式(11)即可求得星敏在地理系下的姿态测量输出,可见星敏在由惯性姿态向地理系姿态转换过程中,主要由于位置误差引起了转换后的地理系姿态测量误差。此外,由式(11)还可以获得

$$C_b^n = C_{c_2}^n C_b^{c_2} \quad (12)$$

设星敏转换为相对于地理系下横滚、俯仰和航向姿态测量输出分别为  $\gamma_s, \theta_s, \psi_s$ ,从而与地理系下姿态观测原理推导类似,有如下的姿态观测关系:

$$C_b^n = C_{c_1}^n \cdot C_b^{c_1} = C_{c_2}^n \cdot C_b^{c_2} \quad (13)$$

由公式(13)可以看出,该姿态观测方程中已经

耦合进入了惯性导航的位置误差,采用与上节类似的推导思路,则有如下耦合位置误差的姿态角度观测关系如下:

$$\begin{aligned}
 & -\delta\lambda\cos L_{e2}\cos\theta_S\sin\psi_S - \delta L\cos\theta_S\cos\psi_S + \sin\theta_S = -\phi_N\cos\theta_I\sin\psi_I + \phi_E\cos\theta_I\cos\psi_I + \sin\theta_I \\
 & \cos\theta_S\sin\psi_S - \delta\lambda\sin L_{e2}\cos\theta_S\cos\psi_S + \delta\lambda\cos L_{e2}\sin\theta_S = \cos\theta_I\sin\psi_I - \phi_U\cos\theta_I\cos\psi_I + \phi_N\sin\theta_I \\
 & -\delta\lambda\cos L_{e2}C_{11} - \delta LC_{21} - \sin\gamma_S\cos\theta_S = -\phi_N C'_{11} + \phi_E C'_{21} - \sin\gamma_I\cos\theta_I
 \end{aligned} \tag{14}$$

式(14)中  $C_{11}, C_{21}$  表示的是矩阵  $C_b^c$  中的对应元素,从而有最终的耦合位置误差的姿态线性化观测方程为式(15)。

星光组合姿态线性化量测方程,基于此方程,即可设计线性化卡尔曼滤波器,实现对惯性导航误差的最优估计和修正。

式(15)即为耦合位置误差的地理系下惯性/星

$$\begin{aligned}
 \Delta\theta &= \phi_E\cos\psi_I - \phi_N\sin\psi_I + \delta L\cos\theta_S\cos\psi_S/\cos\theta_I + \delta\lambda\cos L_{e2}\cos\theta_S\sin\psi_S/\cos\theta_I \\
 \Delta\psi &= \phi_E\sin\psi_I\sin\theta_I/\cos\theta_S + \phi_N\sin\theta_I\cos\psi_I/\cos\theta_S - \phi_U\cos\theta_I/\cos\theta_S + \delta L\cos\psi_S\sin\psi_I\sin\theta_I/(\cos\theta_I\cos\psi_I) + \\
 & \delta\lambda(\sin L_{e2}\cos\theta_S\cos\psi_S - \cos L_{e2}\sin\theta_S + \cos L_{e2}\cos\theta_S\sin\psi_S\sin\psi_I\sin\theta_I/\cos\theta_I)/(\cos\theta_S\cos\psi_I) \\
 \Delta\gamma &= \phi_E(C'_{21} - \sin\gamma_I\sin\theta_I\cos\psi_I)/(-\cos\gamma_I\cos\theta_S) + \phi_N(\sin\psi_I\sin\gamma_I\sin\theta_I - C'_{11})/(-\cos\gamma_I\cos\theta_S) + \\
 & \delta L(C_{21} - \cos\theta_S\cos\psi_S\sin\gamma_I\sin\theta_I/\cos\theta_I)/(-\cos\gamma_I\cos\theta_S) + \\
 & \delta\lambda(\cos L_{e2}C_{11} - \cos L_{e2}\cos\theta_S\sin\psi_S\sin\gamma_I\sin\theta_I/\cos\theta_I)/(-\cos\gamma_I\cos\theta_S)
 \end{aligned} \tag{15}$$

### 3 耦合位置误差的机载惯性/星光组合导航系统数学模型

#### 3.1 系统的状态方程

采用线性卡尔曼滤波器进行组合,系统的状态方程为惯性导航系统的误差方程,通过对惯性导航系统的性能及误差源的分析,可以获得惯导系统的误差方程为  $\dot{X}(t) = F(t)X(t) + G(t)W(t)$ 。其中系统状态变量定义为<sup>[4]</sup>:

$$X = [\phi_E, \phi_N, \phi_U, \delta v_E, \delta v_N, \delta v_U, \delta L,$$

$$\delta\lambda, \delta h, \varepsilon_{bx}, \varepsilon_{by}, \varepsilon_{bz}, \varepsilon_{rx}, \varepsilon_{ry}, \varepsilon_{rz}, \nabla_x, \nabla_y, \nabla_z]^T$$

其中  $\phi_E, \phi_N, \phi_U$  为平台误差角;  $\delta v_E, \delta v_N, \delta v_U$  为速度误差;  $\delta L, \delta\lambda, \delta h$  为纬度、经度和高度误差;  $\varepsilon_{bx}, \varepsilon_{by}, \varepsilon_{bz}, \varepsilon_{rx}, \varepsilon_{ry}, \varepsilon_{rz}$  分别为陀螺常值漂移误差和一阶马尔

$$Z_1 = \begin{bmatrix} \Delta\gamma \\ \Delta\theta \\ \Delta\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{r1} & h_{r2} & 0 & \vdots & \mathbf{0}_{1\times3} \\ h_{\theta1} & h_{\theta2} & 0 & \vdots & \mathbf{0}_{1\times3} \\ h_{\psi1} & h_{\psi2} & h_{\psi3} & \vdots & \mathbf{0}_{1\times3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{r3} & h_{r4} & 0 & \vdots & \mathbf{0}_{1\times9} \\ h_{\theta3} & h_{\theta4} & 0 & \vdots & \mathbf{0}_{1\times9} \\ h_{\psi4} & h_{\psi5} & 0 & \vdots & \mathbf{0}_{1\times9} \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \tag{17}$$

式(17)中  $v_1, v_2, v_3$  分别为对应的星敏输出的地理系下横滚、俯仰和航向测量误差,均考虑为白噪声。

此外,考虑到姿态观测方程式(17)中高度通道

可夫漂移误差;  $\nabla_x, \nabla_y, \nabla_z$  为加表零偏。

#### 3.2 系统的量测方程

由上节基于位置耦合误差建模的星光姿态观测分析可以看出,在组合系统中,量测值应选择为:星敏转换为地理系下的姿态与惯性导航系统计算出的地理坐标系下的姿态的差值构成,如式(1)定义。对公式(15)进行简化表示,则有:

$$\begin{aligned}
 \Delta\theta &= \phi_E h_{\theta1} + \phi_N h_{\theta2} + \delta L h_{\theta3} + \delta\lambda h_{\theta4} \\
 \Delta\psi &= \phi_E h_{\psi1} + \phi_N h_{\psi2} + \phi_U h_{\psi3} + \delta L h_{\psi4} + \delta\lambda h_{\psi5} \\
 \Delta\gamma &= \phi_E h_{r1} + \phi_N h_{r2} + \delta L h_{r3} + \delta\lambda h_{r4}
 \end{aligned} \tag{16}$$

由(16)式,可以获得惯性/星光姿态组合线性化量测方程为:

不可观,因此,增加了气压高度表观测方程如下<sup>[9]</sup>:

$$\begin{aligned}
 Z_2 &= h_l - h_e = \delta h + v_4 \\
 &= [\mathbf{0}_{1\times8} \quad \vdots \quad 1 \quad \vdots \quad \mathbf{0}_{1\times9}] X + v_4
 \end{aligned} \tag{18}$$

式(18)中  $v_4$  为气压高度表输出时的高度误差,考虑

为白噪声。

则由上述式(17)和(18)可以获得组合导航系

统的量测方程  $Z(t) = H(t)X(t) + V(t)$ , 其具体形式如式(19):

$$Z = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{r1} & h_{r2} & 0 & \vdots & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \vdots & h_{r3} & h_{r4} & 0 & \vdots & \mathbf{0}_{1 \times 9} \\ h_{\theta 1} & h_{\theta 2} & 0 & \vdots & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \vdots & h_{\theta 3} & h_{\theta 4} & 0 & \vdots & \mathbf{0}_{1 \times 9} \\ h_{\psi 1} & h_{\psi 2} & h_{\psi 3} & \vdots & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \vdots & h_{\psi 4} & h_{\psi 5} & 0 & \vdots & \mathbf{0}_{1 \times 9} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0}_{1 \times 8} & \vdots & & & & & 1 & & & \vdots & \mathbf{0}_{1 \times 9} \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \dots \\ v_4 \end{bmatrix} \quad (19)$$

从而对上面连续形式的系统状态方程和量测方程进行离散化处理,即可采用线性卡尔曼滤波器进行滤波估计。

### 4 组合导航系统仿真

假设飞机做机动飞行,其飞行轨迹中含有爬升、变速、平飞和转弯等各种飞行状态,其飞行轨迹如图1所示。飞机的初始位置为北纬 32°、东经 118°、飞行高度为 10000m;飞机的初始速度为 300m/s,航向正北。设惯导系统的等效陀螺漂移为 0.01(°/h),等效加速度零偏为  $10^{-4}g$ ;陀螺一阶马尔可夫过程相关时间为 3600s,加速度零偏一阶马尔可夫过程相关时间为 1800s。

仿真过程中假设星敏输出周期为 1s,即设置卡尔曼滤波器每 1s 工作一次。且设置星敏转换到地理系下三轴姿态误差均为 0.01°;气压高度表输出高度误差为 50m。设置滤波器工作初始值如表 1 所示。

表 1 卡尔曼滤波器工作初始值

Table 1 The work initial value of kalman filtering

误差项	水平姿态角误差	航向角误差	速度误差	经纬度误差	高度误差
初始值	360"	1800"	0.6m/s	100m	100m

组合导航系统仿真共进行了 3600s,直接采用纯惯性导航以及惯性/星光组合导航与标准航迹误差对比的方法评估本文所提出算法的性能,其对比结果如图 2~图 6 所示。

由导航系统仿真误差对比曲线,可以看出,采用基于位置耦合误差建模组合思路后,可以较大改善系统导航精度。由于在组合建模过程中考虑了位置误差对姿态测量的影响,则不仅能实现对姿态误差的滤波估计,还能够实现对位置误差的估计,从而较

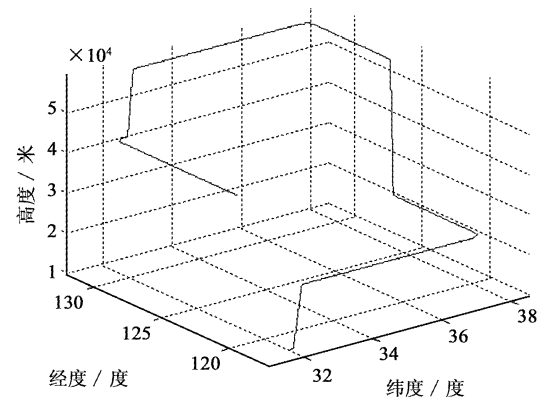


图 1 飞行航迹  
Fig. 1 Flight trace

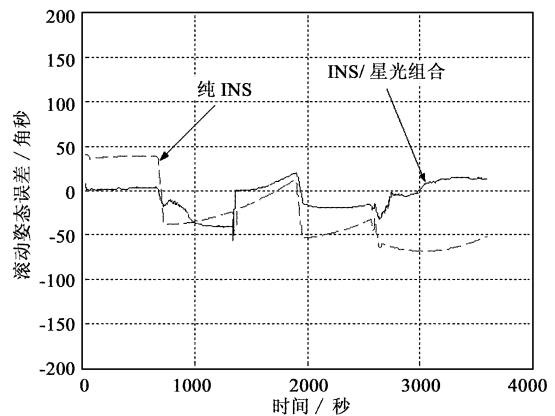


图 2 滚动姿态误差  
Fig. 2 Roll attitude error

大改善组合导航系统位置精度。从仿真图中还可以看出,部分时间段上误差曲线有跳变,这是由于不同的航迹机动方式所引起的,并不影响对系统导航性能的评估。纯惯性导航和惯性/星光组合导航系统的误差均值和方差比较结果见表 2。

表中的 1、2 分别表示纯惯性导航和惯性/星光组合两种情况下的误差均值和方差结果。

表 2 惯性导航系统和惯性/星光组合导航系统误差

Table 2 The error value of inertial navigation system and INS/STAR integrated navigation system

误差项	$\delta\gamma/(\circ)$	$\delta\theta/(\circ)$	$\delta\psi/(\circ)$	$\delta v_e/(m/s)$	$\delta v_n/(m/s)$	$\delta v_u/(m/s)$	$\delta L/m$	$\delta\lambda/m$	$\delta h/m$	
均值	1	-0.0071	-0.0069	-0.031	0.57	0.54	1.37	708.00	644.00	1612.01
	2	-0.0017	-0.0014	-0.0007	-0.15	0.14	0.14	-51.20	-243.00	-8.25
方差	1	0.010	0.005	0.007	0.71	1.00	0.89	680.0	997.00	1464.69
	2	0.0046	0.0036	0.0015	0.59	0.81	0.25	192.00	577.00	13.65

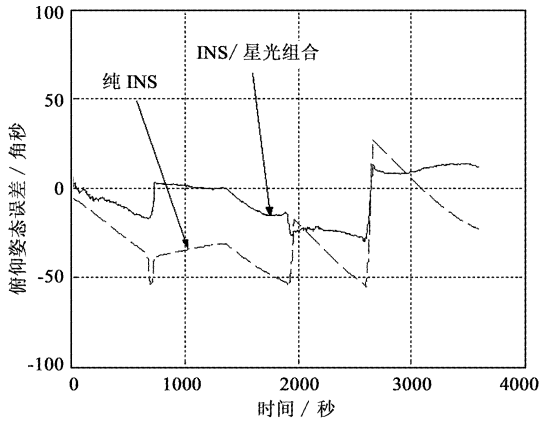


图 3 俯仰姿态误差  
Fig. 3 Pitch attitude error

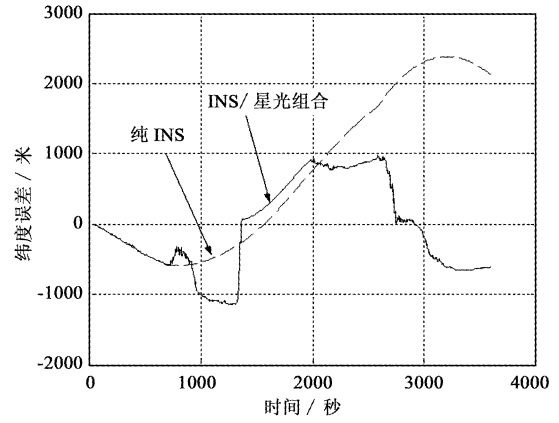


图 5 纬度误差  
Fig. 5 Latitude error

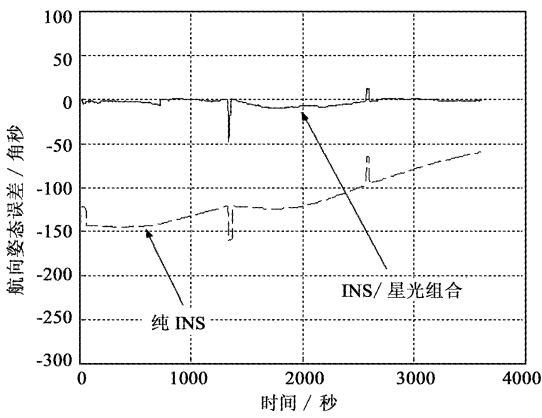


图 4 航向姿态误差  
Fig. 4 Azimuth error

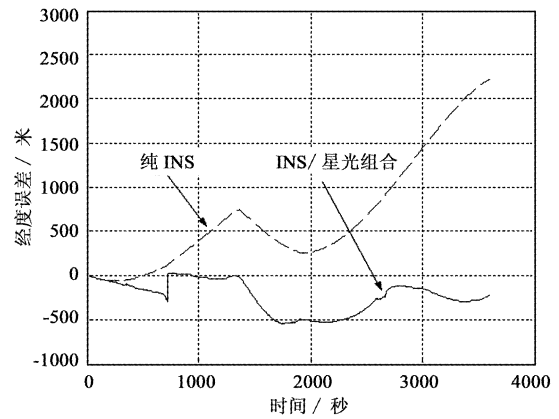


图 6 经度误差  
Fig. 6 Longitude error

### 5 结 论

本文研究的基于位置耦合误差建模的机载惯性/星光组合算法,实现了基于星敏测量的惯性系下姿态对地理系下惯性导航误差的直接修正,从而为惯性/星光组合导航在机载环境下的应用提供了一种新的建模思路和途径。但值得注意的是,由于姿态修正的实质是通过姿态观测实现对位置误差的间接修正,因此,其精度的修正作用还是有限的。因此,后续还需要在本文算法的基础上,开展更为进一

步的耦合误差精确建模研究工作,以尽可能提高组合导航精度。此外,以本文组合导航系统算法及其实现思路为基础,直接研究地理系下的姿态组合算法,以及地理系下的姿态、位置一体化组合导航算法也具有重要的理论借鉴意义。本文所建立的惯性/星光耦合组合算法模型和思路将具有较强的现实应用意义和推广应用价值。

### 参 考 文 献

[1] 陈霞. 天文/惯性组合导航模式研究[J]. 光学与光电技术,

- 2003, 1(3):21-25. [Chen Xia. Investigation on celestial/Inertial integrated navigation patterns[J]. Optics & Optoelectronic Technology, 2003, 1(3):21-25.]
- [2] 陈希军, 张泽, 史话. 基于恒星敏感器的姿态确定算法研究[J]. 控制工程, 2008, 15(3): 253-256. [Chen Xi-jun, Zhang Ze, Shi Hua. Attitude determination algorithm based on star sensor[J]. Control Engineering of China, 2008, 15(3): 253-256.]
- [3] Pappalardi F, Dunham S J, Leblang M E, et al. Alternatives to GPS[C]. OCEANS 2001, MTS/IEEE Conference and Exhibition, Honolulu HI, USA, November 5-8, 2001.
- [4] 袁信, 俞济祥, 陈哲. 导航系统[M]. 北京: 航空工业出版社, 1993:178-183.
- [5] 房建成, 宁晓琳. 天文导航原理及应用[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2006:279-287.
- [6] 宁晓琳, 房建成. 一种基于 UPF 的月球车自主天文导航方法[J]. 宇航学报, 2006, 27(4):648-653. [Ning Xiao-lin, Fang Jian-cheng. A new method of autonomous celestial navigation for lunar rover and analysis of precision[J]. Journal of Astronautics, 2006, 27(4):648-653.]
- [7] Qi H H, Moore J B. Direct kalman filtering approach for GPS/INS integration[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronics System, 2002, 32(2): 687-693.
- [8] 以光衢. 惯性导航原理[M]. 北京: 航空工业出版社, 1987: 100-105.
- [9] 白宏阳, 薛晓中, 郑玲, 等. 光纤惯导/多普勒雷达/气压高度表组合导航半实物仿真[J]. 中国惯性技术学报, 2009, 17(2):201-204. [Bai Hong-yang, Xue Xiao-zhong, Zheng Ling, et al. Semi-physical simulation of FOG-SINS/Doppler/pressure altimeter integrated navigation[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2009, 17(2):201-204.]

作者简介:熊智(1976-),男,副教授,硕士生导师,主要从事惯性技术、景象匹配辅助导航、天文导航及惯性组合导航等研究。  
通信地址:南京航空航天大学自动化学院(210016)  
电话:(025)84896879  
E-mail:xznuaa@nuaa.edu.cn

(编辑:曹亚君)