

应力空间和应变空间的后继屈服面演化

付强¹, 刘芳², 陈岑³

1. 中航航天发动机研究院有限公司, 北京 100028
2. 武汉理工大学交通学院, 武汉 430063
3. 中国科学院力学研究所, 非线性力学国家重点实验室, 北京 100190

摘要 屈服面的位置和形状直接影响材料塑性应变的确定。考虑滑移是晶体的主要塑性变形机制, 介绍了晶体塑性理论的推广——滑移构元模型, 研究了应力空间和应变空间的后继屈服面演化。给出了确定应力空间和应变空间屈服面的数值计算方法, 提出一种考虑屈服面畸变变形的混合硬化假设, 可以描述应力空间和应变空间后继屈服面的移动和畸变变形。通过计算 1100-O 铝在纯扭转和拉扭组合加载下 ($\sigma_{11}-\sigma_{12}$) 空间和 ($\varepsilon_{11}-\gamma_{12}$) 的后继屈服面演化, 与已有实验结果吻合。研究表明, 无论是在应力空间还是应变空间, 后继屈服面“前凸后扁”的变形特征可基于滑移构元的潜在硬化和包氏效应来描述。

关键词 滑移构元模型; 应力空间; 应变空间; 后继屈服面演化; 混合硬化

中图分类号 O344.1

文献标志码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2014.07.004

Research on the Evolution of Subsequent Yield Surfaces in Stress Space and Strain Space

FU Qiang¹, LIU Fang², CHEN Cen³

1. China Aviation Engine Establishment, Beijing 100028, China
2. School of Transportation, Wuhan University of Technology, Wuhan 430063, China
3. State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics; Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

Abstract The shape and position of yield surface have a direct influence on the determination of plastic deformation of materials. Considering that slip is the main plastic deformation mechanism, the extension of single crystal plasticity called slip-component model is introduced, and the evolution of subsequent yield surfaces in stress space and strain space is investigated. The method to determine the yield surfaces in stress space and strain space is proposed. A combined kinematic-distortional hardening model is developed to describe the translation and distortion of subsequent yield surfaces in stress space and strain space. Numerical simulations of the evolution of subsequent yield surfaces in ($\sigma_{11}-\sigma_{12}$) stress space and ($\varepsilon_{11}-\gamma_{12}$) strain space are performed under pure torsion and combined tension-torsion loading for aluminum 1100-O. The results show that the agreement between the predictions and experiments is quite satisfactory. The work demonstrated that whether in stress space or strain space, based on the latent hardening and Bauschinger effect of the slip component, the subsequent yield surface can be described that the forward part inflates and the rear part deflates so that the subsequent yield surface has a sharp front and a blunt rear.

Keywords slip-component model; stress space; strain space; evolution of subsequent yield surfaces; combined kinematic-distortional hardening

收稿日期: 2013-07-22; 修回日期: 2013-12-03

作者简介: 付强, 博士, 研究方向为材料的弹塑性损伤本构关系, 电子信箱: fuhchiang@163.com

引用格式: 付强, 刘芳, 陈岑. 应力空间和应变空间的后继屈服面演化[J]. 科技导报, 2014, 32(7): 33-38.

随着金属板材成型和管件成型工艺在航空、汽车等现代工业中的广泛应用,为了使构件达到所需要的形状,需要确定结构的塑性变形,尤其是成型过程中回弹量的大小,这需要系统研究材料的加载和卸载过程,即需要确定材料的屈服面演化过程。屈服面及其演化是刻画材料塑性变形的有效手段,在一些塑性理论中占有至关重要的地位。研究者通过实验和数值计算两方面对此开展了大量工作^[1-11]。目前,大多数实验研究针对应力空间的后继屈服面演化,Khan等^[13-5]完成的最新系列实验显示后继屈服面不仅会膨胀或收缩、移动,同时也会发生畸变,后继屈服面前端凸出,尾部缩进,呈“前凸后扁”的特征。后继屈服面的膨胀、移动和畸变等现象与屈服点的定义紧密相关^[1]。在小变形下,一般采用小的偏移应变(offset strain),如 $5 \times 10^{-6} \sim 10 \times 10^{-6}$,后继屈服面会出现移动和畸变;而采用回推屈服点或大偏移应变,如0.2%,后继屈服面则会膨胀。

Naghdi和Trapp^[12]提出了基于应变空间的塑性本构理论,同时利用了应力空间和应变空间的屈服面。为了验证Casey和Naghdi提出的在应变空间确定塑性应变的方法,Brown等^[13]通过实验研究了1100-O铝在应力空间和应变空间的屈服面演化,采用的屈服点定义为偏移应变 5×10^{-6} ,实验结果表明随着塑性变形的增加,不仅是应力空间,应变空间的后继屈服面也发生移动和畸变,呈“前凸后扁”的变形特征^[14]。

在后继屈服面演化的数值模型分析方面,大多数模型预测都局限在应力空间^[6-10]。目前尚未发现可以一致描述应力空间和应变空间后继屈服面“前凸后扁”畸变特征的理论预测结果。在前期工作中,基于材料塑性变形的微观滑移机制,将单晶塑性理论推广至多晶体,得到滑移构元模型,初步研究了应力空间的后继屈服面演化^[11]。在此基础上,本文给出了确定应力空间和应变空间屈服面的数值计算方法,提出一种考虑屈服面畸变变形的混合硬化假设,通过计算1100-O铝在预施纯扭转和拉扭组合加载下应力空间和应变空间的后继屈服面演化,并与典型实验结果^[14]比较验证模型的有效性。

1 滑移构元模型

考虑滑移为晶体塑性的主要变形机制,将单晶塑性理论推广到多晶体,用滑移构元描述材料的塑性行为^[11]。

定义滑移构元的取向张量 $P^{(\alpha)} = \frac{1}{2}(s^{(\alpha)} \otimes n^{(\alpha)} + n^{(\alpha)} \otimes s^{(\alpha)})$, 其中 $n^{(\alpha)}$ 和 $s^{(\alpha)}$ 分别为第 α 滑移构元的滑移面法向和滑移方向的单位矢量。

第 α 个滑移构元的分解剪应力 $\tau^{(\alpha)}$ 与宏观应力场 σ 的关系为(率形式)

$$\dot{\tau}^{(\alpha)} = \dot{\sigma} : P^{(\alpha)} \quad (1)$$

根据广义Schmid定理,当分解剪应力 $\tau^{(\alpha)}$ 达到其临界值 $\tau_{\pm cr}^{(\alpha)}$ 时,滑移构元处于临界状态(率无关情形);当 $\tau_{-cr}^{(\alpha)} < \tau^{(\alpha)} < \tau_{+cr}^{(\alpha)}$ 时,滑移构元处于非临界状态。对于进一步的

增量变形,为使构元继续开动,分解剪应力的增量必须跟上其临界值的增量

$$\begin{cases} \dot{\tau}^{(\alpha)} = \dot{\tau}_{+cr}^{(\alpha)} & \dot{\gamma}^{(\alpha)} > 0 (\dot{\tau}^{(\alpha)} > 0) \\ \dot{\tau}^{(\alpha)} = \dot{\tau}_{-cr}^{(\alpha)} & \dot{\gamma}^{(\alpha)} < 0 (\dot{\tau}^{(\alpha)} < 0) \end{cases} \quad (2)$$

对于停止开动和非临界状态的滑移构元,有 $\dot{\gamma}^{(\alpha)} \equiv 0$ 。

建立临界分解剪应力率与滑移剪切率的关系,较常见的是线性关系

$$\begin{cases} \dot{\tau}_{+cr}^{(\alpha)} = \sum_{\beta} h_{\alpha\beta} \dot{\gamma}^{(\beta)} & (\sum_{\beta} h_{\alpha\beta} \dot{\gamma}^{(\beta)} > 0) \\ \dot{\tau}_{-cr}^{(\alpha)} = \sum_{\beta} h_{\alpha\beta} \dot{\gamma}^{(\beta)} & (\sum_{\beta} h_{\alpha\beta} \dot{\gamma}^{(\beta)} < 0) \end{cases} \quad (3)$$

式中, $h_{\alpha\beta}$ 为滑移硬化模量,表示第 β 滑移构元滑移1单位时对第 α 滑移构元临界分解剪应力的影响, $h_{\alpha\alpha}$ 为自硬化模量 ($\alpha = \beta$), $h_{\alpha\beta}$ ($\alpha \neq \beta$) 为潜在硬化模量。

材料宏观塑性应变是所有滑移构元滑移的结果,即

$$\varepsilon^p = \sum_{\alpha} \dot{\gamma}^{(\alpha)} P^{(\alpha)} \quad (4)$$

最后,可得塑性应变和应力之间的关系为

$$\dot{\varepsilon}^p = S^p : \dot{\sigma} = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} [h_{\alpha\beta}]^{-1} P^{(\alpha)} \otimes P^{(\beta)} : \dot{\sigma} \quad (5)$$

式中, S^p 为塑性柔度张量,式(5)对所有开动的滑移构元求和。

利用滑移构元模型预测后继屈服面的演化,本文讨论小变形范围,材料的损伤影响很小,故暂不考虑。

2 屈服面的预测

滑移构元模型可以描述任意二维空间的屈服面演化,方便起见,限制在 $(\sigma_{11} - \sigma_{22})$ 和 $(\varepsilon_{11} - \gamma_{12})$ 空间。

2.1 应力空间和应变空间的屈服面确定

数值计算中需要对滑移构元进行离散。如图1所示,在 $0 \sim 180^\circ$ 内均匀取30个滑移构元。可以证明,当两个构元夹角成 90° 时,它们的取向张量相反,因此实际计算中采用15个独立的滑移构元。

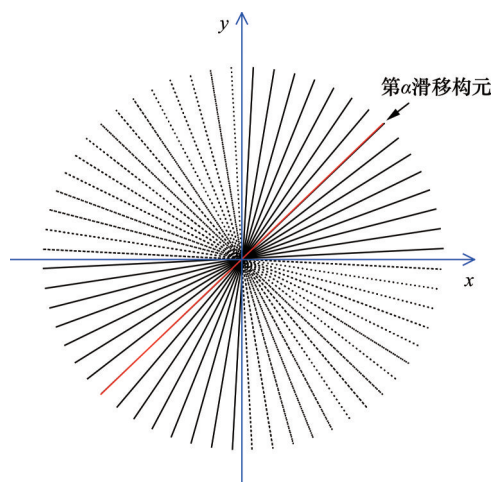


图1 滑移构元平面离散示意

Fig. 1 Configuration of planar discrete slip components

当分解剪应力达到其临界值时构元开动,材料进入屈服。第 α 滑移构元的屈服函数可表示为

$$f^{(\alpha)} = \tau^{(\alpha)} - \tau_{\pm cr}^{(\alpha)} = \sigma : P^{(\alpha)} - \tau_{\pm cr}^{(\alpha)} = 0 \quad (6)$$

在 $(\sigma_{11} - \sigma_{12})$ 空间,式(6)可写为

$$\sigma_{11} P_{11}^{(\alpha)} + 2\sigma_{12} P_{12}^{(\alpha)} = \tau_{\pm cr}^{(\alpha)} \quad (7)$$

图2为基于滑移构元的应力空间屈服面计算示意。第 α 滑移构元的两个状态变量 $\tau_{+cr}^{(\alpha)}$ 和 $\tau_{-cr}^{(\alpha)}$ 可以确定屈服面的两个边界,遍历所有滑移构元形成的内包络面就是屈服面。因此若确定了所有滑移构元的状态变量 τ_{+cr} 和 τ_{-cr} ,屈服面就被唯一确定^[11]。

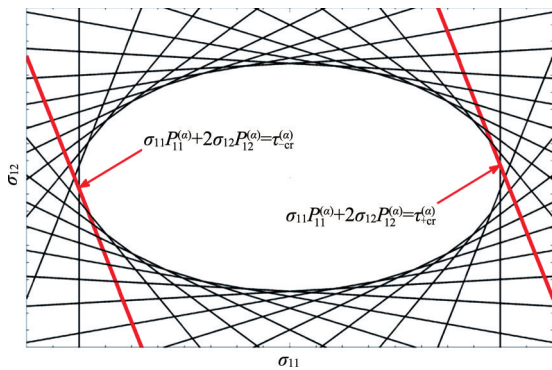


图2 基于滑移构元的应力空间屈服面计算示意图

Fig. 2 A typical example of yield surface in stress space predicted by the slip-component model

为方便与实验数据进行比较,常采用如下方法计算应力空间和应变空间的屈服面,图3为应力空间和应变空间屈服面计算示意。具体步骤为

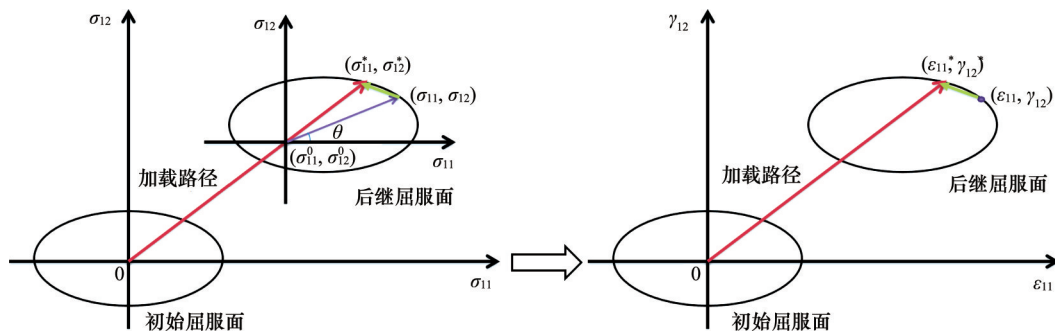


图3 应力空间和应变空间屈服面计算示意图

Fig. 3 A schematic for determining the yield surface in stress space and strain space

2.2 滑移构元的力学性质

晶体滑移的硬化模式有很多,本文中采用的混合硬化假设可表示为

$$\begin{cases} h_{\alpha\alpha} = h_{ks}^{(\alpha)} P^{(\alpha)} : P^{(\alpha)} = \frac{1}{2} h_{ks}^{(\alpha)} \\ h_{\alpha\beta} = h_{kl}^{(\alpha,\beta)} P^{(\alpha)} : P^{(\beta)}, (\alpha \neq \beta) \end{cases} \quad (14)$$

式中, $h_{ks}^{(\alpha)}$ 和 $h_{kl}^{(\alpha,\beta)}$ 分别为自硬化系数和潜在硬化系数。

1) 选择屈服面内部的应力点 $(\sigma_{11}^0, \sigma_{12}^0)$ 做为计算的起点,计算第 α 滑移构元对应的分解剪应力

$$\tau_0^{(\alpha)} = \sigma_{11}^0 P_{11}^{(\alpha)} + 2\sigma_{12}^0 P_{12}^{(\alpha)} \quad (8)$$

2) 选择一个计算方向 θ , 计算第 α 滑移构元 θ 方向上分解剪应力的单位步长

$$d\tau^{(\alpha)} = \cos \theta P_{11}^{(\alpha)} + 2 \sin \theta P_{12}^{(\alpha)} \quad (9)$$

3) 计算第 α 滑移构元屈服时所需的步数 $s^{(\alpha)}$:

$$\begin{cases} d\tau^{(\alpha)} > 0, s^{(\alpha)} = \frac{\tau_{+cr}^{(\alpha)} - \tau_0^{(\alpha)}}{d\tau^{(\alpha)}} \\ d\tau^{(\alpha)} < 0, s^{(\alpha)} = \frac{\tau_{-cr}^{(\alpha)} - \tau_0^{(\alpha)}}{d\tau^{(\alpha)}} \end{cases} \quad (10)$$

4) 遍历所有滑移构元,确定最快达到屈服的构元,即有 $s_{\min} = \min[s^{(\alpha)}]$ 。

5) 根据式(11)计算出 θ 方向上的屈服点应力,这样 θ 遍历 $0 \sim 360^\circ$,即可计算出应力空间的屈服面。

$$\begin{cases} \sigma_{11} = \sigma_{11}^0 + s_{\min} \cos \theta \\ \sigma_{12} = \sigma_{12}^0 + s_{\min} \sin \theta \end{cases} \quad (11)$$

6) 计算加载点应力 $(\sigma_{11}^*, \sigma_{12}^*)$ 对应的应变 $(\epsilon_{11}^*, \gamma_{12}^*)$ (率形式)。 α 对开动的滑移构元求和

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_{11}^* = \dot{\epsilon}_{11}^{*e} + \dot{\epsilon}_{11}^{*p} = \dot{\epsilon}_{11}^{*e} + \sum_{(\alpha)} \dot{\gamma}^{(\alpha)} P_{11}^{(\alpha)} \\ \dot{\gamma}_{12}^* = \dot{\gamma}_{12}^{*e} + \dot{\gamma}_{12}^{*p} = \dot{\gamma}_{12}^{*e} + 2 \sum_{(\alpha)} \dot{\gamma}^{(\alpha)} P_{12}^{(\alpha)} \end{cases} \quad (12)$$

7) 考虑屈服面内部的卸载均为弹性,可得应变空间的屈服面

$$\begin{cases} \epsilon_{11} = \frac{\sigma_{11} - \sigma_{11}^*}{E} + \epsilon_{11}^* \\ \gamma_{12} = \frac{\sigma_{12} - \sigma_{12}^*}{G} + \gamma_{12}^* \end{cases} \quad (\sigma_{22} = 0) \quad (13)$$

对于自硬化系数,采用幂指数关系,即对于开动的滑移构元有

$$h_{ks}^{(\alpha)} = c_k m_k \left(|\dot{\gamma}^{(\alpha)}| + \gamma_0 \right)^{m_k - 1} \quad (15)$$

式中, c_k 和 m_k 为自硬化参数, $\gamma_0 = \left(2 \frac{\tau_{+cr}^0}{c_k} \right)^{\frac{1}{m_k}}$ 。对于未开动的滑移构元,认为其自硬化系数无穷大。

考虑先开动的滑移构元影响次开动或未开动的构元以及硬化矩阵的对称性,定义潜在硬化系数为

$$h_{kl}^{(\alpha,\beta)} = q \min(h_{ks}^{(\alpha)}, h_{ks}^{(\beta)}) \quad (16)$$

式中, q 反应了潜在硬化影响的大小。

可以看出,当 $\dot{\tau}_{cr}^{(\alpha)} = \sum_{\beta} h_{\alpha\beta} \dot{\gamma}^{(\beta)} > 0$ 时,滑移构元沿正方向滑动,有

$$\begin{cases} \dot{\tau}_{+cr}^{(\alpha)} = \sum_{\beta} h_{\alpha\beta} \dot{\gamma}^{(\beta)} \\ \dot{\tau}_{-cr}^{(\alpha)} = b \dot{\tau}_{+cr}^{(\alpha)} \end{cases} \quad (17)$$

当 $\dot{\tau}_{cr}^{(\alpha)} = \sum_{\beta} h_{\alpha\beta} \dot{\gamma}^{(\beta)} < 0$ 时,有

$$\begin{cases} \dot{\tau}_{-cr}^{(\alpha)} = \sum_{\beta} h_{\alpha\beta} \dot{\gamma}^{(\beta)} \\ \dot{\tau}_{+cr}^{(\alpha)} = b \dot{\tau}_{-cr}^{(\alpha)} \end{cases} \quad (18)$$

式中, b 为在滑移构元上引入的包氏效应影响系数,反映了滑移构元由硬化引起的临界分解剪切应力的变化对反方向临界值的影响。理论上滑移构元的包氏效应影响系数 b 是宏观等效塑性应变的函数, $b = b(\varepsilon^p)$ 。在变形不大时,考虑滑移过程中 b 为常数。

2.3 参数标定

滑移构元模型的参数通过应力应变曲线及应力空间屈服面的实验数据来确定。

1) 滑移构元正负初始分解剪应力临界值 τ_{+cr}^0 和 τ_{-cr}^0 用来确定初始屈服面,且一般有 $\tau_{-cr}^0 = -\tau_{+cr}^0$ 。显然,模型计算的应力空间初始屈服面与 Tresca 准则一致。 τ_{+cr}^0 由拉伸屈服应力 $\tau_{+cr}^0 = \frac{\sigma_s}{2}$ 或剪切屈服应力 $\tau_{+cr}^0 = \tau_s$ 确定。应变空间的初始屈服面可以由式(13)得出。

2) 不同潜在硬化参数 q 反映了后继屈服面前端曲率大小,图4为考虑不同 q 值计算出的纯扭转下应力空间的后继屈服面(包氏效应影响系数均为1),可以看出后继屈服面的尾部缩进相同,而前端具有不同程度的“角”。因此,可以根

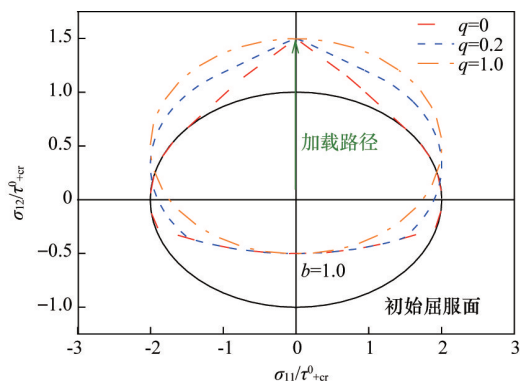


图4 纯扭转时 q 对后继屈服面的影响

Fig. 4 Effect of q on the subsequent yield surfaces under pure torsion

据后继屈服面前端曲率确定 q , 一般情况下, $0 \leq q \leq 1$ 。需要说明的是,当包氏效应影响系数 $b \neq 0$ 时, q 对后继屈服面尾部的变形也有影响,且对前端的影响更明显些。

3) 不同大小的包氏效应影响系数 b 反映了后继屈服面尾部的缩进程度,图5是考虑不同 b 值计算出的纯扭转下应力空间的后继屈服面(潜在硬化参数 $q=0.2$),可以看出后继屈服面的前端一致,而尾部的缩进程度不同。 b 一般没有确定的取值区间,由后继屈服面的尾部缩进距离与前端移动距离的比值来确定。

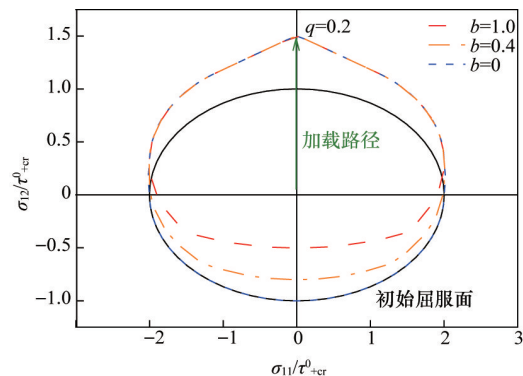


图5 纯扭转时 b 对后继屈服面的影响

Fig. 5 Effect of b on the subsequent yield surfaces under pure torsion

4) 自硬化参数 c_k 和 m_k 反映了后继屈服面的移动距离,通过拟合应力-应变曲线得到。

3 算例及分析

为了验证模型的有效性,计算了1100-O铝在预施纯扭转和拉扭组合加载后的后继屈服面演化,并与已有典型实验结果^[14]进行比较。

根据应力空间初始屈服面的实验数据,综合考虑不同方向的屈服应力确定出初始正临界分解剪应力 $\tau_{+cr}^0 = 7.7$ MPa。计算两个空间下的初始屈服面与实验结果对比如图6所示。

根据纯扭转下的应力空间后继屈服面畸变变形确定出 $q=0.2$ 和 $b=1.9$,然后通过拟合应力-应变曲线,确定自硬化参数 $c_k = 59$ MPa 和 $m_k = 0.129$,弹性模量 $E = 66.19$ GPa 和剪切模量 $G = 24.82$ GPa 直接取自原始实验数据。

根据标定的模型参数,计算出的第1、第2后继屈服面与实验数据的比较见图7和图8,图9为屈服面演化的对比。总体来看,模型计算结果与实验结果符合较一致。模型计算的初始屈服面与实验数据吻合很好。关于后继屈服面的演化,随着塑性变形的增加,屈服面前端凸出,尾部缩进。对于屈服面的移动和畸变,尤其是“前凸后扁”的变形特征,主要是受滑移构元潜在硬化和包氏效应系数的影响。

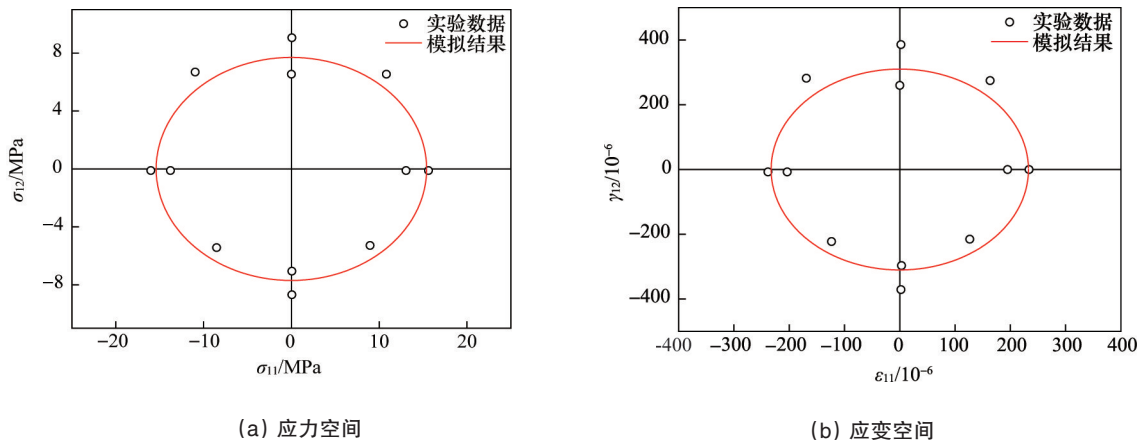


图6 模型计算的初始屈服面与实验结果的比较

Fig. 6 Comparison of initial yield surfaces between prediction and experimental data

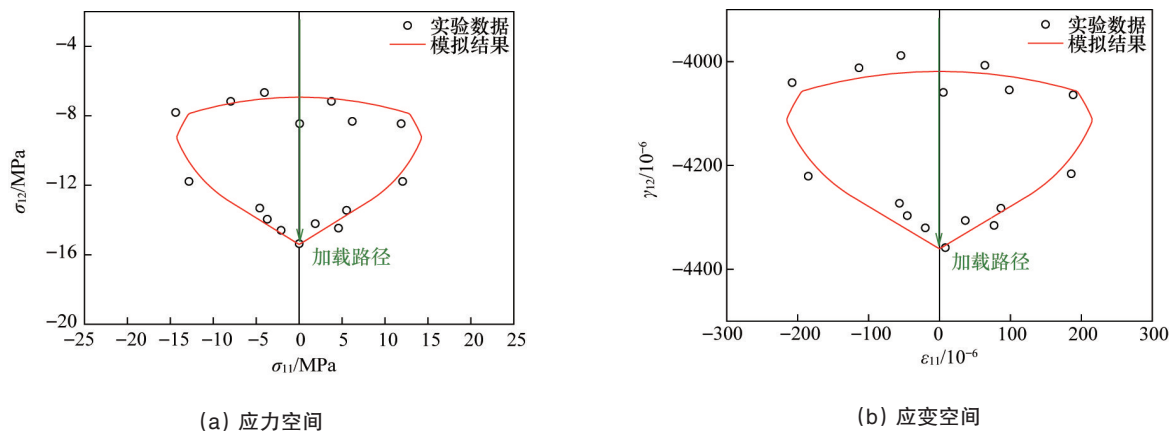


图7 模型计算的第1后继屈服面与实验结果的比较

Fig. 7 Comparison of 1st subsequent yield surfaces between prediction and experimental data

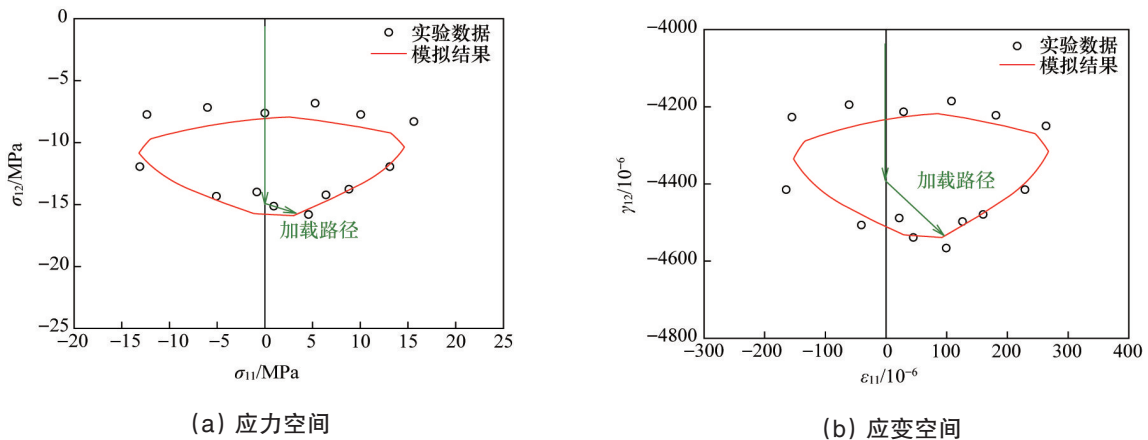


图8 模型计算的第2后继屈服面与实验结果的比较

Fig. 8 Comparison of 2nd subsequent yield surfaces between prediction and experimental data

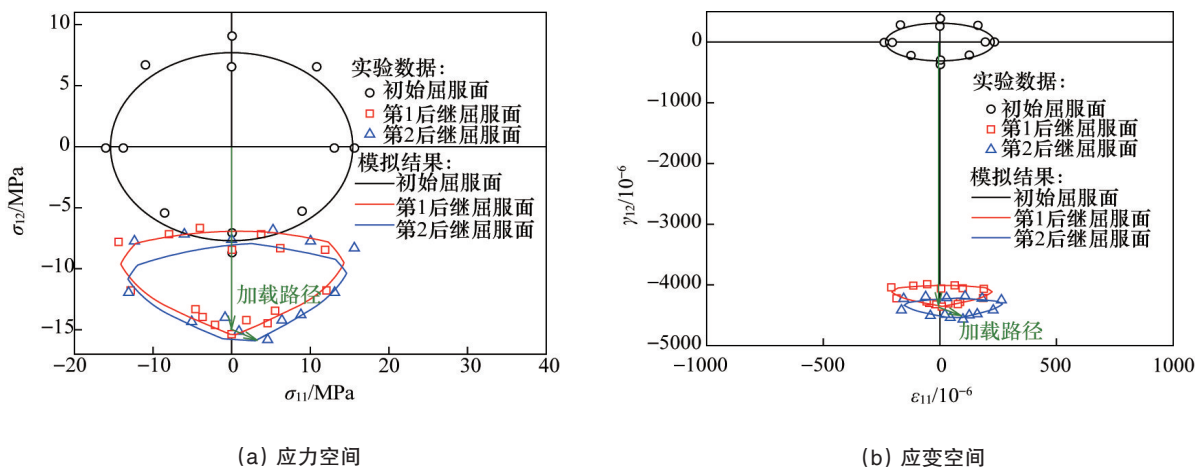


图9 模型计算的屈服面演化与实验结果的比较

Fig. 9 Comparison of evolution of subsequent yield surfaces between prediction and experimental data

4 结论

介绍了晶体塑性理论的推广——滑移构元模型,给出了确定应力空间和应变空间后继屈服面的方法,提出了一种混合硬化模型,可以一致描述两种空间下后继屈服面的移动和畸变等。分别计算了纯扭转和拉扭组合加载下应力空间和应变空间的后继屈服面演化,并与已有的实验结果吻合较好。后继屈服面的畸变变形对材料的塑性行为有至关重要的影响,应当采用能反映后继屈服面形状和位置变化的塑性理论模型来开展工程计算。

参考文献(References)

[1] 张泽华, 吕桂英. 塑性本构关系的实验研究[C]//塑性力学进展. 北京: 中国铁道出版社, 1988: 144-178.
Zhang Zehua, Lü Guiying. The experimental study of plastic constitutive relations[C]//The advances in Plasticity. Beijing: China Railway Publishing House, 1988: 144-178.

[2] Wu H C, Yeh W C. On the experimental determination of yield surfaces and some results of annealed 304 stainless steel[J]. International Journal of Plasticity, 1991, 7(8): 803-826.

[3] Khan A S, Kazmi R, Pandey A, et al. Evolution of subsequent yield surfaces and elastic constants with finite plastic deformation. Part I: A very low work hardening aluminum alloy (Al6061- T6511) [J]. International Journal of Plasticity, 2009, 25(9): 1611-1625.

[4] Khan A S, Pandey A, Stoughton T. Evolution of subsequent yield surfaces and elastic constants with finite plastic deformation. Part II: A very high work hardening aluminum alloy (annealed 1100 Al) [J]. International Journal of Plasticity, 2010, 26(10): 1421-1431.

[5] Khan A S, Pandey A, Stoughton T. Evolution of subsequent yield surfaces and elastic constants with finite plastic deformation. Part III: Yield surface in tension - tension stress space (Al 6061 - T 6511 and annealed 1100 Al)[J]. International Journal of Plasticity, 2010, 26(10):

1432-1441.

[6] Francois M. A plasticity model with yield surface distortion for non proportional loading[J]. International Journal of Plasticity, 2001, 17(5): 703-717.

[7] Chiang D Y, Su K H, Liao C H. A study on subsequent yield surface based on the distributed- element model[J]. International Journal of Plasticity, 2002, 18(1): 51-70.

[8] Wu H C. Effect of loading-path on the evolution of yield surface for anisotropic metals subjected to large pre-strain[J]. International Journal of Plasticity, 2003, 19(10): 1773-1800.

[9] Yeh W C, Lin H Y. An endochronic model of yield surface accounting for deformation induced anisotropy[J]. International Journal of Plasticity, 2006, 22(1): 16-38.

[10] Suprun A N. A constitutive model with three plastic constants: The description of anisotropic workhardening[J]. International Journal of Plasticity, 2006, 22(7): 1217-1233.

[11] 付强, 刘芳, 张晶, 等. 一种基于物理机制的后继屈服面演化模型[J]. 力学学报, 2010, 42(5): 880-888.
Fu Qiang, Liu Fang, Zhang Jing, et al. A physically motivated model for the evolution of subsequent yield surfaces[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2010, 42(5): 880-888.

[12] Naghdi P M, Trapp J A. The significance of formulating plasticity theory with reference to loading surfaces in strain space[J]. International Journal of Engineering Science, 1975, 13(9 - 10): 785-797.

[13] Casey J, Naghdi P M. A prescription for the identification of finite plastic strain[J]. International Journal of Engineering Science, 1992, 30: 1257-1278.

[14] Brown A A, Casey J, Nikkel D J. Experiments conducted in the context of the strain-space formulation of plasticity[J]. International Journal of Plasticity, 2003, 19(11): 1965-2005.

(责任编辑 赵业玲)