Distributed Compressive Sensing in WSN

LÜ Fangxu¹, ZHANG Jincheng^{1*}, SHI Hongjun², WANG Quan¹, WANG Yu¹

(1. AFEU, Air and Missile Defense College, Xi'an 710051, China;
2. Air Force Communications Officer School in Dalian, Dalian Liaoning 116600, China)

Abstract: In order to solve the problem of sampling with Compressive Sensing(CS) in Wireless Sensor Network (WSN), the method of Randomly Compressive Sampling is studied, which uses Timer to control Analogy to Digital Converter. The experimental results show that the method is effective and feasible. On the basis of this, a new algorithm of Distributed Compressive Sensing in WSN is proposed, which realizes Distributed Compressive Sampling through distributing the random sequence. Then the algorithm of CoSaMP was used to reconstruct original signal with the joined sampling values. Simulation and experiment show that the proposed method can achieve analogy signal collection with a sampling frequency below 1/10 percentage of standard sampling frequency in a star network topology.

Key words: wireless sensor network; compressive sensing; randomly compressive sampling; distributed compressive sampling

EEACC:6150P doi:10.3969/j.issn.1004-1699.2013.10.024

WSN中的分布式压缩感知

吕方旭1,张金成1*,石洪君2,王 泉1,王 钰1

(1. 空军工程大学防空反导学院, 西安 710051; 2. 空军大连通信士官学校信息网络系, 辽宁 大连 116600)

摘 要:为了解决传统的压缩感知算法在无线传感器网络中实现的难题,首先研究了用定时器控制 ADC 进行随机压缩采样的压缩感知技术,实验表明,该方法有效可行。在此基础上提出了基于无线传感器网络的分布式压缩感知算法。该算法通过 对随机压缩采样序列的拆分实现分布式压缩采样,最后利用合并后的采样值和 CoSaMP 算法完成对信号的重构。仿真和实验 表明,该方法能够在星型网络拓扑中实现以 1/10 的标准采样频率下实现信号的重构。

关键词:无线传感器网络;压缩感知;随机压缩采样;分布式压缩感知

中图分类号:TP212.9 文献标识码:A 文章编号:1004-1699(2013)10-1446-07

无线传感器网络WSN(Wireless Sensor Network)是由具有传感能力、计算能力和无线通信 能力的微型节点,以无线多跳路由方式通信的自组 织网络。它能够协作地实时监测、感知和采集各种 环境对象的信息,在军事和民用中应用非常广 泛^[1-3]。然而无线传感器网络体积小、携带能源有 限,因此其计算、存储、通信能力都比较弱,当大规模 部署时,整个网络的生存周期比较短。在信息驱动 的协作跟踪^[4]时,如果将原始数据发送到处理能力 较强的簇头中计算,终端节点的通信能耗开销增大, 整个网络的生存周期非常短。如何在保证监测信息 不丢失的同时,降低数据传输量,是降低通信能耗的 一种主要手段。近年来提出的压缩感知^[5-8]

收稿日期:2013-06-07 修改日期:2013-09-14

(Compressed Sensing)技术,其以远低于奈奎斯特采 样定理的情况下获取少量数据,然后利用重构算法 对原始信号进行恢复,这为资源受限节点的采集和 通信能耗的降低提供了解决办法。文献[9]利用压 缩感知理论将节点采集得到的数据进行压缩传输, 降低了通信能耗;文献[10-11]利用时空压缩感知 的办法将多个节点采集的数据进行联合压缩传输, 进一步降低了通信能耗,但这些都不是真正意义上 的压缩感知。文献[12]进行了压缩采样的研究。 由于传统压缩感知技术的实现对硬件资源要求比较 高^[13],无法直接将其应用于节点资源受限的无线传 感器网络。文献[14]提出了一种较好的解决思路, 即随机压缩采样的思想。

本文主要研究了随机压缩采样的实现方法和分 布式压缩感知这两方面的内容。首先,在研究随机 压缩采样的基础上,提出了用定时器控制 ADC 进行 随机压缩采样的实现方法,实验表明该方法有效可 行。然后,提出了分布式压缩感知算法。该算法将 随机压缩采样序列根据节点合理拆分,由各节点按 采样子序列进行采样,最后利用各节点的采样值和 CoSaMP 算法实现对原始信号的精确重构。

压缩感知理论概述 1

压缩感知是 Donoho 等人在 2006 年开创的信号 处理新理论。压缩感知的基本思想是将压缩与采样 合并进行,首先采集信号的非自适应线性投影,即计 算信号的测量值。然后根据相应的重构算法由测量 值重构原始信号数据。若测量值的数据小于原始数 据,则能获得压缩数据量的效果。它主要包括信号 的稀疏表示、观测矩阵设计和信号重构3个方面。

压缩感知的先决条件是信号是稀疏的或者信号 在某种变换下可以稀疏表示。即在一个信号中或者 信号在某种变换下,如果只有 k 个元素是非零的,则 该信号是 k 稀疏的。一般来说,普通的信号在时域 都是非稀疏的。因此,要应用压缩感知,首先要对信 号进行变换,以找到信号的稀疏域,一般信号在小波 基、傅里叶基和余弦基中都是稀疏的。

观测矩阵就是对信号的一种获取方式,它的设 计是压缩感知的主体,从物理上可以理解为信号在 观测矩阵下的信号获取,信号也在投影的过程中被 压缩。寻找一个满足约束等距性 RIP (Restricted Isometry Property)条件的观测矩阵 $\Phi \in R^{M \times N}$ (*M* ≪ N),对信号 x 执行一个压缩观测,即:

$$y = \Phi x$$

(1)

就可以得到 M 个线性观测 $\gamma \in R^{M}$,这些少量线性投 影中包含了重构信号 x 的足够信息。各分量表示如 图1所示。

但是有限等距离性质的等距离常量是很难计算 的,文献[8]指出,只有 Donoho 提出的相关性判别 理论,即互相关系数可以较为直观的判别某一测量



图1 压缩采样各分量示意图和矩阵表示

矩阵的形态。互相关系数可以由式(2)求得:

$$u(\boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Psi}) = \sqrt{N} \max_{1 \le i, j \le N} |\langle \boldsymbol{\Phi}_i, \boldsymbol{\Psi}_j \rangle| = \sqrt{N} \max_{1 \le i, j \le N} |A(i, j)|$$
(2)

信号重构是已知测量值 γ 和测量矩阵 ϕ 来恢 复原始信号 x。从 y 中恢复 x 是一个解线性方程组 的问题,从方程(1)上看,这似乎是不可能的,因为 这是一个未知数大于方程个数的病态方程,存在无 穷多个解。但是 x 在 Ψ 下可以稀疏表示,记 CS 信 息算子 $A^{cs} = \Phi \Psi$,因此式(1)可以表示为

$$\gamma = \Phi \Psi \theta = A^{\rm CS} \theta \tag{3}$$

虽然从y中恢复 θ 也是一个病态问题[15],但 是因为系数 θ 是稀疏的,这样未知数个数大大减少, 使得信号重构成为可能。文献[16]认为:只要矩阵 A^{cs} 满足 RIP 条件,则可以证明 θ 可以通过求解最优 *l*。范数问题精确重构,即:

 $\hat{\theta} = \operatorname{argmin} \| \theta \|_{0}$ s. t. $y = A^{CS} \theta$ (4)式中, $\|\cdot\|_0$ 表示 l_0 范数, 即向量 θ 中非零元素的 个数。

随机压缩采样 2

2.1 随机压缩采样的基本思想

传统的压缩采样工程实践^[12]是利用 M 路 ADC 对信号进行随机线性投影来进行压缩采样,它是通 过构建多路平行的信号采集支路,每个支路均由随 机信号发生器和积分电路组成,其中随机信号发生 器必须产生足够高频率的服从伯努利分布的±1 信 号。这种方法虽然降低了采样速率,但随机信号发 生器仍需在奈奎斯特频率下产生随机数,不但增加 了能量而且硬件实现较高,在无线传感器网络中无 法直接使用。文献[14]的随机压缩采样,为压缩感 知在无线传感器网络中的应用提供了思路。

本文在随机压缩采样理论的指导下提出用定时 器控制 ADC 进行随机压缩采样,即定时器按照随机 采样序列对波形进行随机抽取。如图 2 所示, 图 2(a) 是传统的采样过程, 它利用等间隔的采样序 列对信号采样,其过程可以看作是信号在标准单位 矩阵 I(I 是等间隔采样序列的矩阵表示形式)上的



投影;图2(b)是随机压缩采样过程,它利用随机采 样序列对信号采样,其过程可看作是信号在 Sample (Sample 是随机采样序列的矩阵表示形式)上的 投影。

随机压缩采样过程中,利用一路 ADC,根据随 机采样序列对信号进行随机抽取,然后将采样值 x_d 在观测矩阵 ϕ 中投影,最后利用重构算法进行重 构,各分量的矩阵表示如图 3 所示。



图3 随机压缩采样各分量示意图和矩阵表示 在这里我们定义随机采样率为:

$$f_{\text{average}} = M/T_{\text{total}} \tag{5}$$

其中 T_{total} 表示采样时间,M表示这段时间内随机采样的个数。

2.2 无线传感器网络中的随机压缩采样技术

本节研究了无线传感器网络中压缩感知技术的 实现方法。无线传感器网络中,终端节点一般由包 含传感能力、处理能力和无线通信的微小节点组成。 目前常用的集成芯片有 CC2430、CC2530 等,由它组 成的节点的资源和计算能力非常有限,但它内部含 有较高精度的定时器,可以完成随机压缩采样任务; 簇头节点一般具有较大的存储空间且可包含 DSP 芯片,能够完成较为复杂的重构算法。其信号处理 流程图如图 4 所示。



图4 无线传感器网络中的压缩感知流程图 具体步骤如下:

第1步 在簇头中生成随机采样序列 t_i , $i \in \{1, 2, ..., M\}$, 其中 $t_0 = 0$, $t_i = t_{i-1} + \tau$, τ 满足 $N(N/M, M^2K^2/N^2)$ 的高斯分布, 且 $\tau_{min} > T_{ADC}$ (即随机压缩采样的最小采样间隔必须大于 ADC 的最小采样周期)。这里 N/M 代表不同稀疏度下的平均采样间隔, K 为信号的稀 疏度, M 为该稀疏度下随机压缩采样次数。存储随机 采样序列, 并发送一份拷贝到簇头节点;

第2步 在终端节点中,定时器根据采样序列控制 ADC 进行随机压缩采样,获取随机采样值 x_d(M),并将其发送至簇头节点;

第3步 在簇头节点中,接收 $x_d(M)$,然后根据随机采样序列 t_i , $i \in \{1, 2, \dots, M\}$,将 $x_d(M)$ 内插(N-M)个0,得到 $x_d(N)$,并在观测矩阵 $\Phi \in R^{M \times N}$ 中进行降维随机投影,最终获得 $\gamma(M)$;

第4步 在簇头中根据 y(M) 和 A^{cs} 利用 CoSaMP 重构算法进行重构。

在实际的应用中,随机压缩采样一定要注意的 关键问题,即生成的随机采样序列的最小间隔必须 大于 ADC 的最小采样周期,这样才能保证 ADC 的 正常工作。

2.3 无线传感器网络中单节点的随机压缩采样实验

实验平台使用 TI 提供的 CC2530 芯片和 ZStack-CC2530-2.3.1-1.4.0 协议栈。终端节由包含 CC2530 芯片的节点和外围电路组成,簇头由包含 CC2530 芯片的协调器和 PC 机组成。采集过程在终 端节点中完成;重构算法在 PC 机中的 MATLAB 中完 成,簇头中包含 CC2530 芯片的节点,负责数据和命令 的无线收发。实验结构拓扑图如图 5 所示,其中 B 节 点时终端节点,节点 A 和 PC 机组成簇头节点。





实验中,ADC 选用 11 bit 的量化精度,其采样周 期 $T_{ADC} = 68 \ \mu s^{[17]}$,原始信号是由 F40 型数字合成函 数信号发生器产生的正弦信号,频率是 5 kHz, $V_{pp} =$ 800 mV,直流偏置是 500 mV。随机采样点数 M = 50,恢复信号的采样频率是 $Fs = 25 \ \text{kHz}$,长度 N = 300。观 测矩阵是 $M \times N$ 的随机矩阵,稀疏基是 $N \times N$ 的傅里叶 基。ADC 的等效采样频率 $f_{average} \approx 4.1 \ \text{ksample}$ 。

实验结果如图 6 所示。图 6(a)是从示波器测 得输入信号波形的放大图,图 6(b)是示波器观察原 始信号的频谱和全局波形图,图 6(c)是 ADC 随机 采样后,发送到 PC 机在 MATLAB 中显示的随机采 样波形图,图 6(d)是随机采样波形和重构信号波形 的对比,图 6(e)是重构信号的全局波形图,图 6(f) 是重构信号的频谱图。

本实验根据4.1 ksample 的采样频率下获取的少量的随机测量值,如图6(c)所示,重构出5 kHz 的正弦信号(e)。从图6(a)和6(e)可以看出,重构信号

的幅值和原始信号基本相同;从图 6(b) 和 6(f) 可以 看出重构信号的频率没有失真。实验结果表明,在无 线传感器网络中,利用定时器控制 ADC 进行少量随 机测量后,可以实现对信号的准确重构。同时,本实验结果表明,利用低速的单个 ADC 对高频信号的获取是可行的。



图6 压缩感知信号实验图

3 分布式压缩感知

3.1 分布式压缩感知模型

根据随机压缩采样的物理过程,如图 2(b)所示,可将含噪信号的随机采样模型表示为:

 x_d = Sample · ($x + e_s$) + Sample · ($x + e_{ADC}$) (6) 其中 x_d 为随机压缩采样后的观测值, Sample 为随 机采样矩阵, e_s 表示采样前信号混入的噪声, e_{ADC} 表 示 ADC 的量化噪声。本文在研究过程中假设 e_s 和 e_{ADC} 都是白噪声, 且将式(6) 化简为:

$$x_d = \mathbf{Sample} \cdot (x+e) \tag{7}$$

在分布式压缩采样过程中,首先将 Sample 拆 分成 r(r 表示节点个数)个子矩阵,节点根据拆分后 的采样序列进行随机采样;然后将各节点的采样值 按拆分规则进行组合,得到随机观测值 x_d;最后将 x_d 在观测矩阵上进行投影,得到压缩观测值 y。其 模型如下所示:

 $y = \Phi \cdot [\text{Sample}_1 \cdot (x + e_1) + \text{Sample}_2 \cdot (x + e_2) + \dots +$

Sample_i·($x+e_i$)] (i=1,2,...,r) (8) 式(8)中 Sample_i 表示第 i 个节点的随机子采样序 列, e_i 表示第 i 个节点采样时的噪声,其中 Sample = Sample₁ \cup Sample₂ $\cup ... \cup$ Sample_n $\oplus \emptyset$ = Sample₁ \cap Sample₂ $\cap ... \cap$ Sample_n.

3.2 无线传感器网络中的分布式压缩感知技术

在分布式压缩感知模型的指导下,结合1.3节

描述的硬件平台,本节具体讨论了无线传感器网络 中分布式压缩感知的实现方法。具体步骤如下:

第1步 在簇头中生成随机采样序列 $t_i, i \in \{1, 2, \dots, M\}$,其中 $t_0 = 0, t_i = t_{i-1} + \tau, \tau$ 满足 $N(N/M, M^2K^2/N^2)$ 的高斯分布,且 $t_i - t_{i+r} > T_{ADC}$ (即随机压缩 采样序列的间隔 r 个的差值必须大于 ADC 的最小 采样周期)。

第2步 根据式(8),将随机采样序列拆分成 r 个随机采样子序列 t_{jxr+n}(i=jxr+n,i是随机采样序列 的下标,j是随机采样子序列的下标,r是节点的总 数,n是节点的序号),并将其发送至各终端节点。

第3步 在各终端节点中,定时器根据各自收 到的随机采样子序列控制 ADC 进行采样,得到随机 采样值 x_{dn}(M')(表示第 n 个节点的随机采样值,长 度为 M'=M/r),并将其发送至簇头节点。

第4步 簇头根据拆分规则生成联合随机采样 序列 $x_d(M)$,然后根据随机采样序列 t_i , $i \in \{1,2, \dots, M\}$,将 $x_d(M)$ 内插 N-M 个 0 生成 $x_d(N)$,最后 在观测矩阵 $\Phi \in R^{M \times N}$ 中进行降维随机投影,获得压 缩值 y(M);

第5步 在簇头中根据 y(M)和 A^{cs}利用 CoSaMP 算法进行信号重构。

对比1.3节的随机压缩采样步骤,分布式压缩 感知步骤中增加了随机采样序列的拆分和测量值的 组合。在实际应用中,为了保证 ADC 的正常工作, 同样拆分后随机采样子序列的最小间隔必须大于 ADC 的最小采样周期。从 3.1 节可知,在采样序列 一定的情况下,随着节点数的增加,各节点的采样子 序列间隔会增加,且远大于 ADC 的采样周期,因此 分布式压缩感知算法比单路 ADC 的随机压缩采样 适用范围更广,可以在更低采样速率下完成高频率 信号的采集。

在实际应用中,分布式压缩感知算法同样存 在问题,虽然节点中高精度的定时器能够控制 ADC 严格按照采样序列采样,但多个节点能否按 照采样序列进行协同采样是分布式压缩在实际应 用中要解决的问题。实际上,只要保证在每一次 采样时,各个节点中的定时器能够同时启动就能 实现他们之间的协同采样。在临时簇中,由于参 与分布式压缩感知的节点与簇头的距离都比较 近,因此在确保分布式节点进入准备采集状态后, 簇头通过发送脉冲命令帧的方法同时启动星型网 络中各节点的定时器。

3.3 分布式压缩感知仿真实验

本节仿真实验对比了分布式压缩采样机制和传 统压缩采样机制的重构效果。分布式压缩采样实验 中,2个节点参与分布式压缩采样,由于分布式探测 目标时各节点距离目标的位置不同,因此假设节点 的信噪比分别为 30 dB、40 dB。信号源是 5 个正弦 信号的叠加,频率分别为 300 Hz、700 Hz、2 kHz、9 kHz 和12 kHz,幅值为0.5~1 的随机数,相位是0~ π之间的随机数。压缩采样过程中.采样序列长度 M=50,子序列长度为25,恢复信号的采样频率 $F_{e}=$ 25 kHz,长度 N = 250。观测矩阵是 $M \times N$ 的随机矩 阵、稀疏基是 N×N 的傅里叶基。单节点的等效采样 率 f_{average} ≈2.5 ksample。传统压缩采样实验中,节点 的信噪比35 dB. 原始信号、观测矩阵和稀疏基都同 分布式压缩感知相同,等效采样率 $f_{\text{average}} \approx$ 5 ksample。图 7 和图 8 分别是两种压缩采样的重构 结果。

对比可以发现,分布式压缩采样保留了原始信 号有用的信息,因而在重构过程中能够保证较高的 重构精度。分布式压缩感知的重构精度没有经典压 缩采样的重构精度高,那是在采集时,两节点有 10 µs 左右的启动延迟,但它依然能够在包含优 30 dB 的输入信噪比时达到 10⁻³的量级,同样保证了很高 的重构精度。最重要的是,在不同输入信噪比的情 况下,分布式压缩感知能够以远低于随机压缩采样 的采样速率实现精确重构。





3.4 无线传感器网络中的分布式压缩感知实验

实验中两个节点参与分布式压缩感知,两节点的启动延迟可以达到 2 μs 以下,其余实验平台同 2.3节描述一样,结构拓扑图如图 9 所示。PC 机和 节点 A 作为簇头,完成采样子序列的分发,采样值的 接收以及信号的重构;终端节点 B 和 C 是分布式采 样的两个节点,它们各自在定时器的控制下按照随机 采样子序列进行采样。实验中,ADC 选用 11 bit 的量 化精度,其采样周期 *T*_{ADC} = 68 μs,原始信号是信号源 产生的 5 kHz 正弦信号,幅值 *V*_{pp} = 800 mV,直流偏置



500 mV。每个节点的随机采样个数是 25 个,恢复信号的采样频率是 F_s =25 kHz,长度 N=250。观测矩阵 是M×N 的随机矩阵,稀疏基是N×N 的傅里叶基。节 点中 ADC 的等效采样频率 $f_{average} \approx 2.5$ ksample。

实验结果如图 10 所示。

实验中根据两个节点以 2.5 ksample 的采样速率随机抽取了 25 个值,如图 10(b)所示,重构出以

 $V_{PP}(1) = 816 mV$ q(1) =5.000kHz Vave(1) =2.35m CH1~ (a)示波器观察的波形和频谱图 1000 800 幅值/mV 600 400 200 0 2 4 6 8 10 时间t/ms (c)重构后的波形图

25 ksample 采样率采集的 5 kHz 的信号,如图 10(c) 所示。从图 10(a)和图 10(c)可以看出,重构信号的 幅值和原始信号基本相同;从图 10(a)和图 10(d)可 以看出重构信号的频率没有失真。实验结果表明,本 文提出的分布式压缩感知算法,能够在星型网络拓扑 结构中以 1/10 的标准采样率下获得的少量数据实现 信号的精确重构。





4 结论

本文针对压缩感知在无线传感器网络中的应 用,首先在分析随机压缩采样思想的基础上提出了 用定时器控制 ADC 进行随机采样的方法,然后提出 了分布式压缩感知算法。该算法将压缩感知理论应 用于无线传感器网络平台,即在少量的观测数据下 实现对信号的精确重构。仿真和实验结果均表明该 方法具有很好的性能,具有非常重要的应用价值。

参考文献:

- [1] 吕方旭,张金成,刘立阳.基于 WSN 的多声源目标定位算法 [J].传感技术学报,2012,25(8):1121-1125,1464-1468.
- [2] 刘立阳,张金成,吴中林,等. 基于 RSSI&DFP 的无线传感器网 络声源目标定位算法[J]. 传感技术学报,2011,24(10): 1464-1468.
- [3] 刘立阳,张金城,吴中林. 基于分布式动态簇结构的 WSN 自适应目标跟踪算法[J]. 传感技术学报,2012,25(1):110-113.
- [4] 孙利民,李建中,陈渝,等.无线传感器网络[M].北京:清华大学出版社,2005:391-402.

- [5] Donoho D. Compressed Sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4):1289–1306.
- [6] Candès E, Wakin M. An Introduction to Compressive Sampling[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2):21-30.
- [7] 石光明,刘丹华,高大化,等. 压缩感知理论及其研究进展[J].
 电子学报,2009,37(5):1070-1081.
- [8] 焦李成,杨淑媛,刘芳,等. 压缩感知回顾与展望[J]. 电子学报,2011,39(7):1651-1662.
- [9] 胡海峰,杨震.无线传感器网络中基于空间相关性的分布式压缩感 知[J].南京邮电大学学报(自然科学版),2009,29(6);12-22.
- [10] 周四望,林亚平.无线传感器网络中的小波方法[M].长沙:湖 南出版社,2011:9.
- [11] Bontempi G, Borgne Y. An Adaptive Modular Approach to the Mining of Sensor Network Data [C]//Proc of the SIAM International Conference on Data Mining. Newport Beach, USA, 2005.
- Bajwa W, Haupt J, Sayeed A, et al. Compressive Wireless Sensing
 C]//Proc of IEEE International Conference on Information Processing in Sensor Networks(IPSN). Nashville, USA, 2006.
- [13] Candes E J, Wakin M B. An Introduction to Compressive Sampling[J]. IEEE Singal Processing Magazine, 2008, 25(2):21-30.
- [14] 余恺,李元实,王智,等. 基于压缩感知的新型声音信号采集方法[J]. 仪器仪表学报,2012,33(1):105-112.
- [15] Candes E J. The Restricted Isometry Property and Its Implications

for Compresse Sensing [J]. C R Math Acad Sci Paris, 2008, 346 $(9{-}10)$; 589–592.

- [16] Donoho D L, Tsaig Y. Extensions of Compressed Sensing [J]. Signal Processing, 2006, 86(3):533-548.
- [17] Texas Instruments Incorporated. CC253x System-on-Chip Solution for 2. 4 GHz IEEE 802. 15. 4 and ZigBee Applications User's Guide[C]//Literature Number: SWRU191AApril 2009 – Revised June 2010:133–134.



吕方旭(1988-)男,汉族,硕士,研究方向为信号与信息处理,无线传感器网络,lvfangxu1988@163.com;



张金成(1960-)男,汉族,教授,硕士生 导师,研究方向为信号与信息处理,微 处理器技术,zjc6011@163.com。