

# 基于信息一致性的分布式卫星姿态同步研究

陈志明<sup>1,3</sup>, 王惠南<sup>2</sup>, 刘海颖<sup>3</sup>

(1. 南京航空航天大学自动化学院, 南京 210016; 2. 南京航空航天大学航天学院, 南京 210016;  
3. 南京航空航天大学高新技术研究院, 南京 210016)

**摘 要:** 针对分布式卫星自主姿态同步问题, 提出了一种基于信息一致性的姿态协同及跟踪控制方法, 它采用信息一致性的理论, 通过设计卫星间的信息传递模型来解决分布式卫星间的姿态同步问题。文中分别给出了姿态协同及姿态跟踪两种控制方法, 并对其稳定性进行了分析。最后针对两种信息拓扑模型, 以实际的多颗分布式卫星和 PWM(脉宽调制)喷气系统进行仿真实验, 表明了本文方法有效地实现了姿态的协同及跟踪。

**关键词:** 分布式卫星; 姿态同步; 一致性; 信息拓扑

**中图分类号:** V448.2      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-1328(2010)10-2283-06

**DOI:** 10.3873/j.issn.1000-1328.2010.10.008

## Research on Distributed Satellite Attitude Synchronization Based on Information Consensus

CHEN Zhi-ming<sup>1,3</sup>, WANG Hui-nan<sup>1,2</sup>, LIU Hai-ying<sup>3</sup>

(1. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China;  
2. College of Astronautics, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China;  
3. Academy of Frontier Science, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** In order to realize the attitude cooperation of distributed satellites, a control algorithm based on consensus theory was proposed in this paper. It solved synchronization problem of distributed satellites using information topology. In this paper two control laws were designed for coordination and tracking problems, and stability analysis was also proposed. At last, with two information topological models and PWM thruster model, a simulation for distributed multi-satellite control shows that the method is effective for attitude coordination and tracking.

**Key words:** Distributed satellite; Attitude synchronization; Consensus theory; Information topology

### 0 引 言

分布式卫星相对于单个卫星具有更高的可靠性、更低廉的成本, 但如何更好地实现分布式卫星编队飞行控制和协同工作成为其发展的技术壁垒, 受到相关领域专家学者的普遍关注。近年来, 分布式卫星编队飞行方面的研究报道日益增多, 但多以编队飞行卫星的相对位置、速度的控制为研究方向, 少有涉及卫星姿态的同步控制和协同任务控制方面, 而其中大部分都是针对主从编队的姿态跟随, 没有

体现分布式卫星这个整体概念, 都是分别以单颗卫星作为对象进行动作。

21 世纪, 随着复杂网络<sup>[1]</sup>理论的兴起, 以网络拓扑为手段对多智能体(如: 移动机器人、水下航行设备、飞行器等)行为进行的研究渐渐被重视。而分布式卫星同样也属于本范畴, 卫星间协同工作可以认为是一类网络的信息一致性问题。信息一致性是指所有协同体状态及信息趋于一致。

近年来, 信息一致性算法开始受到控制领域的学者专家关注, RenWei 在文献[2]中提出了基于信

息拓扑的多智能体同步问题的多种应用方向,并给出了基于信息拓扑的一阶一致性估计算法。此后他又针对多体位置、速度进行了相关协同控制的研究<sup>[3-4]</sup>,但都基于移动机器人等简单的动力学模型。另外在其博士论文中对此类问题进行了详细地阐述<sup>[5]</sup>,同时也给出了离散形式下的一致性控制律。在文献[6]中 RenWei 在文章末尾给出了将一致性理论应用于姿态协同的设计思想。

文献[7]针对简单的物理模型,设计了多种信息拓扑结构,并研究了质点在不同的信息拓扑结构下的跟踪效果。

文献[8]对一致性同步问题在航空领域的应用作了详细的介绍,同时设计了多种针对飞行器的一致性控制方法,并进行了相关分析。

本文以分布式卫星的姿态控制问题为研究方向,通过卫星间的信息拓扑结构进行了姿态协同及姿态跟踪的研究,并以喷气系统作为姿态机动设备,采用 PWM 控制方法进行了仿真。

## 1 动力学及图论

### 1.1 卫星姿态运动学与动力学

四元数  $\boldsymbol{q} = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T$  由标量部分  $q_0$  及矢量部分  $[q_1 \ q_2 \ q_3]$  组成。为了后期运算表述方便,此处定义函数  $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q}) = [q_1 \ q_2 \ q_3]$  表示取矢量部分,  $U(\boldsymbol{q}) = q_0$  表示取标量部分。

由四元数表述的卫星运动学方程为:

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\omega})\boldsymbol{q} \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\omega}) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

其动力学方程为:

$$\boldsymbol{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega})(\boldsymbol{I}\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{M} \quad (2)$$

$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega})$  表示斜对称矩阵,有如下性质

$$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{\omega}^\times = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix}$$

式中  $\boldsymbol{M}$  为施加在卫星上总的力矩,也即控制量  $\boldsymbol{u}$ 。两方程中  $\boldsymbol{\omega}$  均为星体坐标系下的角速度,  $\boldsymbol{I}$  为卫星惯量阵。

对于四元数  $\boldsymbol{q} = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T$  及  $\boldsymbol{r} = [r_0 \ r_1 \ r_2 \ r_3]^T$ , 定义其乘法运算为:

$$\boldsymbol{q} * \boldsymbol{r} = \begin{bmatrix} q_0 & -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_1 & q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_2 & q_3 & q_0 & -q_1 \\ q_3 & -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_0 \\ r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix}$$

### 1.2 信息拓扑图理论

有向或无向图是描述分布式卫星间的通信与感知信息拓扑最直接的数学工具。有向图表示为  $G = (N, E)$ , 由代表卫星的非空节点集合  $N = \{1, \dots, n\}$  与表示通信与感知关系的边集合  $E$  组成。以有序节点对  $(i, j) \in N$  描述的边表示卫星  $j$  可以获得卫星  $i$  的信息,有向图考虑信息传播方向,而无向图则认为信息双向传播,即卫星  $i, j$  可相互得到对方信息。图  $G$  的邻接矩阵  $\boldsymbol{A}(G) = (a_{ij})_{n \times n}$  表示图  $G$  中各顶点的邻接关系,行和列分别为图  $G$  的  $n$  个节点序列。矩阵中元素  $a_{ij}$  若为 1 则表示顶点  $v_i$  与  $v_j$  邻接,若为 0 则不邻接。图  $G$  的 Laplacian 矩阵定义为  $\boldsymbol{L} = (l_{ij})_{n \times n}$ , 其中  $l_{ij} = \sum_{j \neq i} a_{ij}$ ,  $l_{ji} = -a_{ij}$ ,  $i \neq j$ ,  $\boldsymbol{L}$  矩阵满足  $l_{ij} \leq 0, i \neq j, \sum_{j=1}^n l_{ij} = 0, i = 0, \dots, n$ 。应用邻接矩阵与 Laplacian 矩阵可数学描述和分析不同的信息拓扑结构的特点与性能。

## 2 姿态同步控制策略

这里假设所有卫星的姿态都转换至同一参考坐标系,由此提出两种控制律,分别用于姿态协同及姿态跟踪两种场合。

### 2.1 姿态协同控制律

卫星姿态包括四元数  $\boldsymbol{q}$  及角速率  $\boldsymbol{\omega}$ , 文献[9]提出了基于二阶一致性算法的控制率,在此基础上将四元数及角速率分别替换原公式中的两个状态变量,可设计出针对姿态信息的协同控制律如下:

$$\boldsymbol{u}_i = - \sum_{j=1}^n a_{ij} [\alpha \boldsymbol{H}(\boldsymbol{q}_j * \boldsymbol{q}_i) + \beta(\boldsymbol{\omega}_i - \boldsymbol{\omega}_j)] \quad (3)$$

式中  $\boldsymbol{u}_i$  为第  $i$  颗卫星的控制量,  $a_{ij}$  为邻接矩阵的元素,  $\alpha > 0, \beta > 0$  分别为比例系数。

### 2.2 姿态跟踪控制律

在式(3)的基础上,加入参考姿态  $\boldsymbol{q}^r$  及参考角速率  $\boldsymbol{\omega}^r$ , 设计姿态跟踪控制律如下:

$$u_i = -KH(q^r * q_i) - D(\omega_i - \omega^r) - \sum_{j=1}^n a_{ij} [\alpha H(q_j * q_i) + \beta(\omega_i - \omega_j)] \quad (4)$$

当  $K=0, D=0$  时,式(4)退化为式(3)。

### 2.3 稳定性分析

先针对式(4),设计 Lyapunov 函数如下:

$$V = K \sum_{i=1}^n \|q^r * q_i - q_l\|^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \alpha \|q_j * q_i - q_l\|^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [(\omega_i - \omega^r)^T I_i (\omega_i - \omega^r)] \quad (5)$$

其中  $q_l = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$ ,  $I_i$  为第  $i$  颗卫星的惯量矩阵。令  $\tilde{q}_i = q^r * q_i, \tilde{\omega}_i = \omega_i - \omega^r$ , 有:

$$q_j * q_i = -\tilde{q}_j * \tilde{q}_i$$

根据文献[10]有:

**定理 1.** 若  $V_q = \|q_l * q_k - q_l\|^2$ , 则有:

$$\dot{V}_q = (\omega_k - \omega_l)^T H(q_l * q_k)$$

由此对式(5)求导可得:

$$\dot{V} = K \sum_{i=1}^n \tilde{\omega}_i^T H(\tilde{q}_i) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \alpha (\tilde{\omega}_i - \tilde{\omega}_j)^T H(\tilde{q}_j * \tilde{q}_i) + \sum_{i=1}^n \{ \tilde{\omega}_i^T [u_i - S(\tilde{\omega}_i)(I_i \omega_i)] \}$$

将式(4)代入整理可得:

$$\dot{V} = - \sum_{i=1}^n (\tilde{\omega}_i^T D \tilde{\omega}_i) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \beta \|\tilde{\omega}_i - \tilde{\omega}_j\|^2 \leq 0$$

令  $\Omega = \{\tilde{q}_i - q_l, \omega_i \mid \dot{V}=0\}$ , 注意到要使  $\dot{V}=0$  必须有  $\omega_i=0, i=1, \dots, n$ , 而  $\omega_i=0$  时根据式(2)及式(4)可得:

$$KH(\tilde{q}_i) - \sum_{j=1}^n a_{ij} \alpha H(\tilde{q}_j * \tilde{q}_i) = 0, i = 1, \dots, n \quad (6)$$

式(6)等价于:

$$-U(\tilde{q}_i) \sum_{j=1}^n a_{ij} \alpha H(\tilde{q}_j) + (K + \sum_{j=1}^n a_{ij} \alpha U(\tilde{q}_j)) H(\tilde{q}_i) = 0, i = 1, \dots, n \quad (7)$$

式(7)可写成如下矩阵形式:

$$[P(t) \otimes I_3] H(q_s) = 0$$

$H(q_s) \in \mathbf{R}^3$ , 为  $H(\tilde{q}_l), l=1, \dots, n$  组成的矢量组。

$P(t) = [p_{ij}(t)] \in \mathbf{R}^{n \times n}$ , 其中  $p_{ij}(t) = -a_{ij} \alpha U(\tilde{q}_i)$ ,

$$p_{ii}(t) = K + \sum_{j=1}^n a_{ij} \alpha U(\tilde{q}_j)。$$

由于  $|\tilde{q}_i| \leq 1$ , 因此当  $K > 2 \sum_{j=1}^n a_{ij} \alpha$  时,  $P(t)$  严格对角占优, 因此矩阵满秩。由此得  $H(q_s) \equiv 0$ , 可得

$H(q^r * q_i) \equiv 0$ , 即有结论:  $\dot{V}=0$  时  $q^r * q_i - q_l \equiv 0$ 。

因此当  $t \rightarrow \infty$  时有  $q^r * q_i - q_l \rightarrow 0, \omega_i \rightarrow \omega^r$ 。

对于式(3), 可设计 Lyapunov 函数如下:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \alpha \|q_j * q_i - q_l\|^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [\omega_i^T I_i \omega_i] \quad (8)$$

求导代入式(3)可得:

$$\dot{V} = - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \beta \|\omega_i - \omega_j\|^2 \leq 0$$

令  $\Omega = \{q_j * q_i - q_l, \omega_i \mid \dot{V}=0\}$ , 注意到要使  $\dot{V}=0$  必须有  $\omega_i - \omega_j = 0$ , 根据动力学可得  $u_i - u_j = 0$ , 因此可得:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} \alpha H(q_j * q_i) = 0, i = 1, \dots, n \quad (9)$$

式(6)可写成如下矩阵形式:

$$[P \otimes I_3] H(q_u) = 0$$

同上分析有如下结论: 当  $t \rightarrow \infty$  时有  $q_j * q_i - q_l \rightarrow 0, \omega_i - \omega_j \rightarrow 0$ 。

### 3 PWM 控制器设计

本文采用喷气系统进行姿态机动控制器, 控制方法采用 PWM 控制, 各喷嘴在一个控制周期  $T$  内开启的时间为:

$$t_{on} = \begin{cases} T & T \leq \tau T_i^c / T_i \\ \tau T_i^c / T_i & \tau \leq \tau T_i^c / T_i < T \\ 0 & \tau T_i^c / T_i < \tau \end{cases} \quad (10)$$

其中,  $T$  为控制周期,  $\tau$  为喷气系统最小脉宽,  $T_i^c (i = x+, x-, y+, y-, z+, z-)$  为第  $i$  轴上喷气系统需要产生的力矩,  $T_i$  为第  $i$  轴上喷气实际产生的力矩。

在仿真中将出现喷气控制量为负值, 表示为负

方向轴上的力矩。

### 4 仿真结果及分析

本文针对5颗轨道高度为500 km的分布式卫星进行控制仿真分析,其惯量阵见表1。

表1 卫星惯量表  
Table 1 Inertia of satellites

$I_1$	[1.0 0 0; 0 0.1 0; 0 0 0.9]	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
$I_2$	[1.5 0 0; 0 0.9 0; 0 0 2.0]	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
$I_3$	[0.8 0 0; 0 0.7 0; 0 0 1.1]	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
$I_4$	[1.2 0 0; 0 0.9 0; 0 0 1.4]	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
$I_5$	[0.9 0 0; 0 1.2 0; 0 0 1.2]	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$

其初始姿态信息见表2。

表2 卫星初始姿态  
Table 2 Initial attitude of satellites

卫星	四元数	角速率
1	[0.75 0.57 0.30 -0.03]	[0.5 0.0 0.5] rad/s
2	[0.89 0.35 -0.21 0.16]	[0.5 5.0 0.0] rad/s
3	[0.71 -0.44 0.22 0.49]	[0.5 0.5 -0.5] rad/s
4	[0.47 0.79 0.20 0.30]	[0.5 0.5 0.5] rad/s
5	[0.90 -0.28 0.20 0.22]	[0.5 0.5 -0.5] rad/s

取喷气系统推力最大力矩为0.05 Nm,最小脉冲宽度 $\tau = 0.05$  s,控制周期为 $T = 0.5$  s。

#### 4.1 姿态同步仿真

这里采用式(3)的控制律,取 $\alpha = 1, \beta = 2$ 分别以图1中(a)、(b)两种无向网的信息拓扑形式对5颗卫星进行姿态同步仿真。这里假设各卫星能自主测量自身姿态信息,并能以如下拓扑图形式双向传递自身姿态信息。

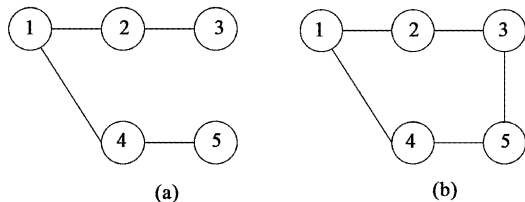


图1 分布式卫星内部信息拓扑图

Fig. 1 Topology models of distribute satellites

信息拓扑(a)下的仿真结果如图2。

为了便于观察,这里只给出卫星1的控制力矩输出。如图3。

从仿真结果看,在250 s左右,5颗卫星的姿态及角速率开始同步至一个缓慢变化的数值,此时5

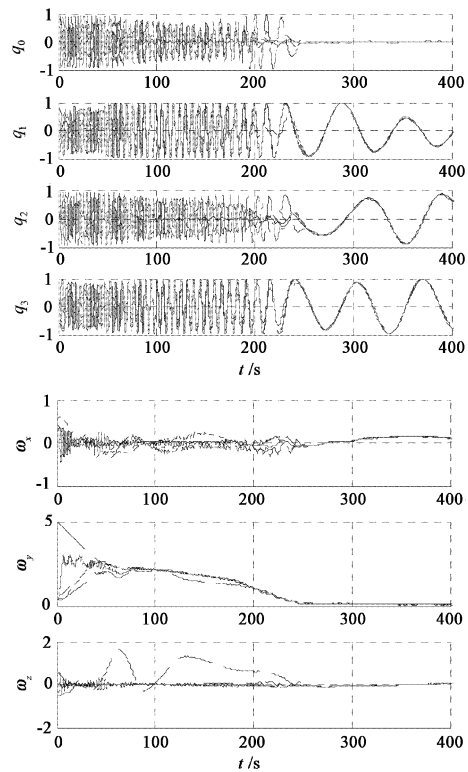


图2 拓扑图(a)下的各卫星姿态及角速率

Fig. 2 Attitude and angle velocity in topology a

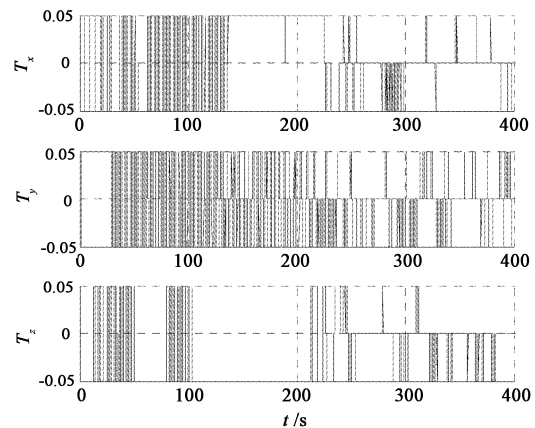


图3 卫星1控制力矩输出

Fig. 3 Control torque of satellite 1

颗卫星的状态一致。

信息拓扑(b)下的仿真结果如图4。

拓扑图(b)的仿真结果显示其花了比拓扑图(a)更多的时间来达到一致,但由于其各卫星的权值相同,连通性较之(a)更高,其姿态及角速率最终同步至0,而拓扑(a)形式下由于3号和5号卫星的权值低于其它卫星,其姿态最终同步于一个波动的状态。

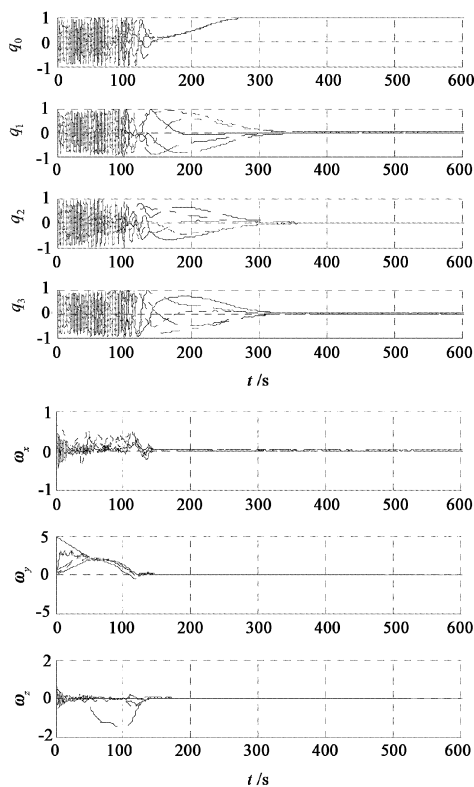


图 4 拓扑图(b)下的各卫星姿态及角速率  
Fig. 4 Attitude and angle velocity in topology b

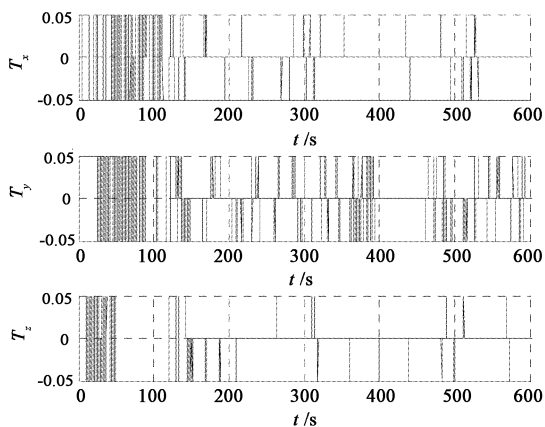


图 5 卫星 1 控制力矩输出  
Fig. 5 Control torque of satellite 1

### 4.2 姿态跟踪仿真

这里采用式(4)的控制律,取  $K = 90, D = 80$ ,对拓扑图(b)进行姿态跟踪仿真。设置参考角速率  $\omega^r = [0 \ 0.1 \ 0]$ ,参考姿态  $q^r$  根据参考角速率及运动学方程计算出一组实时数据参与仿真,结果如图 6 所示。

图 6 中四元数部分,粗实线为参考姿态四元

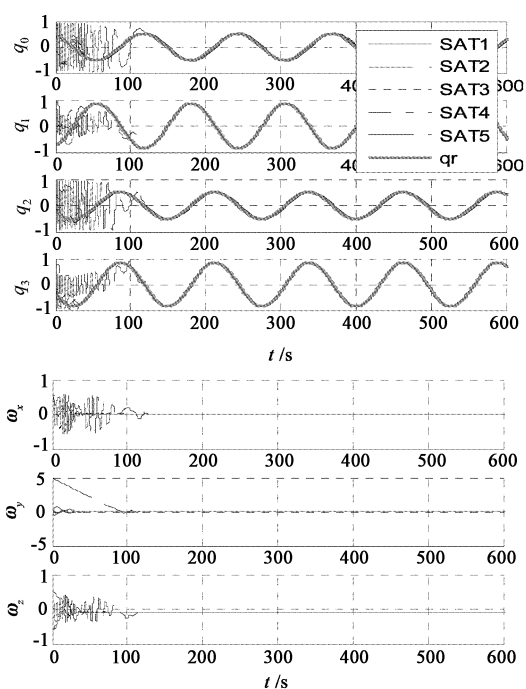


图 6 各卫星姿态及角速率跟踪效果  
Fig. 6 Attitude and angle velocity tracking results

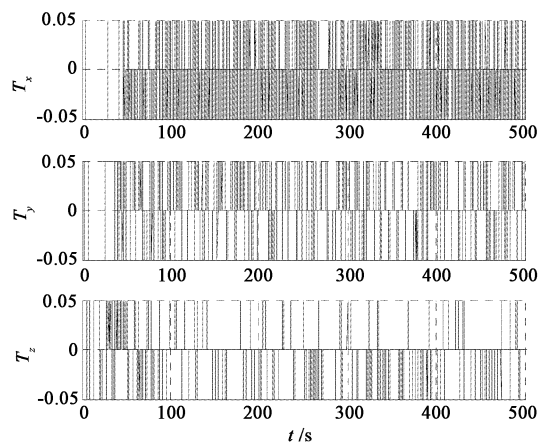


图 7 卫星 1 控制力矩输出  
Fig. 7 Control torque of satellite 1

数,从仿真结果可以看出 5 颗卫星的姿态及角速率动态地跟踪至参考姿态。其中卫星 2 的 y 轴初始角速度为 5 rad/s,也在 120 s 左右被阻尼下来。

### 5 结论

本文提出了一种基于信息一致性的姿态协同及跟踪控制策略,利用卫星间的拓扑模型传递状态信息来实现信息的一致性,并据此设计了控制律,进行了稳定性分析,最后以喷气为控制手段对 5 颗分布

式卫星进行了控制效果仿真。仿真结果显示本文所提出的控制方法成功有效地完成了姿态协同及跟踪功能,相比较传统的姿态同步方法,本方法更具有自主性、系统性,适合于分布式卫星的姿态同步控制,对于分布式卫星合作观测任务、交会对接等有很高的应用价值。

### 参 考 文 献

- [ 1 ] Boccaletti S, Latora V, Moreno Y, et al. Complex networks: structure and dynamics[ R]. Physics Reports, 2006, 424(4 - 5): 175 - 308.
- [ 2 ] Ren W, Beard R W, Atkins E M. A survey of consensus problems in multi - agent coordination[ C]. American Control Conference, Portland, OR, USA, 2005.
- [ 3 ] Ren W. Consensus strategies for cooperative control of vehicle formations[ J]. IET Control Theory & Applications, 2007, 1(2): 505 - 512.
- [ 4 ] Sorensen N, Ren W. A unified formation control scheme with a single or multiple leaders[ C]. American Control Conference, New York City, USA, 2007.
- [ 5 ] Ren W. Consensus seeking, formation keeping, and trajectory tracking in multiple vehicle cooperative control[ D]. Provo; Brigham Young University, August 2004.
- [ 6 ] Ren W, Beard R W, Atkins E M. Information consensus in multivehicle cooperative control[ J]. Control Systems Magazine, IEEE, 2007, 27(2): 71 - 82.
- [ 7 ] Xie G M, Wang L. Consensus control for a class of networks of dynamic agents[ J]. Int. J. Robust Nonlinear Control, 2007, 17: 941 - 959.
- [ 8 ] Murray R M. Recent research in cooperative control of multivehicle systems[ J]. Journal of Dynamic Systems Measurement and Control-Transactions of the ASME, 2007, 129: 571 - 583.
- [ 9 ] Ren W, Atkins E M. Distributed multi-vehicle coordinated control via local information exchange[ J]. Int. J. Robust Nonlinear Control, 2007, 17: 1002 - 1033.
- [ 10 ] Wen J T K, Delgado K K. The attitude control Problem[ J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1991, 36(10): 1148 - 1162.
- [ 11 ] Ren W. Synchronized multiple spacecraft rotations; a revisit in the context of consensus building[ C]. American Control Conference, New York City, USA, 2007.

作者简介:陈志明(1982 - ),男,博士生,主要研究方向为卫星姿态控制、卫星编队、星务管理。  
通信地址:南京航空航天大学,高新院(210016)  
电话:13913971910  
E-mail:zenkichen@gmail.com

(编辑:曹亚君)