

文章编号: 1001-0920(2012)12-1839-05

非完整移动机器人群体的优化蜂拥控制

陈世明^{1,2}, 聂森¹, 谢竞¹, 杨辉¹, HU Huo-sheng², 方华京³

(1. 华东交通大学 电气与电子工程学院, 南昌 330013; 2. 埃塞克斯大学 计算机科学与电气工程学院, 科尔切斯特 C043SQ; 3. 华中科技大学 控制科学与工程系, 武汉 430074)

摘要: 考虑到非完整移动机器人蜂拥运动过程中保持位置拓扑全局连通的性能, 提出一类基于局部信息交互的优化蜂拥控制算法. 利用趋向局部最小外接圆圆心位置的控制方式维持群体位置拓扑在运动过程中的全局连通性, 保证群体位置的聚合; 结合角度控制和贝塞尔曲线规划个体的运动路径, 在路径长度阈值的限定下, 通过粒子群算法求取个体的优化目标方向角, 保障群体运动方向的匹配; 最后给出了可行的避碰方案.

关键词: 蜂拥控制; 非完整约束; 贝塞尔曲线; 粒子群优化

中图分类号: TP18

文献标志码: A

Optimal flocking control of nonholonomic mobile robot swarm

CHEN Shi-ming^{1,2}, NIE Sen¹, XIE Jing¹, YANG Hui¹, HU Huo-sheng², FANG Hua-jing³

(1. School of Electrical and Electronic Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China; 2. School of Computer Science & Electronic Engineering, University of Essex, UK; 3. Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China. Correspondent: CHEN Shi-ming, E-mail: c1977318@hotmail.com)

Abstract: With the consideration of connectivity preservation in the flocking control of nonholonomic mobile robot swarm, an optimal flocking algorithm based on local information is proposed. The motion to the center of the minimal circumcircle can help the individual to preserve the global connectivity of position topology and confirm the cohesion of the nonholonomic robot swarm. Then the angle control is combined with Bezier curve to plan the individual's path, and PSO algorithm is used to find the optimal target angle which satisfies the strength threshold of the path to fulfill the angle alignment of the robot swarm. Finally, the collision avoidance strategy is given.

Key words: flocking control; nonholonomic constraints; Bezier curve; particle swarm optimization

1 引言

蜂拥控制的研究始于 1987 年 Reynolds 提出的 Boid 模型^[1], 其思想的本质是从简单的局部规则涌现出协调的全局行为. 在蜂拥控制过程中, 如何维持群体系统的全局连通是研究的重点之一^[2], 现有研究工作主要是基于集中式控制策略维持全局连通性^[2-3], 以及基于群体规模的可扩展需求. 在前期的研究工作中, 本文作者曾提出利用面向个体邻域所有个体位置形成的最小外接圆圆心设计运动控制方程, 可实现基于局部信息维持全局连通的蜂拥行为^[4]; 不足之处在于, 最小外接圆圆心的几何求解过程较为复杂. Zavlanos 等^[5]以保持既存边的连通为目的, 提出了分布式运动控制器. Yang 等^[6]提出一种针对拓扑全局连

通性的估计策略, 该策略的优点是可以避免将连通性问题仅仅局限在对既存边的保持, 不足之处在于对拓扑的连通性控制上缺乏有效应用.

与此同时, 考虑实际个体运动特性的蜂拥控制研究也受到越来越多的关注, 如文献 [7-8] 分别利用预测控制^[7]、人工势场函数^[8]等方法研究了非完整约束机器人蜂拥行为. 这些研究侧重于从不同的控制角度实现机器人蜂拥行为, 却忽略了机器人群体在运动过程中保持连通的重要性. 本文将在前期研究工作的基础上, 针对非完整约束机器人蜂拥提出一种基于局部信息的优化蜂拥控制算法. 该算法以个体的局部最小外接圆圆心位置和邻居个体方向角的均值为参考位姿, 结合优化算法和贝塞尔曲线规划方

收稿日期: 2011-07-29; 修回日期: 2011-12-04.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60804066, 60864004, 61034006).

作者简介: 陈世明(1977—), 男, 副教授, 博士, 从事群体动力学及协调控制、复杂网络理论及应用等研究; 聂森(1988—), 女, 硕士生, 从事复杂网络理论及应用的研究.

案对非完整约束的机器人个体进行路径规划,在保障全局连通性的同时实现非完整约束机器人个体的优化蜂拥行为。

2 非完整约束移动机器人模型

本文所讨论的非完整约束移动机器人运动学模型可描述为

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \\ 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \omega. \quad (1)$$

运动示意图如图 1 所示. 其中机器人个体 i 的位置为 $p^i(x, y)$, θ 为机器人中轴与 x 轴的夹角, v 和 ω 为机器人的线速度和角速度, d_L 为前后两轮中轴之间的距离。

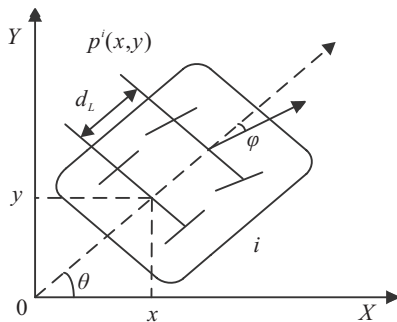


图 1 车型移动机器人示意图

非完整约束移动机器人受到纯滚动无滑动约束及曲率约束, 机器人中轴与前轮行驶方向之间的导向角 φ 及后轮曲线运动路径中曲率 k 有如下限制^[8]:

$$|\varphi| \leq \varphi_{\max} < \frac{\pi}{2}, \quad (2)$$

$$k \leq k_{\max} = \frac{1}{d_L} \tan \varphi_{\max}. \quad (3)$$

对于上述移动机器人模型, 利用非线性控制理论空间变换中的状态坐标和输入变换可将其转换成标准链式结构, 从而将非完整约束机器人的路径规划问题转化为求解曲线函数, 并使其满足如下端点条件^[9]:

$$\begin{cases} f(x(t_s)) = y(t_s), \\ \frac{df(x(t_s))}{dx} = \tan(\theta(t_s)); \\ f(x(t_d)) = y(t_d), \\ \frac{df(x(t_d))}{dx} = \tan(\theta(t_d)). \end{cases} \quad (4)$$

其中: $x(t_s), y(t_s)$ 是起始点坐标; $x(t_d), y(t_d)$ 是目标点坐标. 在本文的研究中, 由蜂拥控制算法确定个体每一步运动的目标位置, 通过贝塞尔曲线求解满足端点条件的曲线函数 $y = f(x)$, 从而实现非完整约束机器人个体的蜂拥路径规划。

3 融合贝塞尔曲线规划的蜂拥控制算法

Reynolds 提出用计算机程序来模拟真实生物群体的蜂拥行为模型, 并抽象出 3 条行为规则: 聚集、避

碰、匹配. 对 3 类子行为的简单叠加处理会使得蜂拥控制在实际应用中受到局限. 本文将首先考虑非完整约束移动机器人模型的特点, 结合聚集子行为的目标位置和匹配子行为的目标方向角组成参考目标位姿; 然后融合贝塞尔曲线规划, 对非完整约束移动机器人个体的运动路径进行优化规划; 最后对轨迹跟踪过程中可能出现的碰撞冲突问题进行分析, 给出可行的避碰设计过程。

3.1 聚集子行为

定义 1 $N = \{1, 2, \dots, n\}$ 表示群体系统中包含的所有个体的集合. 在二维平面内, 以个体 i 为圆心, 可观测距离 R 为感知半径所构成的圆形区域为个体 i 的邻域范围, 即可观测范围. 在 t 时刻, 个体 i 邻域范围内的所有个体都为个体 i 的邻居, 考虑个体间的避碰可表示为

$$N_i = \{j : 2\rho \leq \|p^i - p^j\| \leq R, \forall j \in N, \rho \ll R\}.$$

其中: p^i 为个体 i 的位置, ρ 为个体最小安全距离。

聚集子行为是个体之间吸引力作用的结果, 依赖于个体运动位置的动态信息. 在前期工作^[4]的基础上, 个体以粒子群算法求解的可观测范围内邻居个体所组成的最小外接圆的圆心作为局部目标位置, 不断更新自身运动, 从而实现群体聚合行为。

假设群体由 n 个机器人个体组成, 每个个体具有相同的观测能力且能够实时观测及处理邻居个体的运动信息, 则个体的位置聚集控制方程可以用如下形式表示:

$$\dot{p}^i(t) = -(p^i(t) - p^{i_o}(t)), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (5)$$

其中: $p^i(t)$ 为个体 i 在 t 时刻的位置, $p^{i_o}(t)$ 为个体 i 在 t 时刻求解的包含所有邻居个体的最小外接圆的圆心位置, 满足 $\min \max\{\|p^{i_o} - p^j\|, j \in N_i\}$. 个体在每一采样时刻计算其最小外接圆圆心的位置, 两个采样时间间隔内保持圆心位置不变. 在此过程中, 个体不断缩小自身与邻域内最远个体的距离, 维持了个体间的可观测性, 因此只需初始分布连通, 群体中的个体利用局部信息按照方程 (5) 进行运动便可维持全局的连通性能, 并实现最终的聚集^[4]。

求解近似最小外接圆圆心位置 $p^{i_o}(t)$ 的粒子群算法如下: 在 D 维空间 ($D = 2$) 内随机生成 n_0 个最小外接圆圆心的粒子样本点, 并进行迭代寻优, 则 n_0 个粒子所组成的粒子种群为 $X = (X_1, X_2, \dots, X_{n_0})$, 第 i 个粒子的位置可表示为 $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})^T$, 第 i 个粒子的速度为 $V_i = (V_{i1}, V_{i2}, \dots, V_{iD})^T$, 该粒子所经过的个体最优位置为 $P_i = (P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{iD})^T$, 全局中粒子的最优位置为 $P_g = (P_{g1}, P_{g2}, \dots, P_{gD})^T$. 粒子按照如下方式更新运动:

$$\begin{cases} V_{id}(t+1) = \omega' V_{id}(t) + c_1 r_1 (P_{id}(t) - X_{id}(t)) + \\ \quad c_2 r_2 (P_{gd}(t) - X_{id}(t)), \\ X_{id}(t+1) = X_{id}(t) + V_{id}(t+1). \end{cases} \quad (6)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, n_0$, $d = 1, 2, \dots, D$; c_1 和 c_2 为学习因子; r_1 和 r_2 为 $[0, 1]$ 之间的随机数; ω' 为惯性权重. 粒子运动位置的范围根据仿真参数具体设定, 速度产生为随机数, 范围设定为 $[-1, 1]$. 评价函数 $Q = \min \max \{\|X_i - p^j\|, j \in N_i\}$, 是个体 i 产生的每个粒子样本点 $X_i (i \in [1, n_0])$ 分别与个体 i 的所有邻居个体 $j (j \in N_i)$ 距离最大值中的最小值. 经过 nt 次迭代, 可求得最小外接圆圆心的近似最优值 p^{io} .

3.2 匹配子行为

定义 2 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 表示系统中节点的集合, $E = \{e_{ij} = (v_i, v_j) : v_i, v_j \in V\}$ 表示系统中边的集合, 称 $G = (V, E)$ 为一个图, 图 G 也称为系统的邻居图. 对于图 G , 邻接矩阵 $A = [a_{ij}(t)]_{n \times n}$ 描述了节点之间的耦合关系, 其元素反映了相应个体对之间邻居关系的“有”与“无”, 即

$$a_{ij}(t) = \begin{cases} 1, & \text{个体 } i \text{ 与个体 } j \text{ 在时刻 } t \text{ 邻接 } (i \neq j); \\ 0, & \text{否则.} \end{cases}$$

定义 3 令 d_i 表示节点 i 的连接度, 图 G 的拉普拉斯矩阵为 $L_a(G) = D(G) - A(G)$, 其中 $D(G) = \text{diag}(d_i)$ 是由节点的度构成的对角矩阵, $L_a(G)$ 的特征值表示为 $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_n$.

与邻居个体的匹配子行为, 是指群体中的每个个体都有与邻居个体的运动方向保持一致的趋势. 个体以其邻域范围内所有邻居个体运动方向的平均值作为下一时刻的参考目标方向角^[2], $\theta_i(t)$ 为个体 i 在 t 时刻的运动方向, 其更新方式如下:

$$\theta_i(t+1) = \frac{1}{n_i(t)} \sum_{j \in N_i(t)} \theta_j(t). \quad (7)$$

其中: $\theta_i(t) \in [0, 360)$, $n_i(t)$ 为 t 时刻个体 i 的邻居个体总数.

3.3 面向目标位姿的贝塞尔曲线规划

已知个体 i 的初始点位置 $p^i(x_1, y_1)$, 初始速度 v_s (朝向角 θ_s), 由位置控制方程(5)和角度更新方程(7)可得局部目标点位置 $p^{io}(x_4, y_4)$ 和目标点速度 v_d (朝向角 θ_d), 则连接 p^i 和 p^{io} 两点的三阶贝塞尔曲线方程为^[9]

$$\begin{cases} x = x_1(1-u)^3 + 3x_2(1-u)^2u + \\ \quad 3x_3(1-u)u^2 + x_4u^3, \\ y = y_1(1-u)^3 + 3y_2(1-u)^2u + \\ \quad 3y_3(1-u)u^2 + y_4u^3; \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} x_2 = x_1 + \lambda v_s \cos \theta_s, \\ y_2 = y_1 + \lambda v_s \sin \theta_s; \\ x_3 = x_4 - \lambda v_d \cos \theta_d, \\ y_3 = y_4 - \lambda v_d \sin \theta_d. \end{cases} \quad (9)$$

其中: λ 为正系数, u 的取值范围为 $[0, 1]$. 式(8)即为由贝塞尔曲线求解的曲线函数 $y = f(x)$. 将式(8)和(9)代入(4), 采用该方法的路径规划满足式(4)的端点条件, 规划的路径即满足非完整约束条件.

由式(2)和(3)可知, 在贝塞尔曲线规划中个体的运动路径需要满足导向角及曲率的约束条件; 同时, 一方面基于机器人个体在实际运行中的能耗问题考虑, 一方面为了避免机器人当前位姿至局部目标位姿的规划路径过长, 导致在假设采样时间间隔内无法到达局部目标位姿的情况. 设定贝塞尔曲线规划的路径长度需小于初始点与目标点之间距离的 1.5 倍, 即

$$L \leq L_{\max} = 1.5d_{p^i p^{io}}. \quad (10)$$

在维持个体初始、目标点线速度 $v_s = v_d$ 的情况下, 设置参数 $\lambda = 1$, 基于距离阈值 L_{\max} 的设定, 分两种情况考虑个体的路径规划.

1) $L \geq L_{\max}$. 当利用基本贝塞尔曲线规划出的路径长度大于阈值 L_{\max} 时, 可通过调整个体的目标方向角度来调整规划路径的长度, 即在个体当前方向角 θ_s 和由式(7)所确定的参考目标方向角 θ_d 的范围之间寻找使得规划路径长度满足预设阈值且长度最短的优化目标方向角 θ_{dbest} . 在当前方向角至参考目标方向角的范围内寻找优化目标方向角度, 实际上是将个体的角度收敛分解化, 将针对参考目标方向角的一步收敛分解为多步收敛, 因此并不会影响最终的速度匹配行为. 本文利用粒子群算法求解满足路径阈值, 且路径长度最短的个体近似最优目标方向角, 将目标方向角度作为设计变量, 式(3)为曲率约束条件, 通过求解有约束的最优化问题 $\min(L) = L(\theta_{\text{dbest}})$, 使得个体在实际运动中能够以合理的曲率运行较短路径.

2) $L < L_{\max}$. 在起始、目标点运动状态确定的情况下, 当利用式(8)和(9)规划出的路径长度小于阈值 L_{\max} 时, 若路径满足式(3)的曲率约束条件, 则个体可直接按照规划出的路径运行; 若不满足式(3)的约束条件, 则类似于情况 1), 通过调整个体目标方向角度使个体以合理的曲率运行最短的路径.

引理 1 系统邻居图 G 的拉普拉斯矩阵 $L_a(G)$ 的第 2 小特征值 λ_2 为系统的代数连通度, 当 $\lambda_2 \geq 0$ 时, 系统的邻居关系图连通, λ_2 的值越大, 系统的连通性能越好^[6].

定理 1 由 N 个存在相互作用的非完整约束移

动机器人个体组成的群体系统中, 如果存在一个以 $t_0 = 0$ 为初始值的非空有界无穷时间区间序列 $[t_i, t_{i+1})$, $i \geq 0$, 在每个时间区间内系统的邻居关系图 G 是联合连通的, 则

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) = \theta_{ss} \mathbf{1}, i \in V.$$

其中: $\mathbf{1} = [1, \dots, 1]^T$, θ_{ss} 依赖于个体的初始状态 $\{\theta_i(0), x_i(0), y_i(0), i = 1, 2, \dots, n\}$ 、速度和感知半径^[10]. 因此, 个体按照情况 1) 和 2) 中的运动规划可以实现最终的匹配子行为.

证明 由引理 1 及文献 [10] 可知, 在有限时间区间内系统邻居图的代数连通度 $\lambda_2 > 0$, 邻居关系图连通, 则系统中的个体运动方向最终会收敛于某个值. 在初始分布连通的情况下, 位置控制方程 (5) 可实现群体的位置集聚并维持运动过程中的全局连通性, 从而为实现个体运动方向角度收敛提供连通性保障. 匹配子行为是渐近的运动过程, 个体在式 (7) 的更新规则下不断减小自身与邻居个体运动方向角度的差异, 虽然规划中每一步目标方向角度的数值可能会有所调整, 但个体在多步规划中仍然会实现最终的速度匹配.

3.4 避碰子行为

假设机器人个体在无障碍物环境下运行, 群体中个体需维持彼此在对方的最小安全距离 ρ 以外, 考虑实际运行过程中个体间可能产生的运行冲突问题, 在执行上述规划策略的同时将机器人行为设置为以下两种行为模式: `move_to_goal` 行为和 `avoid_robot` 行为. `move_to_goal` 行为是机器人个体按规划路径趋向目标点的运动行为; `avoid_robot` 行为是运行过程中为躲避高优先级机器人而重新执行规划的行为. 机器人的优先级根据各机器人当前位置与潜在碰撞位置的距离动态变化, 具体描述如下: 计算采样时间间隔内机器人个体按规划路径前行的轨迹长度 $v_s \cdot \Delta t$, 其中 Δt 为个体获取邻居个体状态信息的采样时间间隔, 以该段轨迹上各点为圆心, ρ 为半径构成的区域内若存在其他邻居机器人, 则对当前机器人而言, 行进区域存在潜在碰撞, 该邻居机器人优先级高于当前机器人, 当前机器人执行 `avoid_robot` 行为; 若不存在其他邻居机器人, 则当前机器人执行 `move_to_goal` 行为.

4 仿真结果及分析

本文在 Matlab 仿真平台中对非完整约束移动机器人个体进行蜂拥行为仿真. 在 20×20 区域中随机生成 20 个个体并做无周期边界运动, 个体运动速度 $v = 1.5$, 感知半径 $R = 15$, 运动方向角度 $\theta \in [0, 2\pi)$, 粒子群算法中参数取值 $c_1 = c_2 = 1$, $\omega' = 1$. 由于个体

间的避碰行为可视作并行执行的反应式行为, 仿真中每个个体的运动规划程序为串行执行, 当群体规模增大时, 增加碰撞检测过程将会使仿真程序耗时过长, 因此本文只给出定性分析, 仿真中暂不考虑避碰规则.

由图 2 和图 3 可知, 在本文的蜂拥控制算法下, 非完整约束机器人个体可以实现聚合和匹配的子行为. 由图 2 中个体运动轨迹图可以看出, 经过本文的优化贝塞尔曲线规划, 个体的运动路径符合非完整约束机器人实际运动中导向角及曲率约束条件. 由于规划中将部分个体的角度收敛由一步分解为多步, 导致匹配子行为的实现过程较长, 在聚合子行为完成后得以实现.

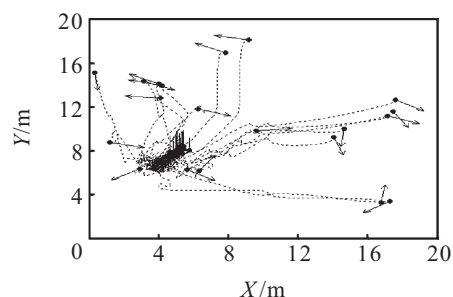


图 2 群体运动轨迹图 ($n = 20, R = 15$)

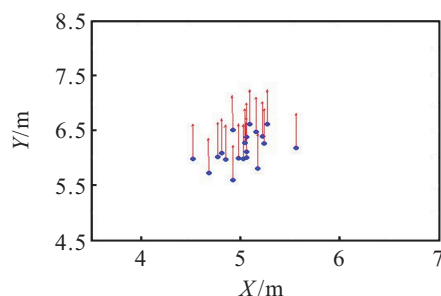


图 3 群体最终状态局部图 ($n = 20, R = 15$)

图 4 为蜂拥运动过程中群体的连通性指标变化图. 在群体初始连通的情况下, 系统的代数连通度始终保持 $\lambda_2 > 0$, 说明本文中基于最小外接圆圆心的控制方法可以维持系统在运动过程中的全局连通性能, 从而为群体实现最终的聚合和速度匹配行为提供了保证.

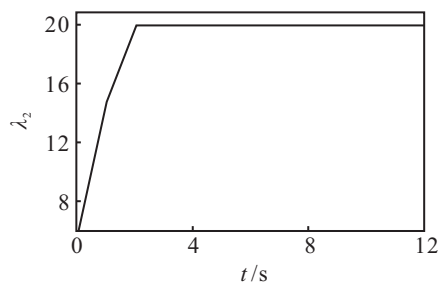


图 4 运动过程中系统的连通性指标 ($n = 20, R = 15$)

图 5 为个体运动路径对比图. 在相同起始运动状态和相同目标运动状态下, 路径 1 和 2 分别为个体在传统贝塞尔曲线路径规划及本文所提出的优化贝塞尔曲线路径规划两种不同情况下的运动路径, θ_s 和 θ_d 为个体的初始及目标运动方向角度. 在两条路径中分别获取 11 个采样点观察个体的运动变化, 每个点的箭头指向为机器人运动方向. 由图 5 可知: 路径 1 平滑且满足曲率约束条件, 最终运动方向为 θ_d , 但是路径长度超过阈值 L_{\max} , 实际运动中能耗代价较大; 路径 2 为情况 1) 中结合目标方向角度优化的路径, 满足曲率约束条件并且长度最短, 个体最终运动方向为粒子群算法所求得的满足路径最短的近似最优方向角度 θ_{dbest} . 由于蜂拥控制中个体的运动方向是逐步变化的, 此时改变目标方向角是将个体的速度匹配分解化, 虽然此处 θ_d 调整为 θ_{dbest} , 但是后续运动中个体的运动方向角会在逐步规划中实现最终的一致, 不会影响群体最终的速度匹配行为.

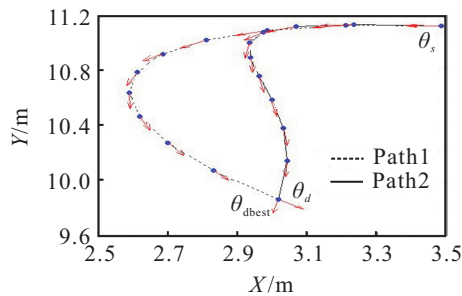


图 5 个体运动路径对比图

5 结 论

本文在非完整约束移动机器人群体蜂拥行为的研究中考虑了群体位置拓扑连通性能的重要性, 利用基于局部感知信息的最小外接圆圆心的控制方法维持了系统运动过程中的全局连通性能, 体现了蜂拥局部涌现全局的本质思想. 由运动更新规则确定个体的参考目标位姿, 并结合优化算法和贝塞尔曲线方程规划个体的运行路径, 实现了群体的聚合及匹配子行为. 仿真结果显示, 群体在运动过程中始终保持全局连通, 经过优化的贝塞尔曲线路径规划能够保证非完整约束移动机器人在符合实际运动特性的情况下运行最短路径.

参考文献(References)

- [1] Reynolds C W. Flocks, herds, and schools: A distributed behavioral model[J]. *Computer Graphics(ACM)*, 1987, 21(4): 25-34.
- [2] Olfati S R, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1520-1533.
- [3] Gazi V, Passino K M. Stability analysis of swarms[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2003, 48(4): 592-597.
- [4] 陈世明, 方华京. 大规模移动智能群体的建模及联合行为分析[J]. *控制与决策*, 2005, 20(12): 1392-1396. (Chen S M, Fang H J. Modeling and stability analysis of large-scale intelligent swarm[J]. *Control and Decision*, 2005, 20(12): 1392-1396.)
- [5] Michael M Zavlanos, Herbert G T, Ali J. Hybrid control for connectivity preserving flocking[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2009, 54(12): 2869-2875.
- [6] Yang P, Freeman R A, Gordon G J. Decentralized estimation and control of graph connectivity for mobile sensor networks[J]. *Automatica*, 2010, 46(2): 390-396.
- [7] Qin L, Zhong P J. Flocking of decentralized multi-agent systems with application to nonholonomic multi-robots[C]. *Proc of the 17th World Congress of the Int Federation of Automatic Control*. Soul: IFAC Press, 2008: 9344-9349.
- [8] Gabriel H E, Robert J K. A lightweight formation control methodology for a swarm of non-holonomic vehicles[C]. *Proc of the IEEE Aerospace Conf*. New York: IEEE Press, 2006: 931-938.
- [9] 曹洋, 方帅, 徐心和. 加速度约束条件下的非完整移动机器人运动控制[J]. *控制与决策*, 2006, 21(2): 193-196. (Cao Y, Fang S, Xu X H. Motion control of nonholonomic mobile robot under acceleration constrains[J]. *Control and Decision*, 2006, 21(2): 193-196.)
- [10] 陈世明, 舒娟, 聂森, 等. 一类改进的 Vicsek 模型的收敛性能[J]. *信息与控制*, 2011, 40(3): 318-322. (Chen S M, Shu J, Nie S, et al. Convergence efficiency of a class of improved Vicsek model[J]. *Information and Control*, 2011, 40(3): 318-322.)