

信号分解法降低 OFDM 符号峰均功率比的算法

童英华*, 耿生玲

(青海师范大学 计算机学院, 西宁 810008)

(*通信作者电子邮箱 tyh_angel@126.com)

摘要:在正交频分复用(OFDM)系统中,信号的峰均功率比(PAPR)较高,导致发射端信号发生失真,为此提出了一种降低 PAPR 的算法。详细的介绍了在基带部分通过信号分解的方法将 OFDM 符号分解为两路信号以降低 PAPR 值,并验证了在不同的比较门限和分解门限下该方法对 PAPR 的改善程度。实验仿真结果证明,信号分解法在合理的比较门限和分解门限下能够在基带部分降低 3 dB~4 dB 的 PAPR 值。

关键词:正交频分复用;峰均功率比;交替分解算法;比较门限;分解门限

中图分类号:TN911.7 **文献标志码:**A

Signal decomposition algorithm for reducing peak-to-average power ratio of OFDM

TONG Yinghua*, GENG Shengling

(College of Computer, Qinghai Normal University, Xining Qinghai 810008, China)

Abstract: In the Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) system, comparatively high signal Peak-to-Average Power Ratio (PAPR) leads to the distortion of transmitter signal. Therefore, this paper put forward a better way to reduce PAPR. It introduced the OFDM method of signal decomposition in great detail; it decomposed base band part OFDM symbol into two signals; and it verified the improvement degree of PAPR with different comparison threshold and decomposition threshold. The simulation results prove that, signal decomposition method can reduce the PAPR value of base band by 3 dB - 4 dB under the reasonable comparison threshold and decomposition threshold.

Key words: Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM); Peak-to-Average Power Ratio (PAPR); Alternative Time Decomposition (ALT) algorithm; comparison threshold; decomposition threshold

0 引言

正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)是目前长期演进(Long Term Evolution, LTE)协议中的主流技术。OFDM 系统会产生较高的峰均功率比(Peak-to-Average Power Ratio, PAPR)值。大的信号峰值会导致 D/A 变换器中信号电压的钳位,同时会使功率放大器饱和,引起信号交调失真与频谱畸变。在发送端产生干扰,恶化整个系统性能。目前降低 PAPR 的方法主要有 3 类^[1]:限幅类技术、编码类技术和概率类技术。限幅类技术中的削峰滤波法是最简单的工程应用算法。在基带对信号做类似放大器的非线性操作,用滤波器来降低带外噪声,但引入了峰值再生,通过迭代增加复杂度来达到降低 PAPR 的目的。编码类技术中现有编码效率很低,码本传输也需要额外的带外信息。概率类技术中的子载波预留(Tone Reservation, TR)法是用一部分载波传输削减峰值的信息,但是降低了信号传输速率。本文提出的信号分解的方法是依据不同的比较门限和分解门限,在基带部分将信号分解为两个 PAPR 值较小的信号,能够有效降低 PAPR,与现有的几类算法比较,算法复杂度低。

1 OFDM 系统及峰均功率比定义

OFDM 调制过程多在基带完成。二进制比特流经过一次调制,也就是 QPSK、16QAM 或 64QAM 星座映射为复数值^[2],子载波映射频点数据为 $X = \{X_k | k \in \{0, 1, 2, \dots, N-1\}\}$,

经过快速傅里叶逆变换(Inverse Fast Fourier Transform, IFFT)到时域数据 $x = \{x_n | n \in \{0, 1, 2, \dots, N-1\}\}$,计算公式如下所示:

$$x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j2\pi kn/N}; k, n \in \{0, 1, 2, \dots, N-1\} \quad (1)$$

峰均功率比是 OFDM 符号峰值功率除以符号平均功率,如式(2)所示:

$$PAPR = 10 \lg \frac{\max_{0 \leq n \leq N-1} \{|x_n|^2\}}{E\{|x|^2\}}; 0 \leq n \leq N-1 \quad (2)$$

在基带信号中,时域信号为 x 。对于 PAPR 最坏的情况而言,当 N 个时域信号都为 1 时,做 IFFT 得到的频域信号为冲击信号,信号的峰值功率为 N ,信号的平均功率为 1,基带信号的 PAPR 达到最大值 $10 \lg N^{[3-6]}$ 。

OFDM 符号是复数值,根据中心极限定理,只要子载波数 N 足够大,就可以判定 $x_n = x_r + jx_j$ 的实部 x_r 和虚部 x_j 都服从高斯分布,均值为 $m_x = 0$,方差 $\sigma = 0.5^{[7-9]}$ 。

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-m_x)/2\sigma^2} \quad (3)$$

由概率论的知识可知,OFDM 符号的幅度值为 $r = \sqrt{x_r^2 + x_j^2}$, r 的分布为瑞利分布^[10], r 的概率密度函数如式(4)所示:

$$P(r) = 2r e^{-r^2} \quad (4)$$

OFDM 符号的功率为 $P = |r|^2$,功率分布则为中心 χ^2 分

收稿日期:2013-03-22;修回日期:2013-05-30。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(6126104);教育部“春晖计划”合作科研项目(2011026);青海师范大学创新项目(2012-7)。

作者简介:童英华(1982-),女,青海湟中人,讲师,硕士,主要研究方向:嵌入式系统优化、信息物理融合系统、物联网、数字信号处理;耿生玲(1970-),女,青海都兰人,教授,博士,主要研究方向:计算理论、数据挖掘、智能控制。

布,中心分布有两个自由度,均值为 0,方差为 1^[11]。功率的概率密度函数如式(5)所示:

$$P_{\text{power}}(z) = e^{-z} \quad (5)$$

假设信号采样值之间不相关,定义了统计 PAPR 特性的函数为累计概率分布函数(Cumulative Distribution Function, CDF),就是 PAPR 值小于某一系列门限值的概率分布,公式为:

$$P(\text{PAPR} \leq z) = (1 - e^{-z})^N \quad (6)$$

工程中常常使用 PAPR 值超过一系列门限值的概率做统计,即互补累计概率分布函数(Complementary Cumulative Distribution Function, CCDF),来表征 PAPR 的分布情况^[12]。该函数定义如式(7)所示:

$$P(\text{PAPR} > z) = 1 - P(\text{PAPR} \leq z) = 1 - (1 - e^{-z})^N \quad (7)$$

2 信号分解法降低 PAPR

本文提出的交替分解(Alternative Time decomposition, ALT)算法是在基带部分将 OFDM 符号分解为两个子信号,分解后的子信号 PAPR 值能大幅度降低,将两路信号发送出去,最后在接收端合成就能获得失真度小的信号。

算法中设置两个门限:比较门限 T_c 和分解门限 T_d 。OFDM 基带时域信号点为 $x_n = |x_n| e^{j\theta}$,峰值信号为 $Peak$,分解后为 x_{n1} 和 x_{n2} ,分解时原始信号子载波数为 N ,前 $N/2$ 的信号的每个时域信号点的模与 $T_c * |Peak|$ 比较,如果大于等于该门限,则 x_{n1} 和 x_{n2} 都是原始信号的一半;如果小于该门限则 $x_{n1} = |Peak * T_d| * e^{j\theta}, x_{n2} = x_n - x_{n1}$ 。后 $N/2$ 的信号的每个时域信号点的模与 $T_c * |Peak|$ 比较,如果大于等于该门限, x_{n1} 和 x_{n2} 都是原始信号的一半;如果小于该门限则 $x_{n2} = |Peak * T_d| * e^{j\theta}, x_{n1} = x_n - x_{n2}$ 。即:

$$\begin{aligned} & \text{当 } n = 0, 2, \dots, N/2 - 1 \text{ 时,} \\ & \begin{cases} x_{n1} = x_{n2} = x_n/2, \\ |x_n| \geq T_c * |Peak| \\ x_{n1} = |Peak * T_d| * e^{j\theta}, x_{n2} = x_n - x_{n1}, \\ |x_n| < T_c * |Peak| \end{cases} \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{当 } n = N/2, N/2 + 1, \dots, N - 1 \text{ 时,} \\ & \begin{cases} x_{n1} = x_{n2} = x_n/2, \\ |x_n| \geq T_c * |Peak| \\ x_{n2} = |Peak/2| * e^{j\theta}, x_{n1} = x_n - x_{n2}, \\ |x_n| < T_c * |Peak| \end{cases} \quad (9) \end{aligned}$$

该算法中信号的比较门限 T_c 会影响分解后两路信号的功率之间的差异性。下面从数学角度分析比较门限对信号分解的影响程度。

$$\begin{aligned} & 1) T_c = 1/2, T_d = 1/2。 \\ & \begin{cases} |Peak|/2 < |x_n| < |Peak| \text{ 时, } x_{n1} = x_{n2} = x_n/2, \\ \quad \text{即 } |Peak|/4 < |x_{n1}| = |x_{n2}| < |Peak|/2 \\ 0 < |x_n| < |Peak|/2 \text{ 时, } x_{n1} = |Peak|/2, \\ \quad x_{n2} = x_n - x_{n1}, \text{ 即 } 0 < |x_{n2}| < |Peak|/2 \end{cases} \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2) T_c = 1/3, T_d = 1/2。 \\ & \begin{cases} |Peak|/3 < |x_n| < |Peak| \text{ 时, } x_{n1} = x_{n2} = x_n/2, \\ \quad \text{即 } |Peak|/6 < |x_{n1}| = |x_{n2}| < |Peak|/2 \\ 0 < |x_n| < |Peak|/3 \text{ 时, } x_{n1} = |Peak|/2, \\ \quad x_{n2} = x_n - x_{n1}, \\ \quad \text{即 } |Peak|/6 < |x_{n1}| = |x_{n2}| < |Peak|/2 \end{cases} \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 3) T_c = 1/4, T_d = 1/2。 \\ & \begin{cases} |Peak|/4 < |x_n| < |Peak| \text{ 时, } x_{n1} = x_{n2} = x_n/2, \\ \quad \text{即 } |Peak|/8 < |x_{n1}| = |x_{n2}| < |Peak|/2 \\ 0 < |x_n| < |Peak|/4 \text{ 时, } x_{n1} = |Peak|/2, \\ \quad x_{n2} = x_n - x_{n1}, \\ \quad \text{即 } |Peak|/4 < |x_{n1}| = |x_{n2}| < |Peak|/2 \end{cases} \quad (12) \\ & 4) T_c = 1/6, T_d = 1/2。 \\ & \begin{cases} |Peak|/6 < |x_n| < |Peak| \text{ 时, } x_{n1} = x_{n2} = x_n/2, \\ \quad \text{即 } |Peak|/12 < |x_{n1}| = |x_{n2}| < |Peak|/2 \\ 0 < |x_n| < |Peak|/6 \text{ 时, } x_{n1} = |Peak|/2, \\ \quad x_{n2} = x_n - x_{n1}, \\ \quad \text{即 } |Peak|/3 < |x_{n1}| = |x_{n2}| < |Peak|/2 \end{cases} \quad (13) \end{aligned}$$

其中: $n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ 。从式(10)~(13)中推出只有 T_c 门限为 $1/3$ 时,不论 x 信号幅度在什么范围,分解后的信号一信号二位于相同的幅度范围。 T_c 门限为 $1/2$ 时最明显, x 位于不同区间,分解出的信号有明显的区间分别,这在发射端需要不同的发射功率。

为了保证分解后的信号具有相似的功率范围,通常选取比较门限 T_c 为 $1/3$ 。

该算法的计算复杂度低,只需要将时域数据点与门限值做比较运算和减法运算,以及滤波过程中的加法和乘法运算。加法运算次数为 $N \lg N + N$,乘法运算次数为 $(N/2) \lg N$,与削峰滤波法、子载波预留法算法对比结果如表 1 所示,迭代次数为 K 。

表 1 算法复杂度比较

比较项	ALT 算法	削峰滤波法	子载波预留法
复数乘法	$(N/2) \lg N$	$N \lg N * (2K + 1)$	$N \lg N * K$
复数加法	$N \lg N + N$	$2N \lg N * (2K + 1)$	$2N \lg N * K$
门限比较次数	N	$N * (2K + 1)$	$N * K$

3 仿真及结果分析

仿真中,调制方式为 QPSK,总子载波数为 $N = 2048$,用户子载波数为 1200。有 10000 个 OFDM 符号,采用了二级采样法。一级过采样倍数为 1,二级过采样倍数为 8。信号分解后会有频谱泄漏,对频谱做滤波处理,再做二级过采样。比较门限为 $1/3$,分解门限为 $1/2$ 。

信号处理过程中时域和频域如图 1 所示。在图 1(a)~(d)中,过采样系数为 1 做 ALT 处理过后,信号的时域中没有明显的峰值出现,信号的幅度差异不大,在频谱中看出,保护间隔中有频谱泄漏。在图 1(e)~(f)中做滤波处理过后信号时域稍有变化。为了和模拟信号近似做 8 倍过采样。

信号分解法处理过后的 OFDM 符号的互补的累积分布函数(Complementary Cumulative Distribution Function, CCDF)曲线如图 2 所示。

从仿真结果可以看出,如果在一级过采样后采用信号分解法能够降低 9 个 dB 的 PAPR 值,做了滤波处理之后,时域变化,信号的 PAPR 会有较大程度的增加,再做 8 倍过采样后信号 PAPR 值与原始信号相比能够降低大概 3 dB 的 PAPR 值。原始的 10000 个 OFDM 符号二阶过采样后平均功率值与分解后信号二阶过采样后的功率值相差不大。

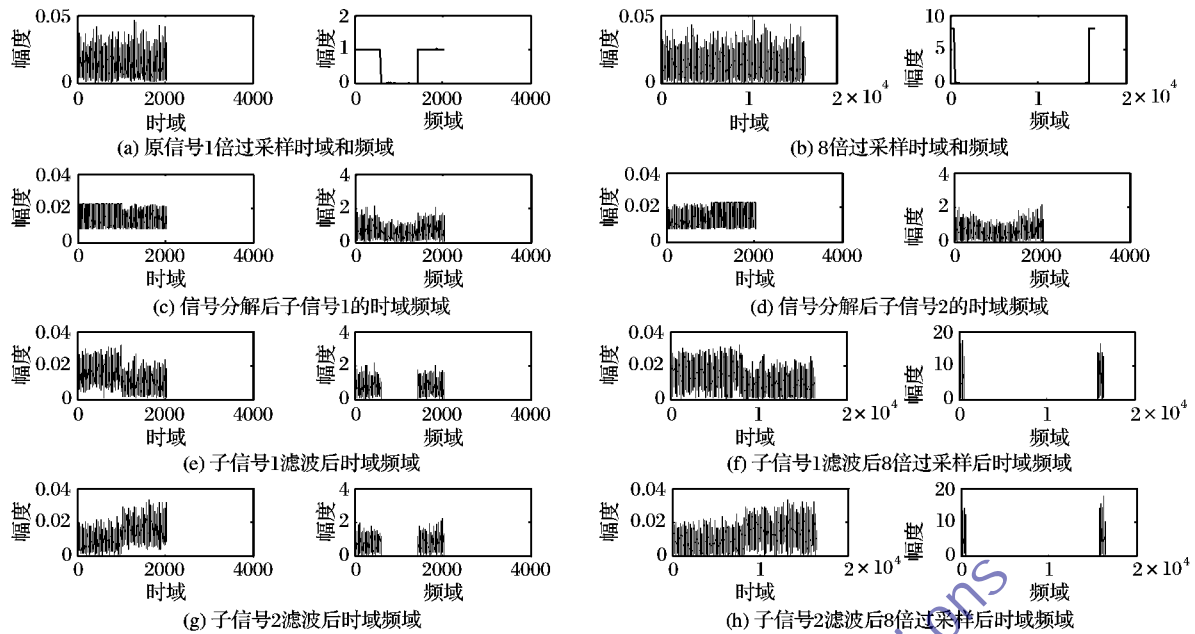


图1 信号分解法时域频域图

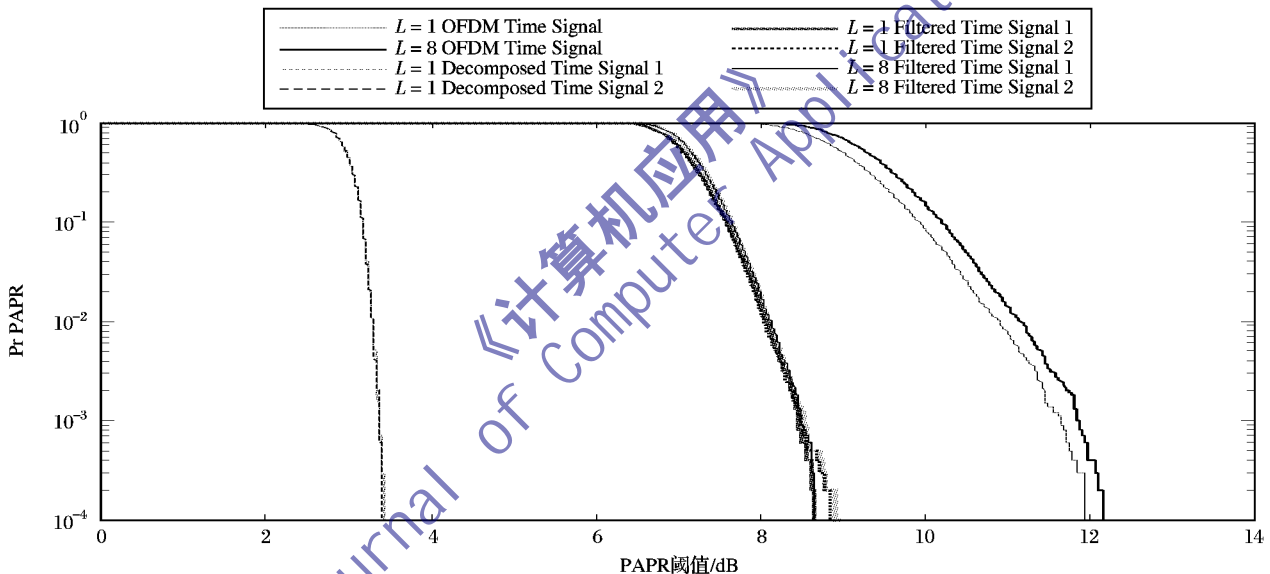


图2 信号分解法处理过后的OFDM符号的CCDF曲线

4 结语

本文提出一种减小 PAPR 的信号分解的算法。该算法在基带部分的计算复杂度小,降低 PAPR 的程度明显,并理论上推导了比较门限对分解后信号的功率的影响程度。将原始信号分解为两路 PAPR 值都很低的信号后传输,再在接收端合成的方法。

参考文献:

- [1] LIM D-W, HEO S-J, NO J-S. An overview of peak-to-average power ratio reduction schemes for OFDM Signals[J]. Journal of Communications and Networks, 2009, 11(3): 257.
- [2] PROAKIS J G. 数字通信[M]. 4 版. 张力军, 译. 北京: 电子工业出版社, 2006: 30-32.
- [3] OCHIAI H, IMAI H. On the distribution of the peak-to-average power ratio in OFDM signals[J]. IEEE Transactions on Communications, 2001, 49(2): 282-289.
- [4] TELLAMBURE C. Upper bound on peak factor of N-multiple carriers [J]. Electronics Letters, 1997, 33(9): 1608-1609.
- [5] WANG L Q, TELLAMBURA C. A simplified clipping and filtering technique for PAR reduction in OFDM systems[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2005, 12(6): 453-456.
- [6] KRONGOLD B S, JONES D L. PARP reduction in OFDM via active constellation extension [J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2003, 49(3): 258-268.
- [7] KRONGOLD B S, JONES D L. A new tone reservation method for complex-baseband PAR reduction in OFDM systems[C]// Proceedings of 2002 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2002: 2321-2324.
- [8] BAUML R R, FISCHER R F H, HUBER J B. Reducing the peak-to-average power ratio of multicarrier modulation by selected mapping [J]. IEEE Electronics Letters, 1996, 32(22): 2056-2057.
- [9] MULLER S H, HUBER J B. OFDM with reduced peak-to-average power ratio by optimum combination of partial transmit sequences [J]. Electronics Letters, 1997, 33(5): 368-369.
- [10] 杨刚. OFDM 通信系统中 PAPR 抑制技术的研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2005.
- [11] VISWACHANDRA B, MANIVANNAN D. Conformance testing in 3G (34.123) [J]. Journal of Theoretical and Applied Information Technology, 2012, 38(2): 152-162.
- [12] SUNILKUMAR T, SRINIVAS A, REDDY M E, et al. Removal of high density impulse noise through modified non-linear filter [J]. Journal of Theoretical and Applied Information Technology, 2013, 47(2): 471-478.