

# 深空探测中多普勒的建模与应用

曹建峰<sup>1,2</sup>, 黄 勇<sup>1</sup>, 胡小工<sup>1</sup>, 胡松杰<sup>2</sup>

(1. 中国科学院上海天文台, 上海 200030; 2. 北京航天飞行控制中心, 北京 100094)

**摘 要:** 针对深空探测中的多普勒观测资料的单程和三程模式, 分别给出了瞬时和积分的观测模型, 双程多普勒观测模型是三程模式的一个特殊情况。通过比较瞬时和积分多普勒的差异, 推断在积分周期取得足够小时, 瞬时观测模型与积分模型是一致的。利用 2009 年 8 月份对火星探测器 MEX 的三程多普勒测轨资料的处理, 检验了三程多普勒资料观测模型的正确性, 利用约一个圈次 8 小时三程多普勒数据进行轨道计算, 定轨结果与欧空局重建轨道位置差约几百米。

**关键词:** 深空探测; 多普勒; 观测模型; 轨道计算

**中图分类号:** V412.4<sup>+</sup>1

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-1328(2011)07-1583-07

**DOI:** 10.3873/j.issn.1000-1328.2011.07.022

## Modeling and Application of Doppler Data in Deep Space Exploration

CAO Jian-feng<sup>1,2</sup>, HUANG Yong<sup>1</sup>, HU Xiao-gong<sup>1</sup>, HU Song-jie<sup>2</sup>

(1. Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China;

2. Beijing Aerospace Control Center, Beijing 100094, China)

**Abstract:** In this article, the models of instantaneous and integral Doppler for one-way and three-way modes are discussed respectively. The two-way Doppler is a special case for the three-way mode. Comparing the differences between the instantaneous and integral Dopplers, the inferred models of integral and instantaneous Doppler, is consentaneous, when the integral period is small enough. The three-way observation model is checked by analyzing the three-way Doppler tracking data of MEX in the period of August, 2009. The location differences are about several hundred meters between the Doppler-based orbit solution of 8 hours arc length (about 1 cycle) and ESA's reconstructed orbit.

**Key words:** Deep-space exploration; Doppler; Observation model; Orbit determination

### 0 引 言

深空探测是当今世界科技发展的前沿领域, 具有很强的基础性和创新性。广义上讲, 对于大于等于地月距离的天体开展探测活动就是深空探测。在美国航空航天局(NASA)的空间探测发展规划和计划中, 则统一简称为“空间探测”。

在美国的深空探测计划中, 深空网(Deep Space Network, DSN)发挥了至关重要的作用。测轨主要依赖于多普勒测速和测距技术, 双程多普勒测速因为是同频源测量可得到高精度的视向速度测量, 但

需要发射较强的上行信号以保证一定信噪比的回波。随着航天器星载高精度频标的使用, 不需要发射上行的单程多普勒测速跟踪技术也具有重要价值<sup>[1]</sup>。Mariner 9、Viking 1-2 的测轨数据主要为 S 波段双程多普勒, 60s 积分双程多普勒测量的噪声水平约为 1mm/s<sup>[2-3]</sup>。欧空局(ESA)发往火星的探测器火星快车(Mars Express, MEX)的测轨主要依赖于 S 和 X 波段的双程和三程多普勒, S 和 X 波段多普勒测量噪声分别约为 1.2mm/s 和 0.2mm/s(1s 积分)<sup>[4]</sup>。ESA 发往金星的探测器金星快车(Venus Express, VEX)也依赖于多普勒测量<sup>[5]</sup>。为适应

2012 年的“哥伦布”水星探测任务需求,ESA 还打算建设更多的深空站,并进一步增加差分 DOR 测量元素,以进一步提高航天定轨精度。高精度多普勒测量在深空探测中已经得到广泛应用。

“萤火 1 号”(YH-1)是我国首个火星探测计划,该计划作为中国与俄罗斯的太空合作项目之一,其轨道支持将由国内地面测控系统完成,地面测控模式主要为 VLBI 测量网和单程多普勒方式<sup>[6]</sup>。

多普勒测轨技术在国内外的深空探测中均已开始了广泛应用,并取得了良好收益。国内多普勒测轨技术的成功应用目前还主要集中在地球卫星,最远的也就是月球卫星。上海天文台先后三次对 MEX 进行了观测,成功获取了 VLBI 观测量和三程多普勒测量。不同于地球卫星的多普勒测量,深空探测中的多普勒的建模更为复杂,必须考虑相对论效应的影响。尤其是单程多普勒,必须考虑星上原时的变化差异,该变化不可忽略且无法直接求解;单程多普勒还必须考虑星上晶振的不稳定性,这种系统性的偏差不可作为常值偏差直接扣除。

本文主要对深空探测多普勒资料进行建模处理,比较积分多普勒与瞬时多普勒的差异,并应用最新对 MEX 卫星观测的三程多普勒资料进行处理,检验观测模型的正确性。本文的工作对我国的深空探测有一定的参考意义,可以直接应用于正在开展的 YH-1 火星探测工程。

## 1 多普勒资料的观测模型

根据通信系统的上行链路和下行链路的构型可以将台站对航天器的跟踪划分为单程(One-way)、双程(Two-way)和三程(Three-way)模式<sup>[7]</sup>。单程模式是星载晶振产生下行信号,由地面台站接收跟踪信号,这种模式只有下行链路;双程模式是由地面台站向探测器发射上行信号,星上转发器接收上行信号,并产生一个相干的下行信号,由地面台站接收;三程模式与双程模式相类似,只是双程上行发射站与下行接收站相同,而三程的接收站与发射站不同。这三种模式中,双程模式是一种闭环跟踪模式,而单程和三程模式是开环跟踪模式,其通讯链路两端开放<sup>[8]</sup>。

瞬时多普勒的测量在实现上有两种方式,把积分周期取得很小,近似认为是瞬时多普勒,另一种方

式是对正弦波进行拟合,给出任意时刻的频率<sup>[9-10]</sup>。计算积分多普勒,当积分周期取的非常小时(比如 0.1s),由于计算误差的影响,会导致计算精度低于观测精度,因此本文对积分多普勒进行单独建模。

本节主要对单程瞬时、积分多普勒,三程瞬时、积分多普勒进行建模,将三程多普勒观测模型的下行站改成与上行站相同即是双程多普勒观测模型。图一为单程和三程多普勒的示意图,为了统一,上行时刻用下标 1 表示,下行或转发时刻用下标 2 表示,接收时刻用下标 3 表示;上行链路方向矢量为 $\vec{n}_{12}$ ,下行链路方向矢量为 $\vec{n}_{23}$ ;上行测站为 STA1,下行测站为 STA3,下文不再详细说明。

以下观测模型的建立都使用频率表示,频率和多普勒测速的关系为<sup>[10-11]</sup>

$$\dot{\rho} = \left(1 - \frac{f_r}{Mf_s}\right)c \quad (1)$$

其中  $M$  为星上转发比, $f_r$  为接收频率,是测量量, $f_s$  为发射频率,一般已知, $c$  为光速。本节主要建立  $f_s$  与  $f_r$  之间的转换关系。

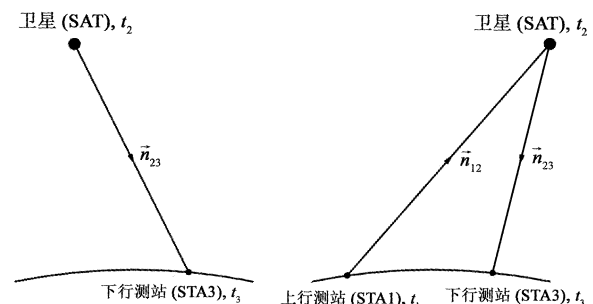


图 1 单程与三程多普勒示意图

Fig. 1 One-way and three-way doppler tracking models

### 1.1 单程积分多普勒

单程积分多普勒的观测量是地面站接收信号频率相对星载标准频率的偏移量  $f_D$ , 通过测量一个积分周期内的周计数得到,即

$$f_D = f_r - f_0 = \frac{N_c}{\Delta T} + \delta f + \nu \quad (2)$$

其中  $f_r$  表示接收端接收信号频率, $f_0$  表示地面接收站本振频率, $N_c$  为一个积分周期内的周计数, $\Delta T$  为一个积分周期, $\delta f$  观测系统误差, $\nu$  为观测随机误差<sup>[11]</sup>。

地面接收站的一个积分周期 ( $\Delta T$ ) 内累积的多

普勒周计数( $N_c$ ) 的变化可以推导出多普勒观测量。对于给定的地面测站,连续的多普勒观测有连续的积分周期。积分周期可以短到 0.1s,也可以长到半天(43200s),典型的积分周期是几秒到几千秒的区间。

对于  $N_c$  有

$$N_c = \int_{t_s}^{t_e} (f_R - f_0) dt = \int_{t_s}^{t_e} f_R dt - f_0 \Delta T$$

$$= \int_{\tau_s}^{\tau_e} f_s d\tau - f_0 \Delta T \quad (3)$$

其中  $f_0$  为地面接收站的本振频率,小写的下标  $s, e$  表示积分起始和结束,  $t$  表示地面测站时间,一般采用 UTC 时间系统,  $\tau$  表示星上原时。

首先考虑比较理想的状态,星上晶振没有频漂,即发射标准频率  $f_s$  是一个常数,对上式展开有

$$f_R \Delta T = f_s (\tau_e - \tau_s) = f_s \Delta \tau \quad (4)$$

为了方便区分,  $\Delta T$  为接收端一个积分周期,  $\Delta \tau$  为接收端一个积分周期对应的星上发射端的原时差。

考虑到深空探测中光行时一般在广义相对论太阳系质心坐标系下建立,且星上的原时差直接求解有一定难度,本文对原时差进行以下公式变换,以方便求解。

$$\Delta \tau = \tau_{s,e} - \tau_{s,s}$$

$$= (\text{UTC}_{3,e} - \text{UTC}_{3,s}) -$$

$$[(\text{TDB}_3 - \text{TDB}_2)_e - (\text{TDB}_3 - \text{TDB}_2)_s] -$$

$$[(\text{TDB}_2 - \tau_2)_e - (\text{TDB}_2 - \tau_2)_s] +$$

$$[(\text{TDB}_3 - \text{UTC}_3)_e - (\text{TDB}_3 - \text{UTC}_3)_s] \quad (5)$$

其中第 1 项为积分起始结束时刻地面接收站的 UTC 差;第 2 项表示积分起始、结束,信号传播的 TDB 时间差,表征信号传播路径长度的差异;第 4 项表示积分起始结束 TDB 时间与原时(UTC)差的变化,依据 IAU 协议计算,第 3 项表示 TDB 时间与星上原时差的变化,具体计算见以下推导。

将  $\Delta \tau$  代入接收与发射频率的关系得到,

$$\frac{f_R}{f_s} = \frac{\Delta \tau}{\Delta T} = 1 -$$

$$\frac{1}{\Delta T} [(\text{TDB}_3 - \text{TDB}_2)_e - (\text{TDB}_3 - \text{TDB}_2)_s] -$$

$$\frac{1}{\Delta T} [(\text{TDB}_2 - \tau_2)_e - (\text{TDB}_2 - \tau_2)_s] +$$

$$\frac{1}{\Delta T} [(\text{TDB}_3 - \text{UTC}_3)_e - (\text{TDB}_3 - \text{UTC}_3)_s] \quad (6)$$

TDB 与原时差的变化可以表示成以下形式,

$$\Delta(\text{TDB} - \tau) = \int_{\text{TDB}_s}^{\text{TDB}_e} I dt \quad (7)$$

其中  $I = 1 - \frac{d\tau}{dt} = \frac{1}{c^2} \left( \frac{GM}{r} + \frac{1}{2}v^2 \right) - L_B$

$L_B$  为  $\frac{GM}{r} + \frac{1}{2}v^2$  的长期平均,  $\frac{GM}{r}$  为摄动天体的引力势,  $v$  为地面测站活探测其在太阳系质心坐标系下的速度<sup>[11-12]</sup>。

将  $I$  展开为 TDB 的二次多项式,简单变换后代入 TDB 与原时的差的关系式

$$\Delta(\text{TDB} - \tau) = \frac{1}{2}(I_s + I_e)T +$$

$$\frac{1}{12}(\dot{I}_s - \dot{I}_e)T^2 + O(T^3) \quad (8)$$

星处  $I, \dot{I}$  的计算公式中各项影响见表 1, 对于 0.1mm/s (相对于 X 波段 10mHz) 的测量精度,可以仅考虑太阳、木星及速度三项的影响,其他大行星的影响均可以忽略。对于百秒以内的积分周期,可以忽略二次项。考虑到  $I, \dot{I}$  的量级,一次项可以进行以下简化

$$\Delta(\text{TDB} - \tau) = \frac{1}{2}(I_s + I_e)T \approx I_e T \quad (9)$$

其中  $I_e$  为积分中间时刻的  $I$  值。

表 1 太阳、大行星及探测器速度对  $I$  及其导数的影响量级

Table 1 Impact magnitude on  $I$  for Sun, Planets and probe's velocity

天体, $V$	$I$	$\dot{I}$
水星	$10^{-15}$	$10^{-22}$
金星	$10^{-14}$	$10^{-21}$
地球	$10^{-13}$	$10^{-20}$
火星	$10^{-14}$	$10^{-21}$
木星	$10^{-12}$	$10^{-19}$
土星	$10^{-13}$	$10^{-20}$
天王星	$10^{-14}$	$10^{-22}$
海王星	$10^{-14}$	$10^{-22}$
冥王星	$10^{-18}$	$10^{-26}$
太阳	$10^{-8}$	$10^{-16}$
探测器速度	$10^{-8}$	$10^{-15}$

在 YH-1 探测任务中,多普勒积分周期不会超过几十秒,可以舍去二阶项。因此

$$\frac{f_R}{f_s} = 1 - \frac{1}{\Delta T} [(\text{TDB}_3 - \text{TDB}_2)_e -$$

$$(\text{TDB}_3 - \text{TDB}_2)_s] +$$

$$\frac{1}{\Delta T} [I_{3,e} \Delta \text{TDB}_3 - I_{2,e} \Delta \text{TDB}_2] \quad (10)$$

多普勒测量精度受频标稳定性的影响。对 YH-1 卫星的轨道测量将采用 X 波段的三点频无调制信号, 标称频率分别为: 8402, 8424 和 8446 MHz<sup>[7]</sup>。星上高稳定频率源输出稳定度达到  $10^{-12}/s$  量级的频率标准信号, 这反映到测量精度上大约为 0.3 mm/s。因此, 有必要对星上晶振的不稳定性进行求解。

考虑到星上晶振的不稳定性, 我们用卫星处原时做自变量, 以二阶多项式的形式来表示星上发射

$$\int_{\tau_s}^{\tau_e} f_s(\tau) d\tau = (f_s^0 + \Delta f_s^0) \Delta\tau + f_s^1 \left[ \frac{1}{2} (\text{TDB}_{2,s} + \text{TDB}_{2,e}) - \text{TDB}_0 \right] \Delta\tau + f_s^2 \left\{ \left[ \frac{1}{2} (\text{TDB}_{2,s} + \text{TDB}_{2,e}) - \text{TDB}_0 \right]^2 + \frac{1}{12} \Delta T^2 \right\} \Delta\tau + f_s^2 \left[ -\frac{\Delta T}{6c} (\rho_e - \rho_s) + \frac{(\rho_e - \rho_s)^2}{12c^2} \right] \Delta\tau \quad (12)$$

其中  $\rho_s, \rho_e$  分别表示积分起始结束时刻信号传播的路径长度。代入公式  $N_c$ , 丢弃高阶项  $O(c^{-1})$  后, 化简得到

$$\frac{f_R}{f} = 1 - \frac{1}{\Delta T} [ (\text{TDB}_R - \text{TDB}_s)_e - (\text{TDB}_R - \text{TDB}_s)_s ] + \frac{1}{\Delta T} [ I_{R,c} \Delta \text{TDB}_R - I_{s,c} \Delta \text{TDB}_s ] \quad (13)$$

其中

$$f = (f_s^0 + \Delta f_s^0) + f_s^1 \left[ \frac{1}{2} (\text{TDB}_{2,s} + \text{TDB}_{2,e}) - \text{TDB}_0 \right] + f_s^2 \left\{ \left[ \frac{1}{2} (\text{TDB}_{2,s} + \text{TDB}_{2,e}) - \text{TDB}_0 \right]^2 + \frac{1}{12} \Delta T^2 \right\}$$

星上晶振的变化是相对星上原时, 对用星上原时表示的严格表达式进行计算简化发现, 使用 TDB 时间系统也能满足精度要求。当  $f_s^0, \Delta f_s^0, f_s^1, f_s^2$  均为 0 时, 上式退化到星上晶振理想状态下的公式。

## 1.2 单程瞬时多普勒

瞬时与积分模式的测量原理相同, 设下行信号在发射时刻  $t_2$  位于  $\vec{r}_{\text{SAT}}(t_2)$ , 下行信号接收站在接收时刻  $t_3$  位于  $\vec{r}_{\text{STA3}}(t_3)$ <sup>[11-12]</sup>。

$$\frac{f_R}{f_s} = \frac{d\tau_2}{dt_2} \frac{dt_2}{d\tau_3} \frac{d\tau_3}{dt_3} \quad (14)$$

从度规有

频率  $f_s$ ,

$$f_s(\tau) = f_s^0 + \Delta f_s^0 + f_s^1 (\tau - \tau_0) + f_s^2 (\tau - \tau_0)^2 \quad (11)$$

其中  $f_s^0, \Delta f_s^0$  分别表示星上晶振在  $\tau_0$  时刻的频率, 频率偏差,  $f_s^1, f_s^2$  表示晶振在  $\tau_0$  时刻的频率一阶、二阶变率。

考虑到星上晶振  $10^{-12}/s$  量级的高精度, 对  $f_s(\tau)$  的积分可以写成以下形式

$$\frac{d\tau_2}{dt_2} = 1 - \frac{GM}{c^2 r_{\text{SAT}}} - \frac{v_{\text{SAT}}^2}{2c^2} + L_B \quad (15)$$

$$\frac{d\tau_3}{dt_3} = 1 + \frac{GM}{c^2 r_{\text{STA3}}} + \frac{v_{\text{STA3}}^2}{2c^2} - L_B \quad (16)$$

时延公式为

$$c(t_3 - t_2) = |\vec{r}_{\text{STA3}}(t_3) - \vec{r}_{\text{SAT}}(t_2)| + \text{RLT}_{23} \quad (17)$$

其中 RLT 为信号传播路径中的引力延迟。

导出

$$c \left( 1 - \frac{dt_2}{dt_3} \right) = (\vec{v}_{\text{STA3}}(t_3) - \vec{v}_{\text{SAT}}(t_2)) \frac{dt_2}{dt_3} \cdot \vec{n}_{23} + \frac{d}{dt_R} \text{RLT}_{23} \quad (18)$$

其中  $\vec{n}_{23}$  为从探测器到测站的方向向量。从中解出

$$\begin{aligned} \frac{dt_2}{dt_3} &= 1 + \frac{1}{c} (\vec{v}_{\text{SAT}} - \vec{v}_{\text{STA3}}) \cdot \vec{n}_{23} - \\ &\frac{1}{c^2} (\vec{v}_{\text{STA3}} \cdot \vec{n}_{23}) (\vec{v}_{\text{SAT}} \cdot \vec{n}_{23}) + \\ &\frac{1}{c^2} (\vec{v}_{\text{SAT}} \cdot \vec{n}_{23})^2 - \\ &\frac{1}{c} \frac{d}{dt_3} \text{RLT}_{23} + O(c^{-4}) \end{aligned} \quad (19)$$

合并就有

$$\begin{aligned} \frac{f_R}{f_s} &= 1 + \frac{1}{c} (\vec{v}_{\text{SAT}} - \vec{v}_{\text{STA3}}) \cdot \vec{n}_{23} - \\ &\frac{1}{c^2} (\vec{v}_{\text{STA3}} \cdot \vec{n}_{23}) (\vec{v}_{\text{SAT}} \cdot \vec{n}_{23}) + \end{aligned}$$

$$\frac{1}{c^2}(\vec{v}_{\text{SAT}} \cdot \vec{n}_{23})^2 + \frac{GM}{c^2} \left( \frac{1}{r_{\text{STA3}}} - \frac{1}{r_{\text{SAT}}} \right) + \frac{1}{2c^2}(v_{\text{STA3}}^2 - v_{\text{SAT}}^2) - \frac{1}{c} \frac{d}{dt_3} \text{RLT}_{23} + O(c^{-3}) \quad (20)$$

上式中第 2、3、4 项为牛顿多普勒频移;第 5 项为引力红移,它是广义相对论效应;第 6 项为二阶多普勒频移,它是狭义相对论效应<sup>[4,12]</sup>。

### 1.3 三程积分多普勒

三程积分多普勒与单程积分多普勒的处理模式一样,计算一个积分周期内的周计数  $N_C$ 。

$$\begin{aligned} N_C &= \int_{t_{R,s}}^{t_{R,e}} (f_R - f_0) dt = \int_{t_s}^{t_e} f_R dt - f_0 \Delta T \\ &= \int_{\tau_{T,s}}^{\tau_{T,e}} M f_T d\tau - f_0 \Delta T \\ &= M \int_{t_{S,s}}^{t_{S,e}} f_S d\tau - f_0 \Delta T \end{aligned} \quad (21)$$

其中  $T$  表示信号转发端,  $M$  为星上转发设备的转发比,其他参数见单程积分多普勒部分说明。

考虑测站发射的上行频率为常数频率,即发射标准频率  $f_S$  是一个常数,对上式展开有

$$f_R \Delta T = M f_S (t_{S,e} - t_{S,s}) = M f_S \Delta \text{UTC}_S \quad (22)$$

其中  $\Delta T$  为接收端一个积分周期,  $\Delta \text{UTC}_S$  表示积分起始结束,信号上行时刻的 UTC 差。

与单程积分多普勒类似,我们也对  $\Delta \text{UTC}_S$  分成几部分求解,这对接收站不在地面时是非常有必要。

$$\begin{aligned} \Delta \text{UTC}_S &= (\text{UTC}_{R,e} - \text{UTC}_{R,s}) - \\ & \quad [(\text{TDB}_R - \text{TDB}_S)_e - (\text{TDB}_R - \text{TDB}_S)_s] - \\ & \quad [(\text{TDB}_S - \text{UTC}_S)_e - (\text{TDB}_S - \text{UTC}_S)_s] + \\ & \quad [(\text{TDB}_R - \text{UTC}_R)_e - (\text{TDB}_R - \text{UTC}_R)_s] \end{aligned} \quad (23)$$

代入频率积分公式有

$$\begin{aligned} \frac{1}{M} \frac{f_R}{f_S} &= 1 - \frac{1}{\Delta T} [(\text{TDB}_R - \text{TDB}_S)_e - \\ & \quad (\text{TDB}_R - \text{TDB}_S)_s] - \\ & \quad \frac{1}{\Delta T} [(\text{TDB}_S - \text{UTC}_S)_e - \\ & \quad (\text{TDB}_S - \text{UTC}_S)_s] + \\ & \quad \frac{1}{\Delta T} [(\text{TDB}_R - \text{UTC}_R)_e - \\ & \quad (\text{TDB}_R - \text{UTC}_R)_s] \end{aligned} \quad (24)$$

### 1.4 三程瞬时多普勒

星上接收频率与发射的上行频率的关系为

$$\frac{f_2}{f_s} = \frac{d\tau_s}{dt_s} \frac{dt_s}{dt_2} \frac{dt_2}{d\tau_2} \quad (25)$$

测站接收的下行频率与星上的转发频率关系为

$$\frac{f_R}{f_2} = \frac{f_R}{M f_2} = \frac{d\tau_2}{dt_2} \frac{dt_2}{dt_R} \frac{dt_R}{d\tau_R} \quad (26)$$

接收频率与发射频率的关系为

$$\frac{f_R}{f_S} = M \frac{d\tau_s}{dt_s} \frac{dt_s}{dt_2} \frac{dt_2}{dt_R} \frac{dt_R}{d\tau_R} \quad (27)$$

其中  $\frac{dt_s}{dt_2}, \frac{dt_2}{dt_R}$  表达式如下

$$\begin{aligned} \frac{dt_2}{dt_R} &= \frac{1}{c - (\dot{\vec{r}}_{\text{SAT}} \cdot \vec{n}_{23})} \left( c - (\dot{\vec{r}}_{\text{STA3}} \cdot \vec{n}_{23}) - \frac{d}{dt_R} \text{RLT}_{23} \right) \\ &= \frac{c - (\dot{\vec{r}}_{\text{STA3}} \cdot \vec{n}_{23})}{c - (\dot{\vec{r}}_{\text{SAT}} \cdot \vec{n}_{23})} - \frac{d}{dt_R} \text{RLT}_{23} + O(c^{-4}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dt_s}{dt_2} &= \frac{1}{c - (\dot{\vec{r}}_{\text{STA1}} \cdot \vec{n}_{12})} \left( c - (\dot{\vec{r}}_{\text{SAT}} \cdot \vec{n}_{12}) - \frac{d}{dt_R} \text{RLT}_{12} \right) \\ &= \frac{c - (\dot{\vec{r}}_{\text{SAT}} \cdot \vec{n}_{12})}{c - (\dot{\vec{r}}_{\text{STA1}} \cdot \vec{n}_{12})} - \frac{d}{dt_R} \text{RLT}_{12} + O(c^{-4}) \end{aligned}$$

其中  $\vec{n}_{12}$  为上行信号的方向矢量,  $\vec{n}_{23}$  为下行信号的方向矢量。

合并后丢弃高阶项有

$$\begin{aligned} \frac{1}{M} \frac{f_R}{f_S} &= \left( \frac{c - (\dot{\vec{r}}_{\text{STA3}} \cdot \vec{n}_{23})}{c - (\dot{\vec{r}}_{\text{SAT}} \cdot \vec{n}_{23})} \right) \cdot \left( \frac{c - (\dot{\vec{r}}_{\text{SAT}} \cdot \vec{n}_{12})}{c - (\dot{\vec{r}}_{\text{STA1}} \cdot \vec{n}_{12})} \right) - \\ & \quad \frac{1}{c} \cdot \frac{d}{dt_R} (\text{RLT}_{12} + \text{RLT}_{23}) + \frac{GM}{c^2} \left( \frac{1}{r_R} - \frac{1}{r_S} \right) + \\ & \quad \frac{1}{2c^2} (v_R^2 - v_S^2) + O(c^{-3}) \end{aligned} \quad (28)$$

### 1.5 瞬时与积分多普勒差异的比较

我们模拟计算了一颗半长轴为 7000km,轨道周期 4.94 小时的圆轨道的火星卫星的单程,三程多普勒观测资料,共计算了瞬时,1s, 5s 和 10s 积分周期各四组观测资料,比较它们的差异。图中 1s, 5s, 10s 分别表示三个积分周期的多普勒资料, instantaneous 表示瞬时模式下的多普勒资料。从图中更可以发现,瞬时多普勒与积分多普勒存在着一定的差异,且随着积分周期的增加,差异也在增大,而且这种差异的周期与轨道周期相同。其中 1s 积分周期的多普勒与瞬时多普勒的差异最小,最大为

0.1mm/s,可以推断在积分周期取的足够小时,瞬时与积分多普勒的差异可以忽略,也说明了瞬时和积分多普勒的一致性。

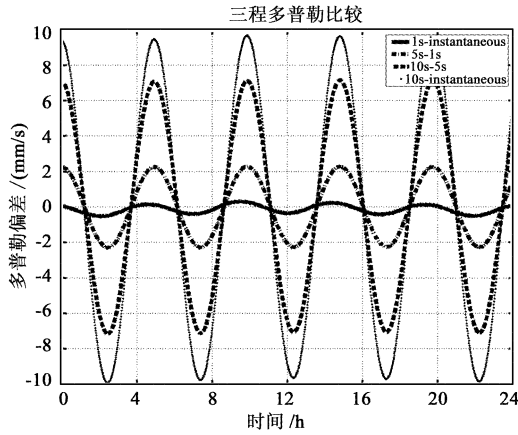


图 2 瞬时与积分多普勒的差异

Fig.2 The differences between instaneous and integral doppler

## 2 三程多普勒在火星快车轨道计算中的应用

2009年8月7日20:00至次日08:04(UTC),上海天文台组织对MEX观测实验,此次实验跟踪弧段长达8个小时。新诺舍站在X频段发射上行信号,经星上转发器转发后,分为S和X两个频段的下行信号,由国内三个VLBI测站上海、昆明和乌鲁木齐接收其下行信号,由于星上转发比的不同,此次实验分别在S频段和X频段上获取了三程多普勒数据。我们以ESA提供的测轨期间的重建轨道为基准,考查多普勒观测量的 $o-c$ 残差,使用的轨道计算软件为上海天文台自主开发的火星卫星轨道计算软件MarsODP<sup>[13]</sup>。残差图见图3,左边为重建轨道残差,右边为定轨残差。我们发现三程多普勒数据相对于ESA基准轨道有偏差,其量级大小约为几个mm/s,但是数据的随机噪声水平较小,大概为0.3mm/s。S频段上的三程多普勒与X频段上的基本情况一致,只是噪声水平稍大。引起测量量与理论计算量差别的原因包括轨道误差、介质改正误差和测量系统误差等。我们认为误差来自于轨道误差,尝试利用X波段多普勒数据进行定轨。进行轨道解算后残差拟合情况明显变好,虽然只求解了轨道参数和光压参数,并没有求解多普勒的系统偏差,但是在残差图上看到,系统偏差大大减小,定轨后三

程多普勒残差rms值约为0.37mm/s。

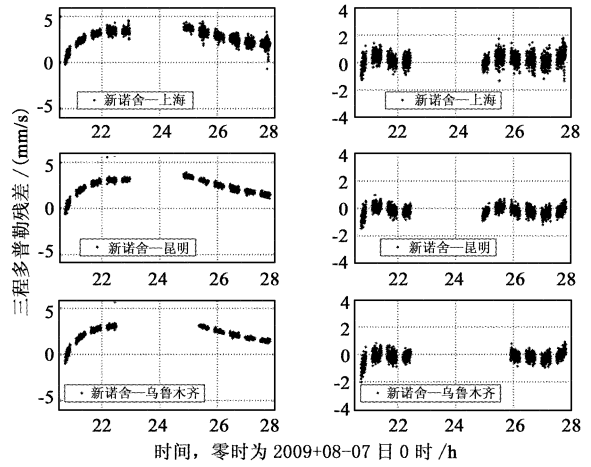


图 3 定轨前相对于 ESA 重建轨道残差及定轨残差

Fig.3 Residuals with ESA's reconstructed orbit and determined orbit

对轨道解算的星历与ESA重建轨道进行比较,两组轨道偏差的位置rms约为500m,速度rms约为0.1m/s,参见图4。两组轨道的位置偏差最大达600m,由此引起的多普勒残差变化可达4mm/s,这说明三程多普勒数据对百米量级的轨道误差非常敏感。考查解算参数的协方差可以发现,解算参数之间的相关性很强,这主要是因为测量弧段相对太短的缘故。

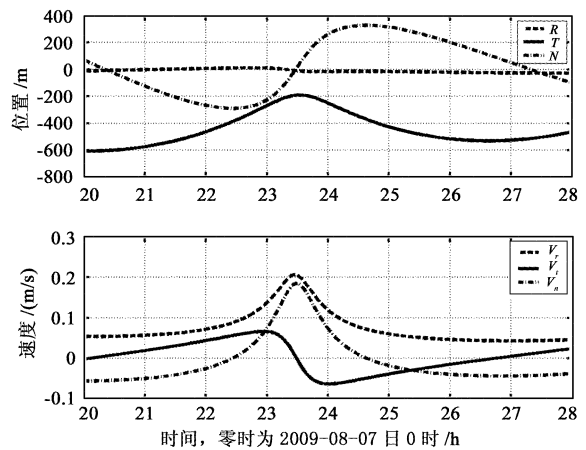


图 4 轨道解算轨道与重建轨道比较

Fig.4 The differences between ESA's reconstructed orbit and determined orbit

## 3 结束语

本文结合我国深空探测的需要,对深空探测中的多普勒资料进行建模,对单程多普勒、三程多普勒

分别给出了瞬时和积分观测模型。对于双程多普勒,只需要将三程多普勒的观测模型中的下行站改为与上行站一样即可。使用了2009年8月对MEX的三程多普勒测轨资料,对三程积分多普勒观测模型进行了检验,轨道计算结果还表明多普勒资料对轨道百米量级的变化非常敏感,多普勒资料对深空探测中高精度的轨道计算贡献显著。本文对多普勒资料观测模型的建立可以直接应用于YH-1火星探测工程及后续的深空探测,并有一定的参考意义。

**致谢:**感谢南京大学天文系黄天衣老师在本文工作中提供的帮助。

### 参 考 文 献

- [1] 李平,张纪生. NASA深空网(DSN)的现状和发展趋势[J]. 飞行器测控学报, 2003, 22(4): 10-17. [Li Ping, Zhang Ji-sheng. The current status and the future of NASA deep space network[J]. Journal of Spacecraft TT&C Technology, 2003, 22(4): 10-17.]
- [2] Born G H, Christensen E J, Ferrari A J, et al. The determination of the satellite orbit of Mariner 9[J]. Celestial Mechanics, 1974, 9: 395-414.
- [3] Lemoine F G R. Mars: The dynamics of orbiting satellites and gravity model development [D]. Boulder: Ph. D. Thesis Colorado University, 1992.
- [4] Fletcher K. Mars Express: The scientific investigations [M]. Netherlands: ESA Communication Production Office, 2009.
- [5] Titov D V, Svedhem H, McCoy D, et al. Venus express: scientific goals, instrumentation, and scenario of the mission [J]. Cosmic Research, 2006, 44(4): 334-348.
- [6] 熊蔚明,谢春坚,梁显锋,等. 萤火一号深空测控设备[J]. 空间科学学报, 2009, 29(5): 490-494. [Xiong Wei-ming, Xie Chun-jian, Liang Xian-feng, et al. Deep space TT&C equipments of YH-1 [J]. Chinese Journal Space Science, 2009, 29(5): 490-494.]
- [7] Thorton C L, Border J S. Radiometric tracking techniques for deep-space navigation [M]. Pasadena: JPL Publication, 2002.
- [8] Jian N C, Shang K, Zhang S J, et al. A digital open-loop doppler processing prototype for deep-space navigation [J]. Science in China Series G-Physics Mechanics & Astronomy, 2009, 39(10): 1849-1857.
- [9] 李济生. 人造卫星精密轨道确定 [M]. 北京: 解放军出版社, 1995.
- [10] Kruger B. A critical review of the use of doppler frequency for range and range rate measurements [M]. Greenbelt: Goddard Space Flight Center, 1965.
- [11] Moyer T D. 深空网导航数据的测量和计算公式 [M]. 刘迎春译. 北京: 清华大学出版社, 2006.
- [12] 夏一飞,黄天衣. 球面天文学 [M]. 南京: 南京大学出版社, 1995.
- [13] 黄勇,胡小工,曹建峰,等. 上海天文台火星卫星定轨软件系统 [J]. 飞行器测控学报, 2009, 28(6): 83-89. [Huang Yong, Hu Xiao-gong, Cao Jian-feng, et al. The mars satellite orbit determination software at Shanghai astronomical observatory [J]. Journal of Spacecraft TT&C Technology, 2009, 28(6): 83-89.]

作者简介:曹建峰(1982-),男,硕士,主要从事行星际轨道计算及其科学应用。

通信地址:北京航天飞行控制中心(100094)

电话:(021)64386191-614

E-mail: jfcao@shao.ac.cn

(编辑:张宇平)