

# 基于多粒度流形学习的无线传感器网络定位方法

曾宪华<sup>1,2</sup>, 唐胜枰<sup>1,2</sup>

(1.重庆邮电大学 计算机科学与技术学院, 重庆 400065; 2.计算智能重庆市重点实验室, 重庆 400065)

**摘要:** 针对 Fast MDS-MAP 定位算法存在对不规则无线传感器网络定位误差大, 选取的框架节点不能很好的体现网络的拓扑结构实现不同粒层定位的问题, 本文通过选择不同的筛选半径获得不同粒度的框架节点, 结合绝对坐标变换加权策略提出了基于多粒度流形学习的无线传感器网络定位方法(MG-MDS)。仿真实验结果表明, 不规则网络中 MG-MDS 算法定位精度比 Fast MDS-MAP 算法有明显的提高; 且定位误差随着网络节点粒度的变细而变小。

**关键字:** 多粒度; 流形学习; WSNs; 定位

## A Multi-granularity-Based Manifold Learning Method for Localization in Wireless Sensor Networks

Xianhua Zeng<sup>1,2</sup>, Shengping Tang<sup>1,2</sup>

(1. College of Computer Science and Technology, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China; 2. Chongqing Key Laboratory of Computational Intelligence, Chongqing 400065, China)

**Abstract:** Aimed at those problems which Fast MDS-MAP localization algorithm has the high location error in irregularly shaped wireless sensor networks and is unable to select different granular levels of the network to locate, this paper proposed a multi-granularity-based manifold learning method for localization in wireless sensor networks, briefly named as MG-MDS, that different granular framework nodes can be obtained by selecting the different filter radius, and a new strategy is introduced for transforming relative coordinates to absolute coordinates. Experimental results show that our MG-MDS algorithm can get the higher locating accuracy than the Fast MDS-MAP algorithm in irregular wireless sensor networks, and the finer the granularity size of the network, the smaller the obtained locating error.

**Key words:** Multi-granularity; Manifold Learning; WSNs; Localization

WSNs 节点的位置信息是许多应用得以实现的基础, 如环境监测、医疗健康、反恐防灾等。传统的定位算法(如 DV-Hop、凸规划、质心法等)<sup>[1-6]</sup>对信标节点数量和分布要求较高, 定位精度依赖于网络部署。随着机器学习的发展, Shang 等人提出了 MDS-MAP<sup>[7-8]</sup>定位算法, 该算法是一种线性方法, 对非线性较高的测量信息, 定位效果不是很理想。Patwari 等提出基于 ISOMAP 和 LLE 的无线传感器定位算法<sup>[9]</sup>, 这两种算法虽能取得较高的定位精度, 但其对邻域选择参数比较敏感。王成群针对上述问题提出了自适应参数选择的基于 ISOMAP 的定位算法<sup>[10]</sup>, 该算法定位精度依赖于邻域参数的取值范围。本文作者提出了基于集成流形学习的无线传感器网络定位算法<sup>[11]</sup>, 能够较好的解决参数敏感问题, 而且定位精度也有一定的改善, 但不能只选择具有代表性的一部分节点进行定位。胡荣春提出了分层定位方法<sup>[12]</sup>, 把网络中的节点划分成框架节点和普通节点, 该算法可以根据不同的应用灵活的选取定位层次, 但该算法选取固定的筛选半径, 导致不能多粒度的选取框架节点。周祖德等人提出了

**基金项目:** 国家自然科学基金项目 (No. 61075019, 61203308), 重庆市自然科学基金项目 (No. CSTC-2010BB2406)。

**作者简介:** 曾宪华, 1973 年生, 博士, 副教授, 计算机学会会员, 主要研究方向为流形学习、无线传感器网络定位、计算机视觉等, E-mail: zengxh@cqupt.edu.cn; 唐胜枰, 1989 年生, 硕士研究生, 主要研究方向为无线传感器网络定位、流形学习等。

Fast MDS-MAP 定位算法<sup>[13]</sup>，选择部分节点作为 Landmarks 并对其运用 MDS 算法获得坐标信息，这可以降低算法的复杂度，但算法所选取的 Landmarks 并不一定能很好的体现网络的拓扑结构，因此不能选择网络不同粒层进行定位而且存在对不规则网络定位精度不理想的问题。

为了改善 Fast MDS-MAP 定位算法对不规则网络的定位误差大，而且要使得新的定位算法能够根据网络的不同粒度进行定位，本文作者在文献[12]和文献[13]的基础之上引入变粒层<sup>[14]</sup>的思想提出了基于多粒度流形学习的定位算法(MG-MDS)，通过选择不同的筛选半径获得不同粒度的网络节点集，结合相对坐标到绝对坐标的加权变换策略，得到网络不同粒度的最终定位坐标。利用粒度的选择寻找网络的相应粒度的网络拓扑结构，通过由粗到细的多粒度分析法提高算法定位的灵活性。仿真实验表明，本文方法获得的网络框架节点集可以较好的反映网络的拓扑结构；并且对于不规则网络，MG-MDS 算法的定位精度比 Fast MDS-MAP 算法明显提高。

## 1 Fast MDS-MAP 算法

Fast MDS-MAP 定位算法[13]是将 LMDS<sup>[15-16]</sup> 算法运用到无线传感器网络定位中，通过从网络节点集中选择部分数据点(Landmarks)运行 MDS，得到 Landmarks 的相对坐标；剩余节点相对坐标根据映射关系得出。

### Fast MDS-MAP 算法主要步骤

#### (1) 构建最短路径距离矩阵

根据接收的信号强度获取相邻节点之间的测距信息，利用Dijkstra或Floyd算法计算网络节点间的最短路径矩阵  $B$ 。

#### (2) 选取并定位Landmarks

在  $B$  中抽取大小为  $m$  阶顺序主子式形成Landmarks的距离矩阵，再利用MDS计算  $m$  个 Landmarks的相对坐标。

#### (3) 构建距离-坐标映射函数

根据MDS算法获得的距离矩阵的特征值和特征向量，计算出节点的距离-坐标映射函数。

#### (4) 定位剩余节点

根据未知节点到Landmarks的距离，利用步骤(3)中的距离-坐标映射函数计算剩余节点的相对坐标。

#### (5) 获得绝对坐标

如果存在3个或者以上的信标节点，那么可以利用已知坐标的信标节点将相对坐标转换成绝对坐标。

由于 Fast MDS-MAP 定位算法利用全网络节点距离矩阵的  $m$  阶顺序主子式选取的 Landmarks 不一定体现网络的拓扑结构，因此不能选择不同的粒层来定位。而且，在不规则网络定位中并不是所有的信标节点对节点绝对坐标变换都有贡献，利用所有信标节点求变换矩阵会导致定位精度不佳。为此，本文提出了基于多粒度流形学习的定位算法。

## 2 基于多粒度流形学习定位算法

在环境监测中，小范围内的监测值变化不大，只需知道具有代表性的一部分节点的位置信息，其余节点可以被忽略掉，如图 1 所示用红色节点可以粗粒度的近似代替整个网络节点。而文献[13]中 Fast MDS-MAP 所得到的 Landmarks 不能很好的展现网络的拓扑结构，所以不

能选择不同粒层对网络进行定位；另外 Fast MDS-MAP 定位方法在不规则网络中定位精度不理想，在不规则网络定位中，不同区域节点的绝对坐标变换矩阵应该是不同的，用统一的变换矩阵会导致定位精度不高。

粒计算是通过寻求选择合适的粒度来寻找一种较好的近似解决方案，从而降低问题的求解复杂度<sup>[14]</sup>。粒计算的思想也可用来实现网络不同粒层的定位，由粗到细的多粒度分析法可以避免复杂的计算和根据需要在不同粒度进行无线传感器网络的定位，网络节点集的多粒层表示如图 2。针对不规则网络，本文提出了基于多粒度流形学习的无线传感器网络定位算法(MG-MDS)，通过选择不同的筛选半径获得不同粒度的框架节点，采用较大的筛选半径时，展现的是网络较“粗”的拓扑结构，是“粗粒”，一些不具代表性的节点被忽略掉了；而采用较小的筛选半径时，就能够比较精细的刻画整个网络，是“细粒”；最后利用绝对坐标变换加权策略可得到网络不同粒度的绝对坐标，根据需要选择不同的粒度对网络进行定位。基于多粒度流形学习的无线传感器网络定位算法流程图如图 3。

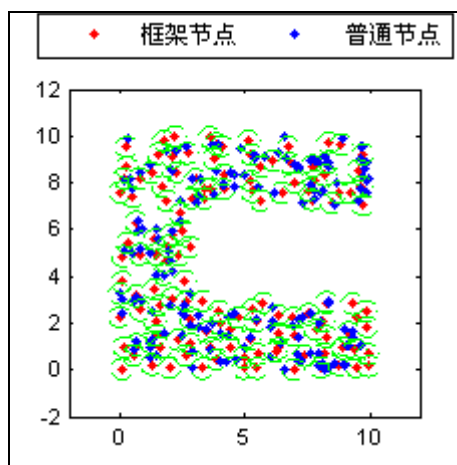


图 1.网络粗粒度表示

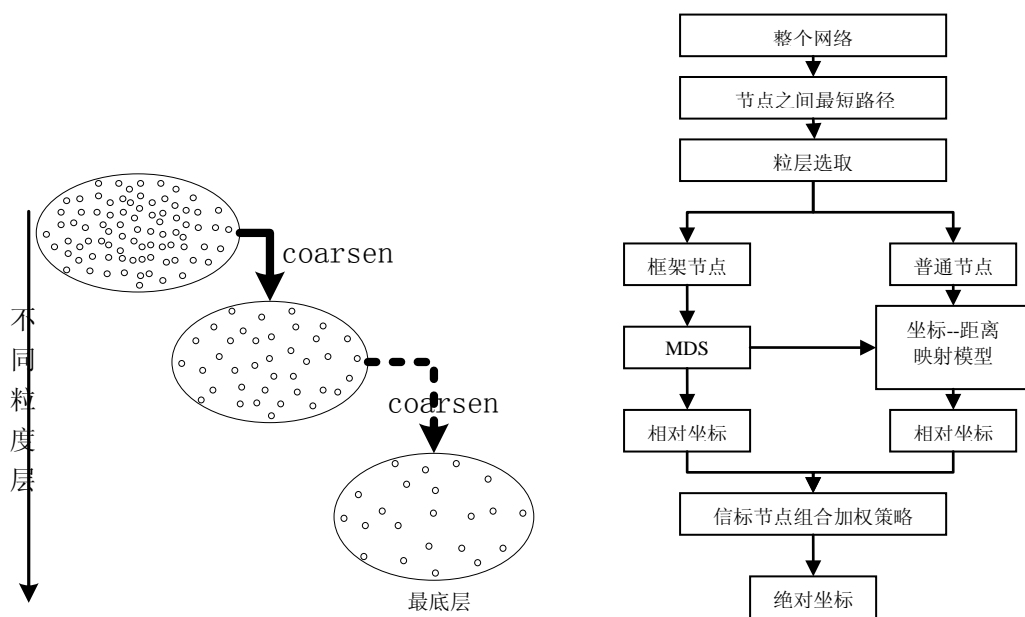


图 2.网络的多粒层示意图

图 3. MG-MDS 算法的完整流程图

## 2.1 网络粒度选取准则

本文将筛选距离设置为可变参数，用户可以设定筛选距离  $d_L$ ，获得网络的不同粒度层。若某两点之间距离小于  $d_L$ ，则随机剔除其中一个节点，并剔除掉与此节点相关的所有测距值。当所有测距值都与  $d_L$  比较过后，保留下来的节点作为框架节点，被剔除的节点则作为普通节点，网络的框架节点可以看成网络的粗粒度表现，普通节点的加入则是网络细粒度的展现。另外，通过选择不同的筛选半径获得不同数目的框架节点则是另一种粒的体现形式，采用较大的筛选半径时，展现的是网络较“粗”的拓扑结构，是“粗粒”，较多不具代表性的节点被忽略掉了；而采用较小的筛选半径时，就能够比较精细的刻画整个网络，是“细粒”。框架节点的具体筛选准则如下：

### (1) 设定筛选距离

设定筛选距离  $d_L = \alpha R$ ，用于确定粒度的大小，控制框架节点的数目。

$R$  是单跳最远通信距离； $\alpha$  是可变参数，可以改变网络的粒度。

### (2) 计算最短路径距离矩阵

根据接收到的信号强度获取相邻节点之间的测距信息，利用最短路径算法计算任意两点之间的最短路径，得到节点之间的度量矩阵。

### (3) 获取网络不同粒度层的节点集

依次将任意两点之间的距离值和  $d_L$  作比较：若某两点之间距离小于  $d_L$ ，则随机剔除其中一个节点，并剔除掉与此节点相关的所有距离值。当所有距离值都与  $d_L$  比较过后，最终保留下来的节点作为框架节点，被剔除的节点则作为普通节点。

## 2.2 绝对坐标变换加权策略

未知节点要得到绝对坐标，在平面上利用三角形稳定性可知至少需要 3 个不共线的信标节点。在不规则网络中，并不是所有信标节点对未知节点相对坐标到绝对坐标变换都有贡献，网络不同区域的节点绝对坐标变换矩阵应该是不同的，定位误差依赖于坐标变换矩阵。因此，本文对每个未知节点选取不同的信标节点构建不同的变换矩阵。为了降低所选信标节点处在同一直线上的可能性以及尽量保持信标节点之间欧式距离和测地线距离的一致性，可以利用离未知节点最近的 4 个信标节点，每次选取其中的 3 个计算绝对坐标变换矩阵，共有 4 种不同的组合，每一个组合都可以得到未知节点的一个估计值，最后利用加权策略得到未知节点的绝对坐标。

具体步骤如下：

### (1) 信标节点选取

根据最短路径度量矩阵，未知节点  $i$  选取距自己最近的 4 个信标节点。并且任选 3 个组合成信标节点集： $\{Anchor_j\}, j = 1 \cdots 4$ 。

### (2) 绝对坐标计算

针对每一个信标节点组合  $Anchor_j$ ，分别计算转换矩阵，得出未知节点  $i$  对应的绝对坐标  $Y_{ij}$ 。

### (3) 绝对坐标加权

$$Y_i = \frac{\sum_{j=1}^4 w_j Y_{ij}}{\sum_j w_j} \quad (1)$$

$$\text{其中 } w_j = e^{(-t_j^2)}, \quad t_j = \sqrt{\frac{\sum_{l=1}^3 (\tilde{d}_{il} - d_{il})^2}{3}}$$

其中  $\tilde{d}_{il}$  表示第  $i$  个未知节点的估计坐标到第  $l$  个最近邻信标节点的欧式距离,  $d_{il}$  表示第  $i$  个未知节点的估计坐标到第  $l$  个最近邻信标节点的最短路径距离。

这里  $t_j$  表示利用第  $j$  个信标节点组合得到的估计坐标对与最近的 3 个信标节点距离的保持程度, 未知节点的估计坐标越准确,  $t_j$  越小, 显然  $w_j$  就越大, 对未知节点绝对坐标的贡献就越大。

### 2.3 基于多粒度流形学习的定位算法具体步骤

基于多粒度流形学习的定位算法主要思想是根据不同的筛选半径, 获得网络不同粒度层的节点集, 然后对粗粒度的网络框架节点运用 MDS 算法得到相对坐标并计算距离坐标映射模型, 通过距离坐标映射模型获得普通节点的相对坐标, 最后利用绝对坐标变换加权策略获得节点的绝对坐标, 算法的详细步骤如下:

#### (1) 度量矩阵计算

根据接收到的信号强度获取相邻节点之间的测距信息, 利用 Dijkstra 或 Floyd 算法计算网络节点间的最短路径获得度量矩阵。

#### (2) 网络粒度选取

选取筛选距离  $d_L$ , 确定网络的粒度; 根据网络粒度选取准则将网络分为框架节点和普通节点。

#### (3) 框架节点定位

##### a. 相对坐标

利用 MDS 算法对框架节点定位得到框架节点的相对坐标,

$$L_k = \left( \sqrt{\lambda_1} \cdot \vec{v}_1^T, \sqrt{\lambda_2} \cdot \vec{v}_2^T, \dots, \sqrt{\lambda_k} \cdot \vec{v}_k^T \right)^T, \quad (2)$$

其中  $\lambda_k$  表示距离矩阵的  $k$  个特征值,  $k$  为坐标的维数,  $\vec{v}_k$  是与其相对应的特征向量。

##### b. 绝对坐标

当存在 4 个以上的信标节点, 利用 2.2 节中的绝对坐标转换算法得出框架节点的绝对坐标。

#### (4) 距离坐标映射模型

$$\bar{x}_a = -\frac{1}{2} L_k^\# (\bar{\delta}_a - \bar{\delta}_\mu) \quad (3)$$

其中,  $L_k^\# = \left( \vec{v}_1^T / \sqrt{\lambda_1}, \vec{v}_2^T / \sqrt{\lambda_2}, \dots, \vec{v}_k^T / \sqrt{\lambda_k} \right)^T$ ;  $\bar{\delta}_a$  表示普通节点  $a$  到每个框架节点

的距离向量;  $\bar{\delta}_\mu = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{\delta}_i}{n}$ ,  $n$  表示框架节点的数目,  $\bar{\delta}_i$  表示框架节点  $i$  到每个框

架节点的距离向量。

#### (5) 普通节点定位

未知节点计算其与框架节点的距离，利用公式(3)计算相对坐标，最后利用 2.2 节中的绝对坐标变换加权策略获得绝对坐标。

## 2.4 算法时间复杂度分析

基于多粒度流形学习定位算法的时间复杂度包括：

- (1) 框架节点的提取： $O(CN/2)$ ， $C$  为平均连通度， $N$  为所有节点数。
- (2) 框架节点的定位： $O(n^3)$ ， $n$  为框架节点数。
- (3) 普通节点的定位： $O(knN)$ ， $k$  为坐标的维数。
- (4) 绝对坐标的变换： $O(Nm^2 + 4Nm_1^3)$ ， $m_1$  表示选取距未知节点最近的信标节点数，本文  $m_1=3$ 。

与文献[13]算法时间复杂度的比较如表1：

算法名称	算法时间复杂度
Fast MDS-MAP	$O(Nnk + n^3 + m^3 + N)$
MG-MDS	$O\left(\frac{CN}{2} + n^3 + knN + Nm^2 + 4Nm_1^3\right)$

表1. 算法复杂度比较

本文算法和 Fast MDS-MAP 算法的时间复杂度均为多项式复杂性，在同一个数量级。本文算法时间复杂度的增加源自于不同粒度网络节点筛选和转换矩阵的计算，当  $N \square m$  时算法的时间复杂度按线性规模增加，为  $O(N)$ 。

## 3 实验结果

### 3.1 实验设计

为了证实本文算法的性能，在不同拓扑结构的网络对本文提出的基于多粒度流形学习的定位算法和文献[13]中的Fast MDS-MAP算法做了仿真对比实验。本文假设  $n$  个节点随机均匀放置在边长为  $10r$  的区域内， $r$  表示单位长度。考虑到现实环境噪声的影响，节点之间的距离测量值为正态分布的随机值  $\tilde{d} = (1 + N(0, e_r))d$ ， $e_r$  为测距误差， $d$  为节点之间的真实距离[10]。本文采用文献[10]的定位算法评价策略，假设传感器网络中有  $N$  个未知节点，它们的真实坐标分别为  $x_i$ ， $i = 1 \cdots N$ ，其中向量  $x_i$  表示未知节点的真实坐标。它们的估计坐标分别为  $\tilde{x}_i$ ， $i = 1 \cdots N$ ，其中  $\tilde{x}_i$  表示未知节点的估计坐标， $R$  表示节点之间的单跳最大通信距离，其平均定位误差定义如下：

$$e = \frac{\sum_{i=1}^N \|\tilde{x}_i - x_i\|_2}{N * R} \quad (4)$$

平均定位误差越小，被评测的定位算法越好。本节中所有仿真结果均为重复20次仿真实验的平均值。

### 3.2 不规则网络上的仿真实验

不规则网络以 O 型和 C 型为例，网络节点数取 300，分布示意如图 4 和图 5。测距误差为 5%，通信距离为  $R=1.5r$ ， $d_L = \alpha R$ ， $\alpha = [0,3]$ ，步长为 0.1，信标节点随机分布，分别取 10、15、20、25、30。从图 6 和图 8 可以看出，在不规则网络中，MG-MDS 算法的定位误差随着筛选半径的增大粒度的变粗而逐渐变大；定位误差随着信标节点的增加变小。图 7 表示在 O 型网络拓扑中，Fast MDS-MAP 定位算法和本文算法在给定不同信标节点数目时，平均定位误差与框架节点数目的关系；图 9 为在 C 型网络拓扑中，Fast MDS-MAP 定位算法和本文算法在给定不同信标节点数目时，平均定位误差与框架节点数目的关系。

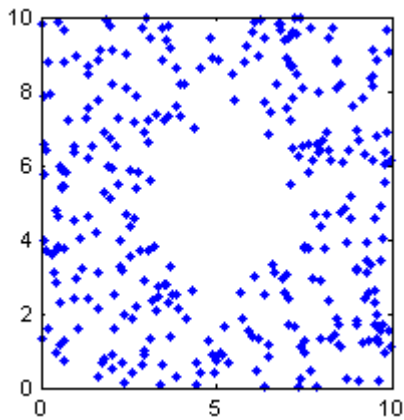


图 4. O 型网络分布示意图

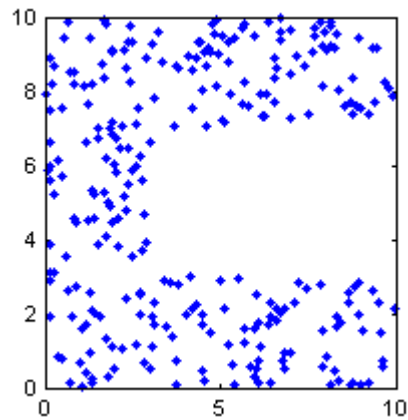


图 5. C 型网络分布示意图

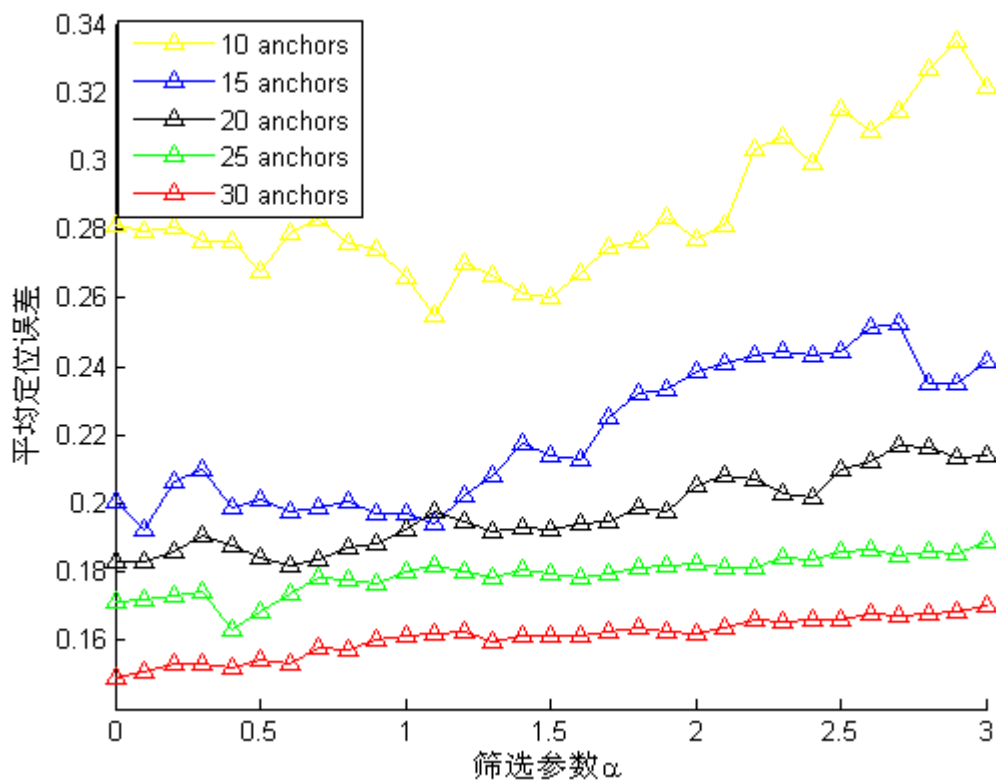


图 6. O 型网络不同信标节点下平均定位误差与筛选半径的关系

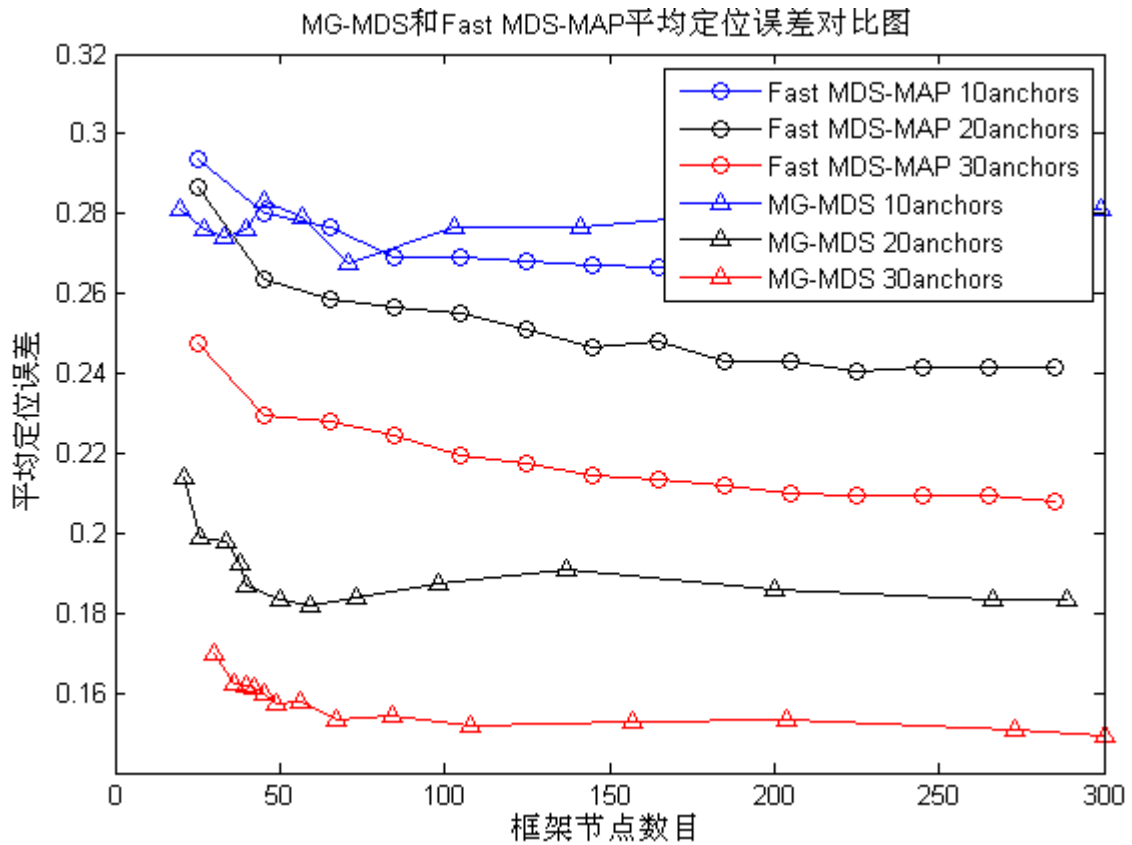


图 7. O 型网络 MG-MDS 和 Fast MDS-MAP 平均定位误差对比图

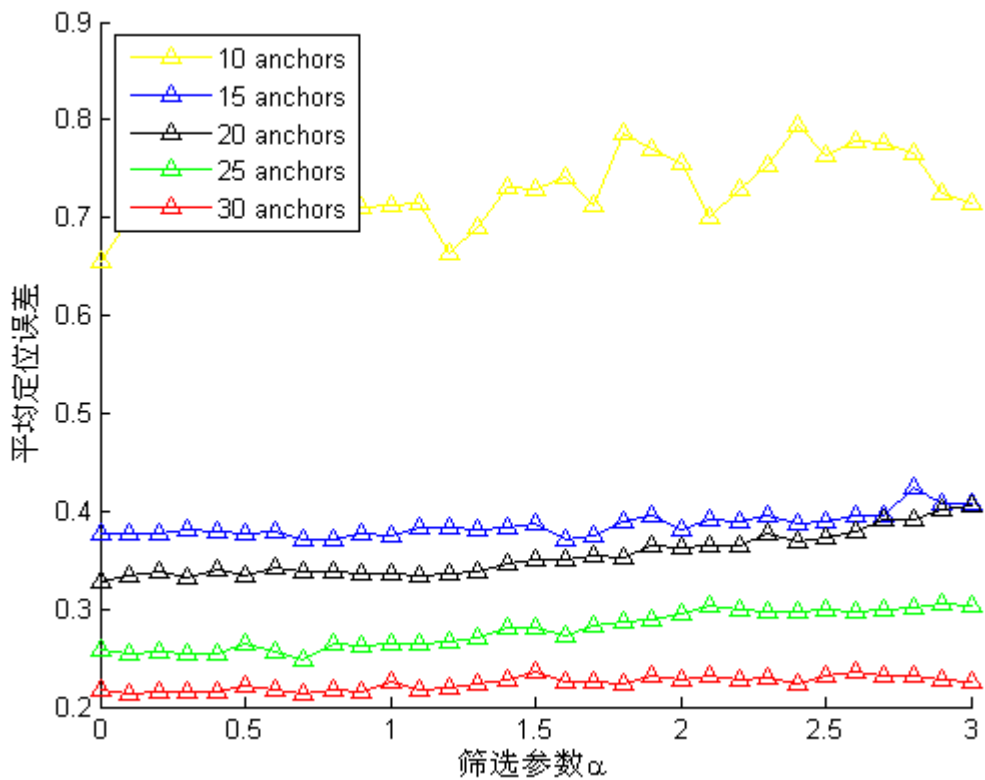


图 8.C 型网络不同信标节点下平均定位误差与筛选半径的关系



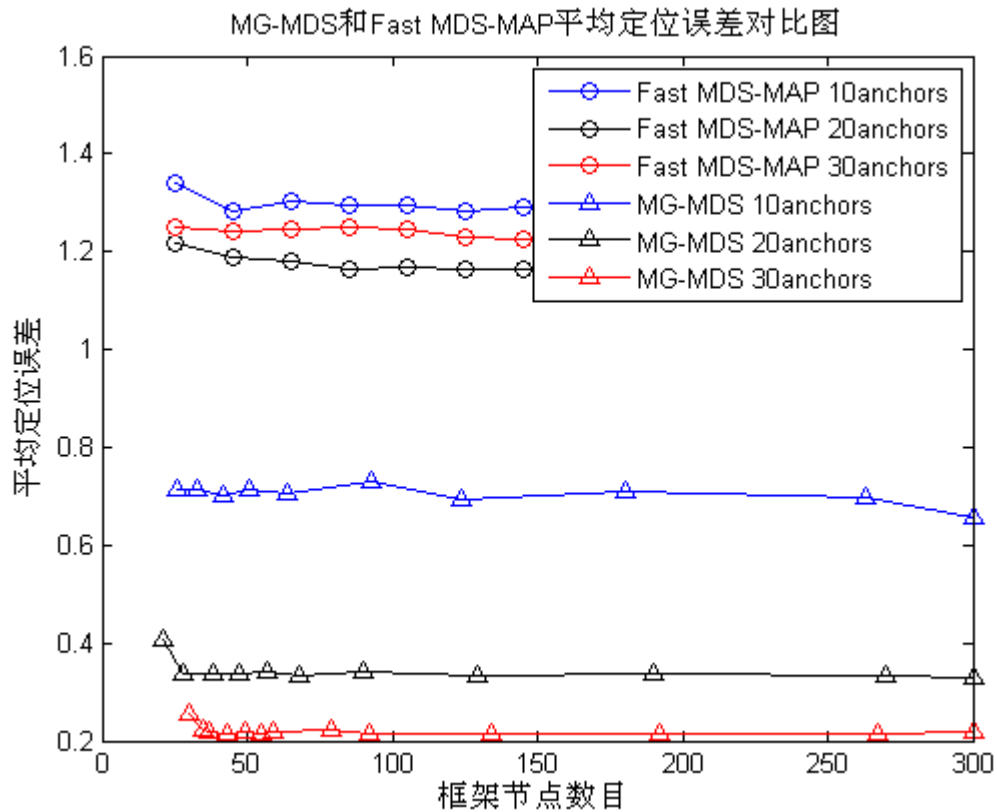


图 9. C 型网络 MG-MDS 和 Fast MDS-MAP 平均定位误差对比图

从图 7 可以看出，在 O 型网络中，随着信标节点的增加本文方法的定位精度越来越优于 Fast MDS-MAP 算法。当信标节点数为 10 时，随着粒度的逐渐变粗本文算法的定位误差从 0.28 增加到 0.33;Fast MDS-MAP 算法在框架节点逐渐变少的情况下，定位误差变化为 [0.29-0.36]。当信标节点数为 30 时，随着粒度的逐渐变粗本文算法的定位误差变化范围是 [0.15-0.17];Fast MDS-MAP 算法在框架节点逐渐变少的情况下，定位误差变化为 [0.21-0.25]。在增加信标节点数目情况下，本文算法的定位精度比 Fast MDS-MAP 算法高。从图 9 中我们可以看出，在 C 型网络中，本文算法的定位误差比 Fast MDS-MAP 算法低且随着信标节点数的增多而降低。当信标节点数为 10 时，随着粒度的逐渐变粗本文算法的定位误差范围在 [0.65-0.71];Fast MDS-MAP 算法在框架节点逐渐变少的情况下，定位误差变化为 [1.26-1.34]。当信标节点数为 30 时，随着粒度的逐渐变粗本文算法的定位误差变化趋势是 [0.217-0.256];Fast MDS-MAP 算法在框架节点逐渐变少的情况下，定位误差变化为 [1.18-1.25]。

针对 C 和 O 型网络分别给出一个实例，全网节点数为 300，Fast MDS-MAP 算法 Landmarks 选取 150，本文算法选择  $d_L = 0.3R$  所展示粒层，框架节点数为 150，信标节点的个数都取 30。红色的 'o' 表示节点的物理位置，绿色的 '△' 表示框架节点的定位坐标，蓝色的 '◆' 代表普通节点的定位坐标，蓝色的线条则表示定位误差。O 型网络的定位结果如图 10 和图 11 所示，Fast MDS-MAP 定位算法的定位误差为 0.2263，MG-MDS 定位算法的定位误差为 0.2026；C 型网络的定位结果如图 12 和图 13 所示，从图 12 和图 13 可以看出本文算法的定位结果更接近于原网络拓扑，Fast MDS-MAP 定位算法的定位误差为 1.2256，MG-MDS 定位算法的定位误差为 0.2159。

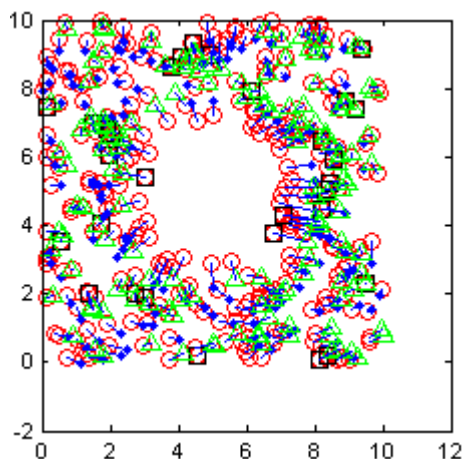


图 10. Fast MDS-MAP 算法定位结果

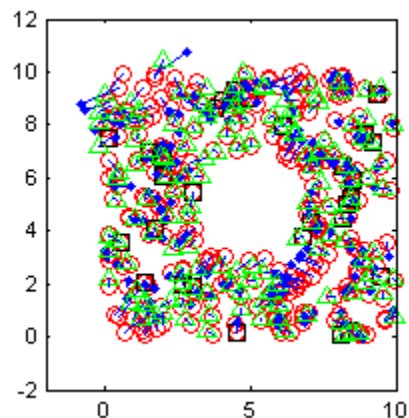


图 11. MG-MDS 定位算法定位结果

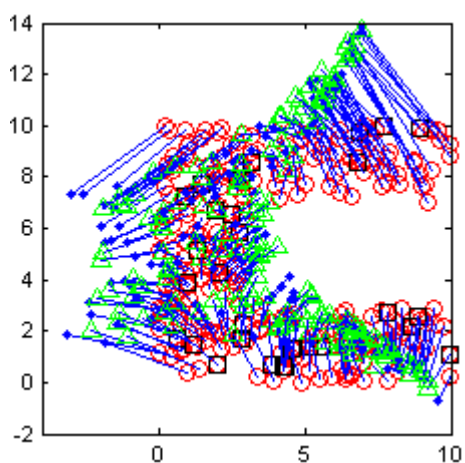


图 12. Fast MDS-MAP 算法定位结果

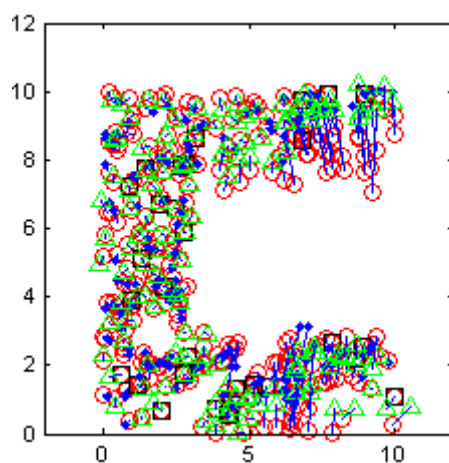


图 13. MG-MDS 定位算法定位结果

## 4 结论

针对 Fast MDS-MAP 定位算法不能根据网络的不同粒度进行定位以及对不规则无线传感器网络的定位精度不太理想,本文引入粒计算思想提出了一种基于多粒度流形学习的无线传感器网络定位方法,选择不同的筛选半径获得网络的不同粒度层,较大的筛选半径展现的是网络粗粒度的拓扑结构,较多不具代表性的节点被忽略掉了;较小的筛选半径展现的是网络细粒度的拓扑结构,能够比较精细的刻画整个网络,最后利用绝对坐标变换加权策略得出不同粒度层网络节点的绝对坐标。仿真实验表明,与 Fast MDS-MAP 定位算法相比,本文方法可以通过选择合适的粒度对不同粒度层的网络节点进行定位,提高网络的定位效率,且算法定位误差随着粒度的变细而变小;另外,本文算法通过绝对坐标变换加权策略可以提高在不规则网络中的定位精度,随着信标节点总数目的增加而提高。如何进一步提高信标节点的利用效率和降低算法的时间复杂度是未来工作的重点。

## 参考文献

- [1] 刘凯,于君君,谭立雄. 跳数加权 DV-Hop 定位算法[J].传感技术学报,2012,25(11):1539-1642.
- [2] 张震,闫连山,刘江涛. 基于 DV-Hop 的无线传感器网络定位算法研究[J]. 传感技术学报, 2011, 24(10) :1469-1472.
- [3] Wen-yuan Liu, En-shuang Wang, Zi-jun Chen, et al. An Improved DV-Hop Localization Algorithm Based on the Selection of Beacon Nodes[J]. Journal of Convergence Information Technology, 2010,5( 9) : 157-164.
- [4] Doherty L,Pister K,El Ghaoui L. Convex Position Estimation In Wireless Sensor Networks[C] //Proceedings of Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies. USA,2001:1655-1663.
- [5] Bulusu N ,Heidemann J,Estrin D. GPS- less Low-cost Outdoor Localization for Very Small Devices [J].IEEE Personal Communications,2000,7(5):28-34.
- [6] 潘君秋,王敬东,李鹏.一种改进的无线传感器不规则网络节点定位方法[J].传感技术学报, 2009, 22(4): 567-573.
- [7] Yi Shang, Ruml W,Ying Zhang,et al. Localization from Mere Connectivity[C] //MobiHoc'03, Annapolis, Maryland, USA ,2003:201-210.
- [8] Yi Shang, Ruml W. Improved MDS-Based Localization[C]//INFOCOM'04,Hong Kong, China, 2004: 2640-2651.
- [9] Neal Patwari, Alfred O. Hero III. Manifold Learning Algorithm for Localization in Wireless Sensor Networks [C] // International of Conference Acoustics, Speed, and Signal Processing (ICASSP2004), Quebec, Canada, 2004: 857-860.
- [10] 王成群.基于学习算法的无线传感器网络定位问题研究[D]:[博士学位论文].浙江: 浙江大学,2009.
- [11] Xianhua Zeng, Shengping Tang, Shufang Li. Ensemble-Based Manifold Learning Methods for Localization in Wireless Sensor Networks[C]// Fourth International Conference on Computational and Information Sciences (ICCIS),Chongqing,China,2012:939-942.
- [12] 胡荣春.无线传感器网络中的节点定位问题研究[D]:[硕士学位论文].合肥: 中国科学技术大学, 2007.
- [13] 周祖德,胡鹏,刘泉等. 一种基于MDS的无线传感器网络快速定位算法[J]. 传感技术学报, 2007 , 20(10): 2303-2307.
- [14] 苗夺谦,王国胤,刘清等.粒计算:过去、现在与展望[M].北京:科学出版社,2007.1-300.
- [15] Vin de silva, Joshua B.Tenenbaum. Global Versus Local Methods in Nonlinear Dimensionality Reduction. Neural Information Processing Systems 15(NIPS'02)[C]//Vancouver, Canada, 2003, 705-712.
- [16] Vin de silva, Joshua B.Tenenbaum. Sparse Multidimensional Scaling using Landmark Points[R]. Technical Report CA 94305-2125,California: Stanford University ,2004.