

基于鲁棒 H_∞ 滤波的追踪卫星相对导航算法研究

孙兆伟¹, 邓 泓¹, 刘 皓², 仲惟超¹

(1. 哈尔滨工业大学卫星技术研究所, 哈尔滨 150001; 2. 哈尔滨工业大学控制科学与工程系, 哈尔滨 150001)

摘 要: 针对追踪卫星存在轨道机动的情况, 在模型存在不确定参数和非高斯噪声输入时, 研究了基于鲁棒 H_∞ 滤波理论的相对导航算法。该算法采用线性不等式技术, 根据 Lyapunov 稳定性原理推导出具有范数有界不确定参数离散系统的鲁棒 H_∞ 滤波器存在的充要条件, 并将滤波器的设计转化为一个凸优化的求解问题。将该算法应用到追踪卫星导航中, 仿真结果表明该算法在大轨道机动下有效且能消除模型不确定性和非高斯噪声对系统造成的不利影响。

关键词: 轨道机动; 不确定性; 非高斯噪声; 相对导航; 鲁棒滤波

中图分类号: V448

文献标识码: A

文章编号: 1000-1328(2011)07-1462-09

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2011.07.005

Relative Navigation Algorithm for Chaser Satellite Based on Robust H_∞ Filtering

SUN Zhao-wei¹, DENG Hong¹, LIU Hao², ZHONG Wei-chao¹

(1. Research Center of Satellite Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;

2. Department of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: Under the condition of the chaser satellite with orbit maneuvering, a relative navigation algorithm based on robust H_∞ filtering theory is researched, considering parametric uncertainties and non-Gaussian noise inputs. By means of the linear matrix inequality technique, the necessary and sufficient condition of the robust H_∞ filtering for discrete system with norm-bounded uncertainties is derived. The filter design is transformed into a convex optimization problem in terms of linear matrix inequality. Finally, the numerical simulation results show that the algorithm is effective in the presence of large orbit maneuver can eliminate unfavorable effects of parametric uncertainties and non-Gaussian noise inputs, and it is applied to the relative navigation of chaser satellite.

Key words: Orbit maneuver; Uncertainty; Non-gaussian noise; Relative navigation; Robust filtering

0 引 言

在空间交会中, 追踪卫星相对目标卫星轨道参数的确定是实现交会轨道设计的重要基础, 因此, 追踪卫星相对导航算法的研究, 已成为亟待解决的问题。

常用的卫星导航算法有 EKF、UKF 以及基于它们改进的滤波算法^[1-2]。但这类算法在卫星存在轨道机动时难以收敛, 因而不适用于追踪卫星的导航。因此, 有必要研究追踪卫星存在轨道机动时的相对

导航算法。此外, 这类算法建立在精确的数学模型基础上, 并假设噪声输入为严格的高斯过程或高斯序列。但实际情况往往不能满足这两个条件, 从而严重影响这类算法的精度甚至使算法失效。为此, 对不确定性和非高斯噪声具有良好鲁棒性的 H_∞ 滤波被广泛研究^[3-4]。然而, 在应用 H_∞ 滤波时, 大多数论文均采用递推形式的 H_∞ 滤波算法^[5-6], 每递推一步均需计算大量系数矩阵。本文采用 LMI (Linear Matrix Inequality) 技术设计的滤波器, 无需

递推系数阵,从而大大减少了计算量。

本文针对空间交会中追踪卫星存在轨道机动的实际情况,考虑了系统模型中存在范数有界不确定参数和非高斯噪声输入,提出了基于鲁棒 H_∞ 滤波的相对导航算法。在假设追踪卫星具有已知轨道控制律并考虑不确定参数的条件下,建立了基于 Hill 方程和间接测量的系统模型;采用 LMI 技术,推导出此类不确定系统的鲁棒 H_∞ 滤波器存在的充要条件,并将滤波器的设计转化为一个凸优化的求解问题,最后通过仿真验证了本文算法的有效性。

1 轨道相对运动和相对测量方程

1.1 相对轨道运动方程

相对参考坐标系 $O_I X_I Y_I Z_I$ 如图 1 所示,坐标原点 O_I 为目标卫星, X_I 轴沿目标卫星的矢径方向, Z_I 轴垂直于目标卫星轨道平面并与轨道角动量矢量方向一致, Y_I 与 X_I 轴和 Z_I 轴构成右手直角坐标系。

设目标卫星的轨道近似圆形,在相对参考坐标系下,可得到追踪卫星相对目标卫星运动的 Hill 方程如下所示:

$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2\omega\dot{y} - 3\omega^2x &= \frac{1}{m}F_x \\ \ddot{y} + 2\omega\dot{x} &= \frac{1}{m}F_y \\ \ddot{z} + \omega^2z &= \frac{1}{m}F_z \end{aligned} \quad (1)$$

其中, x, y 和 z 是追踪卫星在相对参考系中的相对位置分量, ω 是目标卫星的轨道角速度, m 是追踪卫星的质量, $F_i (i = x, y, z)$ 是追踪卫星的轨道控制推力在相对参考系下的各分量。

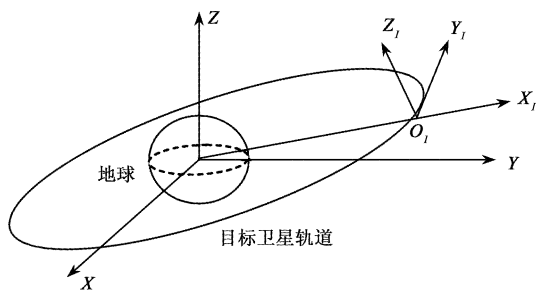


图 1 坐标系示意图

Fig.1 The coordinate systems

令状态向量为 $\mathbf{x}(t) = [x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T$, 轨道控

制输入向量为 $\mathbf{u}(t) = [F_x, F_y, F_z]^T$, 则相对运动方程可写成:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_0\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}_0\mathbf{u}(t) \quad (2)$$

其中,

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 2\omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega^2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G}_0 = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T.$$

现考虑轨道控制器具有如下结构:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}\mathbf{x}(t) \quad (3)$$

其中, \mathbf{K} 为已知的状态反馈控制增益常数阵。本文主要研究在该类轨道控制下, 追踪卫星的导航算法。

本文同时考虑了系统模型的参数不确定性。由于测量误差或空间各种复杂环境的作用, 目标卫星的轨道角速度 ω 不可能实时精确测量到, 因此可考虑:

$$\omega = \omega_0(1 + \delta) \quad (4)$$

其中, ω_0 为目标卫星的理论轨道角速度, δ 为不确定度且 $|\delta| < \bar{\delta}, \bar{\delta}$ 为不确定度幅值。

考虑上述因素后, 式(2)可写为:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A}_1 + \Delta\mathbf{A}_1 + \mathbf{G}_0\mathbf{K})\mathbf{x}(t) \quad (5)$$

其中,

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3\omega_0^2 & 0 & 0 & 0 & 2\omega_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2\omega_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_0^2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$\Delta\mathbf{A}_1 =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3\omega_0^2(2\delta + \delta^2) & 0 & 0 & 0 & 2\omega_0\delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2\omega_0\delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_0^2(2\delta + \delta^2) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

将式(5)离散化,并考虑单位强度的有色噪声 $w(k)$ 可得系统状态方程:

$$x(k+1) = (A + \Delta A)x(k) + Bw(k) \quad (6)$$

其中, $A = I + T(A_1 + G_0K)$, $\Delta A = T\Delta A_1$, T 为采样时间, B 为系统噪声系数阵。

1.2 相对轨道测量方程

利用微波雷达、光学相机等设备可以获取目标卫星相对追踪卫星的相对距离 ρ 、方位角 α 和俯仰角 β 信息^[7]。由于以直接测量 ρ, α, β 设计的测量方程是非线性方程,为减小计算量也可以采用间接测量方式^[8]。由相对距离和两个视线角按下式求取相对位置作为观测量:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = C_{bl}^{-1} \begin{pmatrix} \rho \cos \beta \cos \alpha \\ \rho \cos \beta \sin \alpha \\ -\rho \sin \beta \end{pmatrix} \quad (7)$$

其中, C_{bl} 为相对参考坐标系到追踪卫星本体系的坐标转换矩阵。

令 $y(t) = (x, y, z)^T$, 则测量方程可写为 $y(t) = Cx(t)$ 。将其离散化并考虑单位强度的有色噪声 $v(k)$ 可得系统测量方程:

$$y(k) = Cx(k) + Dv(k) \quad (8)$$

其中, D 为测量噪声系数阵,

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2 鲁棒 H_∞ 滤波问题描述

针对上述系统模型,现考虑如下不确定离散系统模型 ψ_d :

$$\psi_d: x(k+1) = (A + \Delta A)x(k) + Bw(k)$$

$$y(k) = Cx(k) + Dv(k)$$

$$z(k) = Lx(k) \quad (9)$$

其中, $x(k) \in \mathbf{R}^n$ 是状态变量, $y(k) \in \mathbf{R}^m$ 是测量输出, $z(k) \in \mathbf{R}^l$ 是待估计信号, $w(k) \in \mathbf{R}^p$ 是系统有色噪声, $v(k) \in \mathbf{R}^q$ 是测量有色噪声。 $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 、 $B \in \mathbf{R}^{n \times p}$ 、 $C \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 、 $D \in \mathbf{R}^{m \times q}$ 和 $L \in \mathbf{R}^{l \times n}$ 均是已知的实常数矩阵, $\Delta A(k)$ 是具有适当维数的实函数矩阵,表示系统的不确定性。

假设系统不确定矩阵 $\Delta A(k)$ 具有如下形式:

$$\Delta A(k) = H_a F_{\Delta a}(k) E_a \quad (10)$$

其中, H_a 和 E_a 是已知的具有适当维数的实常数矩阵,它们反映了系统不确定性的结构, $F_{\Delta a}(k) \in \mathbf{R}^{k \times j}$ 为模型中的不确定参数的实函数矩阵,且满足

$$F_{\Delta a}^T(k) F_{\Delta a}(k) \leq I \quad (11)$$

满足式(10)和式(11)的不确定参数称作范数有界不确定参数。本文就是针对具有这类不确定参数的离散系统来设计鲁棒 H_∞ 滤波器。

采用鲁棒滤波器来估计信号 $z(k)$ 并且滤波器的结构 F_d 具有如下形式:

$$F_d: x_f(k+1) = A_f x_f(k) + B_f y(k)$$

$$z_f(k) = C_f x_f(k) \quad (12)$$

其中, $x_f(k) \in \mathbf{R}^n$ 是滤波器状态变量, $z_f(k) \in \mathbf{R}^l$ 是滤波器估计变量, A_f 、 B_f 和 C_f 是具有适当维数的待确定滤波器矩阵。由此,可以得到滤波器误差系统模型 ε_d :

$$\varepsilon_d: \xi(k+1) = \bar{A}\xi(k) + \bar{B}\tau(k)$$

$$e(k) = \bar{C}\xi(k) \quad (13)$$

其中,

$$\xi(k) = [x^T(k), x_f^T(k)]^T$$

$$\tau(k) = [w^T(k), v^T(k)]^T$$

$$e(k) = z(k) - z_f(k)$$

以及

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A + \Delta A(k) & 0 \\ B_f C & A_f \end{bmatrix} \quad (14a)$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & B_f D \end{bmatrix} \quad (14b)$$

$$\bar{C} = [L \quad -C_f] \quad (14c)$$

滤波误差系统的 z 传递函数如下:

$$\Psi(z) = \bar{C}(zI - \bar{A})^{-1}\bar{B} \quad (15)$$

引入如下鲁棒 H_∞ 滤波问题:

问题 RH $_\infty$ FDSNBU (Robust H_∞ Filter for Discrete System with Norm-Bounded Uncertainties, 具有范数有界不确定参数离散系统的鲁棒 H_∞ 滤波): 给定具有式(10)不确定结构的离散系统 ψ_d , 确定滤波器 F_d 中的矩阵参数 (A_f, B_f, C_f), 使得对所有满足式(11)的 $F_{\Delta a}(k)$, 滤波器误差系统 ε_d 鲁棒渐近稳定并满足:

$$\|\Psi(z)\|_\infty < \gamma \quad (16)$$

其中, γ 是个给定的正数。满足上述条件的滤波器

称作鲁棒 H_∞ 滤波器。

3 鲁棒 H_∞ 滤波算法

为了证明本文后面给出的定理,需要引入 3 个引理。

引理 1^[9]. 给定系统 ψ_d 和滤波器 F_d , 滤波误差系统 ε_d 渐近稳定且满足式(16), 当且仅当存在一个对称正定矩阵 $P \in \mathbf{R}^{2n \times 2n}$, 使得对所有满足式(11)的 $F_{\Delta a}(k)$, 满足

$$\begin{bmatrix} -P & PA & PB & 0 \\ * & -P & 0 & \bar{C}^T \\ * & * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (17)$$

其中 $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ 满足式(14)。式中, * 表示对称阵。

引理 2^[10]. 设 Y, M 和 N 表示具有适当维数的矩阵, 其中 Y 是对称阵, 则对任意矩阵 Γ 满足 $\Gamma^T \Gamma \leq$

I , 有

$$Y + M\Gamma N + N^T \Gamma^T M^T < 0 \quad (18)$$

当且仅当存在一个常数 $\varepsilon > 0$, 使得

$$Y + \varepsilon MM^T + \varepsilon^{-1} N^T N < 0 \quad (19)$$

引理 3 (Schur 引理)^[9]. 对给定的对称矩阵 S

$$= \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}, \text{ 其中 } S_{11} \text{ 是 } r \times r \text{ 维的。以下三个条件是等价的:}$$

- a. $S < 0$;
- b. $S_{11} < 0, S_{22} - S_{21} S_{11}^{-1} S_{12} < 0$;
- c. $S_{22} < 0, S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{21} < 0$ 。

定理 1. 给定具有式(10)不确定结构的系统 ψ_d 和滤波器 F_d , 对所有满足式(11)的 $F_{\Delta a}(k)$, 滤波误差系统 ε_d 渐近稳定且满足 $\|\Psi(z)\|_\infty < \gamma (\gamma > 0)$ 的充要条件是存在常数 $\lambda > 0$ 和适当维数矩阵 $R = R^T > 0, S = S^T > 0, \bar{A}_F, \bar{B}_F, \bar{C}_F$ 满足

$$\begin{bmatrix} -R & -S & RA + \bar{B}_F C & \bar{A}_F & RB & \bar{B}_F D & 0 & RH_a \\ * & -S & SA + \bar{B}_F C & \bar{A}_F & SB & \bar{B}_F D & 0 & SH_a \\ * & * & -R + \lambda E_a^T E_a & -S & 0 & 0 & L^T & 0 \\ * & * & * & -S & 0 & 0 & -\bar{C}_F^T & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\lambda I \end{bmatrix} < 0 \quad (20)$$

且滤波器矩阵参数可表示为:

$$\begin{bmatrix} A_F & B_F \\ C_F & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S^{-1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A}_F & \bar{B}_F \\ \bar{C}_F & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

证. (必要性) 假设存在滤波器 F_d 使得滤波器误差系统渐近稳定并且满足 H_∞ 性能指标, 那么由

引理 1 可知存在 $P > 0$ 满足式(17)。将矩阵 P 分块

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ P_2^T & P_3 \end{bmatrix} \quad (22)$$

将式(10)不确定结构、式(14)和式(22)带入式(17)可得:

$$\begin{bmatrix} -P_1 & -P_2 & P_1 A + P_2 B_F C + P_1 H_a F_{\Delta a} E_a & P_2 A_F & P_1 B & P_2 B_F D & 0 \\ * & -P_3 & P_2^T A + P_3 B_F C + P_2^T H_a F_{\Delta a} E_a & P_3 A_F & P_2^T B & P_3 B_F D & 0 \\ * & * & -P_1 & -P_2 & 0 & 0 & L^T \\ * & * & * & -P_3 & 0 & 0 & -\bar{C}_F^T \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (23)$$

将式(23)变换成式(18)形式,有:

$$U + WF_{\Delta a}(k)V + V^T F_{\Delta a}(k)W^T < 0 \tag{24}$$

其中

$$U = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 & P_1 A + P_2 B_F C & P_2 A_F & P_1 B & P_2 B_F D & 0 \\ * & P_3 & P_2^T A + P_3 B_F C & P_3 A_F & P_2^T B & P_3 B_F D & 0 \\ * & * & P_1 & P_2 & 0 & 0 & L^T \\ * & * & * & P_3 & 0 & 0 & -C_F^T \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix}$$

$$W = [H_a^T P_1^T \quad H_a^T P_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$V = [0 \quad 0 \quad E_a \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

则根据引理 2 可得, 存在一个常数 $\varepsilon > 0$, 使下式成立:

$$U + \varepsilon W W^T + \varepsilon^{-1} V^T V < 0 \tag{25}$$

再对式(25)使用引理 3 可得:

$$\begin{bmatrix} U + \varepsilon^{-1} V^T V & W \\ W^T & -\varepsilon^{-1} I \end{bmatrix} < 0 \tag{26}$$

$$\begin{bmatrix} -P_1 & -P_2 P_3^{-1} P_2^T & P_1 A + P_2 B_F C & P_2 A_F P_3^{-1} P_2^T & P_1 B & P_2 B_F D & 0 & P_1 H_a \\ * & -P_2 P_3^{-1} P_2^T & P_2 P_3^{-T} P_2^T A + P_2 B_F C & P_2 A_F P_3^{-1} P_2^T & P_2 P_3^{-T} P_2^T B & P_2 B_F D & 0 & P_2 P_3^{-T} P_2^T H_a \\ * & * & -P_1 + \lambda E_a^T E_a & -P_2 P_3^{-1} P_2^T & 0 & 0 & L^T & 0 \\ * & * & * & -P_2 P_3^{-1} P_2^T & 0 & 0 & -P_2 P_3^{-T} C_F^T & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\lambda I \end{bmatrix} < 0 \tag{28}$$

定义

$$\begin{aligned} R &= P_1, S = P_2 P_3^{-1} P_2^T, \bar{A}_F = P_2 A_F P_3^{-1} P_2^T, \\ \bar{B}_F &= P_2 B_F, \bar{C}_F = C_F P_3^{-1} P_2^T \end{aligned} \tag{29}$$

并代入式(28), 即可得式(20)。

由式(29)可知

$$\begin{aligned} A_F &= P_2^{-1} \bar{A}_F P_2^{-T} P_3, B_F = P_2^{-1} \bar{B}_F, \\ C_F &= \bar{C}_F P_2^{-T} P_3 \end{aligned} \tag{30}$$

滤波器 F_d 由 $y(k)$ 到 $z_F(k)$ 的传递函数可表示为 $\Psi_{zy}(z) = C_F(zI - A_F)^{-1} B_F$ 。将式(30)代入并做适当化简可得:

不失一般性假设矩阵 P_3 是可逆的。定义矩阵函数

$$J_1 \triangleq \text{diag}(I, P_3^{-1} P_2^T, I, P_3^{-1} P_2^T, I, I, I) \tag{27}$$

用 $J \triangleq \text{diag}(J_1, I)$ 对式(26) 作全等变换并令 $\lambda = \varepsilon^{-1}$ 得:

$$\Psi_{zy}(z) = \bar{C}_F(zI - S^{-1} \bar{A}_F)^{-1} S^{-1} \bar{B}_F \tag{31}$$

由此可知式(21)成立。

(充分性) 假设存在矩阵 $R, S, \bar{A}_F, \bar{B}_F, \bar{C}_F$ 满足式(20) 和式(21), 可知 S 非奇异, 因此可构造 $S = P_2 P_3^{-1} P_2^T$ 。构造 $R = P_1$ 并将式(21) 代入式(20), 经过简单运算, 并用 $\text{diag}(J_1^{-1}, I)$ 进行全等变换, 可得式(17)。因此由引理 1 可知滤波器误差系统渐近稳定并且满足 H_∞ 性能指标。

推论 1. 可以通过求解如下凸优化问题来设计具有范数有界不确定参数离散系统的鲁棒 H_∞ 滤波器:

$$\min_{R, S, \bar{A}_F, \bar{B}_F, \bar{C}_F, \gamma^2} \gamma^2 \text{ subject to (20)}$$

即寻找满足不等式(20)的适当维数矩阵 $R = R^T > 0$ 、 $S = S^T > 0$ 、 \bar{A}_F 、 \bar{B}_F 、 \bar{C}_F 和 γ^2 , 使 γ^2 的值最小。

可见, 与 EKF 不同, 鲁棒 H_∞ 滤波算法的设计指标不是使估计误差方差最小, 而是使系统噪声到估

$$H_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3\omega_0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$F_{\Delta a}(k) = \begin{bmatrix} 2\delta + \delta^2/2\bar{\delta} + \bar{\delta}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\delta + \delta^2/2\bar{\delta} + \bar{\delta}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta/\bar{\delta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \delta/\bar{\delta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_a =$$

$$\begin{bmatrix} \omega_0(2\bar{\delta} + \bar{\delta}^2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_0(2\bar{\delta} + \bar{\delta}^2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_0\bar{\delta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_0\bar{\delta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

则 $\Delta A_1 = H_a F_{\Delta a} E_a$ 且满足 $F_{\Delta a}^T F_{\Delta a} \leq I$ 。

假设目标卫星轨道周期为 24h, 则其轨道角速度为 $\omega = 7.2722 \times 10^{-5}$ rad/s; 追踪卫星质量为

$$K = \begin{bmatrix} -2.2541 & -0.0071 & -0.0072 & -22.3975 & 2.3256 & 1.9369 \\ -0.0104 & -2.2493 & -0.0055 & 2.3259 & -23.7456 & 1.4544 \\ -0.0072 & -0.0055 & -2.2471 & 1.9357 & 1.4552 & -24.2818 \end{bmatrix}$$

当不确定度 $\bar{\delta} = 0.05$ 时, 利用 MATLAB 中的 LMI 工具求解推论 1, 可得:

$$A_F = \begin{bmatrix} -0.6126 & -0.0053 & -0.0046 & 0.1 & -1.7 \times 10^{-6} & -1.0 \times 10^{-6} \\ -0.0052 & -0.6083 & -0.0035 & -1.5 \times 10^{-6} & 0.1 & -1.4 \times 10^{-6} \\ -0.0046 & -0.0035 & -0.6066 & -1.5 \times 10^{-6} & -5.6 \times 10^{-7} & 0.1 \\ -6.1302 & -0.0390 & -0.0337 & 0.9980 & 1.1 \times 10^{-4} & 8.2 \times 10^{-5} \\ -0.0385 & -6.0991 & -0.0259 & 8.0 \times 10^{-5} & 0.9979 & 6.3 \times 10^{-5} \\ -0.0337 & -0.0259 & -6.0864 & 8.3 \times 10^{-5} & 6.4 \times 10^{-5} & 0.9979 \end{bmatrix}$$

$$B_F = \begin{bmatrix} -1.6126 & -0.0053 & -0.0046 \\ -0.0052 & -1.6083 & -0.0035 \\ -0.0046 & -0.0035 & -1.6066 \\ -6.1300 & -0.0390 & -0.0337 \\ -0.0385 & -6.0989 & -0.0259 \\ -0.0337 & -0.0259 & -6.0862 \end{bmatrix}$$

计误差增益的上界最小。

4 仿真结果

为使追踪卫星相对运动模型的不确定部分 ΔA_1 具有式(10)结构, 令

1000kg; 追踪卫星相对目标卫星的初始位置速度为 (600, 550, 1040, 0.02, -0.08, 0.03); 滤波器初始状态为 (630, 520, 1000, 0, 0, 0)。

系统噪声为有色噪声, 其系数阵为:

$$B = \text{diag}(0.05, 0.05, 0.05, 0.001, 0.001, 0.001)$$

间接测量精度为 0.1m, 测量噪声为有色噪声, 其系数阵为: $D = \text{diag}(0.1, 0.1, 0.1)$

由于本文估计的就是系统状态 $x(t)$, 因此 L 为单位阵。控制增益阵 K 采用文献[11]中的计算结果:

$$C_F = 10^{-6} \times \begin{bmatrix} -10^6 & 0.0489 & 0.0247 & 6.3345 & -5.4934 & -4.3894 \\ 0.0386 & -10^6 & 0.0418 & -5.3662 & 10.3349 & -2.9326 \\ 0.0420 & 0.0148 & -10^6 & -4.5742 & -2.9659 & 11.3677 \\ -0.3164 & 0.3131 & 0.1588 & -999960 & -33.635 & -28.487 \\ 0.2469 & -0.5593 & 0.2630 & -33.612 & -999935 & -19.564 \\ 0.2712 & 0.0939 & -0.5821 & -28.520 & -19.572 & -999927 \end{bmatrix}$$

为验证本文算法的有效性,现采用相同初始条件且系统噪声和测量噪声均为白噪声,对比 EKF 与本文鲁棒 H_∞ 滤波的相对导航精度,如表 1 所示。图 2 和图 3 分别为无轨道控制时 EKF 和鲁棒 H_∞ 滤波的相对位置/速度误差;图 4 和图 5 分别为有轨道控制时 EKF 和鲁棒 H_∞ 滤波的相对位置/速度误差;图 6 为追踪卫星的轨道控制推力变化图。

表 1 EKF 与 H_∞ 鲁棒滤波相对导航精度

Table 1 Relative navigation accuracy		EKF	H _∞
无轨道机动	相对位置误差/m	0.04	0.2
	相对速度误差/(m/s)	0.001	0.8
有轨道机动	相对位置误差/m	—	0.2
	相对速度误差/(m/s)	—	0.8

从图表中可知,在没有轨道控制时,EKF 和 H_∞ 鲁棒滤波均能快速收敛,但 EKF 精度较高。可见鲁棒 H_∞ 滤波为了适应模型的不确定性以及能量有界的噪声,反而降低了在模型精确且噪声统计特性已知时的精度。有轨道控制时,EKF 在前 500s 内无法收敛,这是因为在前 500s 内追踪卫星的轨道推力较大(从图 6 可知),EKF 的收敛速度跟不上相对位置速度的变化从而失效。由于缺少相对速度的观测,有轨道控制时鲁棒 H_∞ 滤波具有较低的相对速度估计精度,但仍能快速收敛且相对位置的估计精度较高。可见,追踪卫星进行轨道机动时,EKF 失效,鲁棒 H_∞ 滤波却仍有效。

为进一步验证本文算法对不确定参数和无统计特性噪声的适用性,令 δ = 1 且噪声为非高斯噪声,则相对位置/速度误差如图 7 所示。可见,鲁棒 H_∞ 滤波仍能快速收敛且满足精度要求。

5 结 论

本文针对空间交会中追踪卫星存在轨道机动的情况,考虑了系统模型中存在范数有界不确定参数

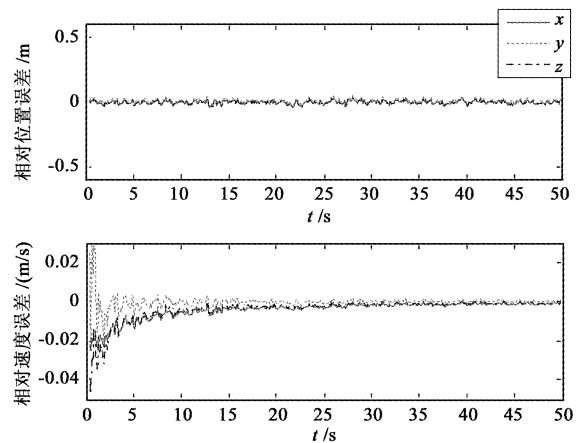


图 2 无轨控 EKF 相对位置/速度估计误差
Fig. 2 Relative orbit parameter errors of EKF with no orbit maneuvering

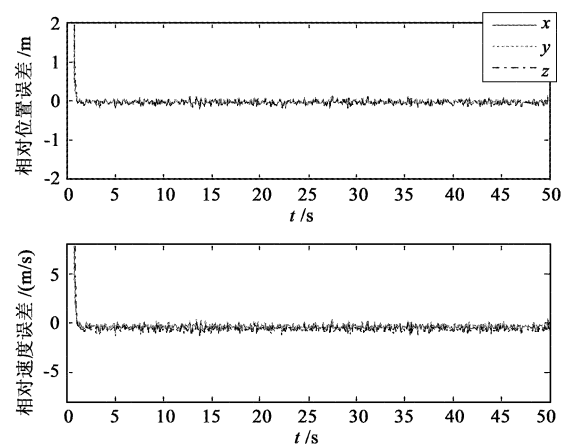


图 3 无轨控鲁棒 H_∞ 滤波相对位置/速度估计误差
Fig. 3 Relative orbit parameter errors of robust H_∞ filter with no orbit maneuvering

和非高斯噪声输入,提出了基于鲁棒 H_∞ 滤波理论的追踪卫星相对导航算法。仿真结果表明,在追踪卫星存在机动时,本文导航算法能快速收敛并获得了较理想的相对轨道参数估计精度,且当模型存在不确定性和非高斯噪声输入时,本文算法有效并获得了较好的精度。为进一步提高相对导航精度,未

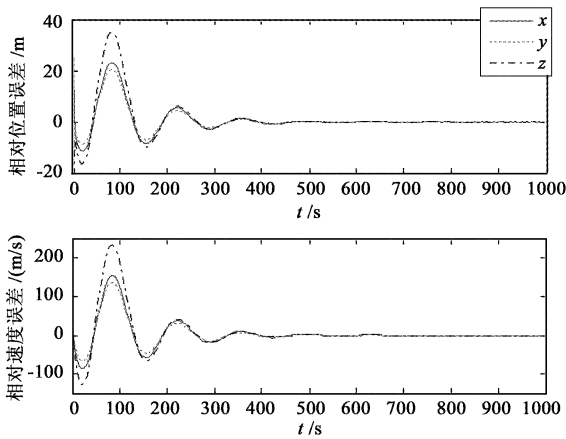


图 4 有轨控 EKF 相对位置/速度估计误差
Fig. 4 Relative orbit parameter errors of EKF with orbit maneuvering

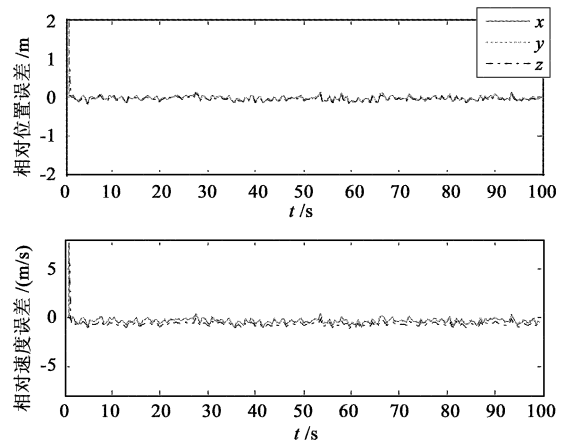


图 7 鲁棒 H_∞ 滤波相对位置/速度估计误差
Fig. 7 Relative orbit parameter errors of robust H_∞ filter

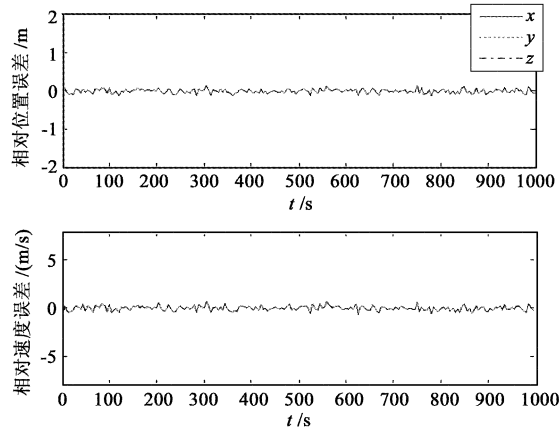


图 5 有轨控鲁棒 H_∞ 滤波相对位置/速度估计误差
Fig. 5 Relative orbit parameter errors of robust H_∞ filter with orbit maneuvering

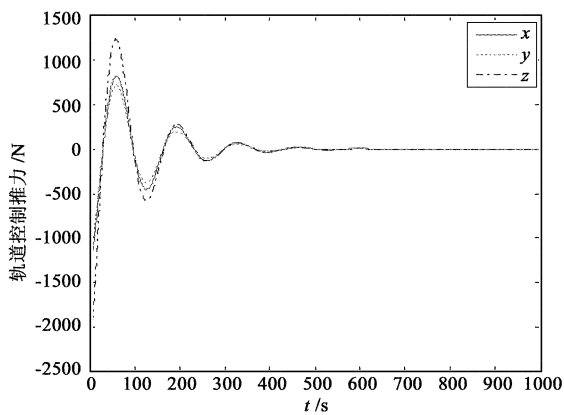


图 6 追踪卫星轨道推力
Fig. 6 Orbit thrust of chaser satellite

来可通过同时考虑滤波器误差系统模型的 H_∞ 和 H_2 性能指标来改进算法。

参 考 文 献

[1] 王辉, 顾学迈. 确定编队卫星相对轨道的容错 UKF 方法 [J]. 宇航学报, 2009, 30(4): 1593 - 1599. [Wang Hui, Gu Xue-mai. Autonomous determination of relative orbit for satellites formation flying using fault tolerant UKF [J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(4): 1593 - 1599.]

[2] Jwo D J, Tseng C H. GPS navigation processing using the IMM-based EKF [C]. 3rd International Conference on Sensing Technology, Taiwan, 2008.

[3] Meng X Y, Lam J, Gao H J. H_∞ filter design for quantum stochastic systems [C]. The 27th Chinese Control Conference, Kunming, 2008.

[4] Cai Y Z, He X, Xu X M, Zhang W D. Robust H_∞ filter design for uncertain nonlinear discrete systems with state delay [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2004, 15(4): 643 - 648.

[5] 赵池航, 周百令, 胡斌宗. H_∞ 滤波和自适应卡尔曼滤波在消除重力异常畸变中的对比研究 [J]. 中国惯性技术学报, 2003, 11(3): 34 - 38. [Zhao Chi-hang, Zhou Bai-ling, Hu Bin-zong. Application of H_∞ filter and Kalman filter in eliminating gravitational anomaly [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2003, 11(3): 34 - 38.]

[6] 李萌, 孟秀云, 邬江. Kalman 与 H_∞ 滤波算法在 GPS/惯性组合导航系统中的应用研究 [J]. 弹箭与制导学报, 2006, 26(1): 692 - 694. [Li Meng, Meng Xiu-yun, Wu Jiang. Study on the application of Kalman filter and H_∞ filter algorithm in GPS/Integrated navigation system [J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2006, 26(1): 692 - 694.]

[7] 车汝才, 张洪华. 跟踪空间非合作目标的一种相对轨道确定

- 方法研究[J]. 中国空间科学技术, 2007(4): 7 - 13. [Che Ru-cai, Zhang Hong-hua. Investigation of relative orbit determination method for tracking a space non-cooperative target [J]. Chinese Space Science and Technology, 2007(4): 7 - 13.]
- [8] 何英姿, 谌颖, 韩东. 基于交会雷达观测的相对导航滤波器[J]. 航天控制, 2004, 22(6): 17 - 20. [He Ying-zi, Chen Ying, Han Dong. Rendezvous radar observation-based relative navigation filter[J]. Aerospace Control, 2004, 22(6): 17 - 20.]
- [9] 俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [10] Wu L G, Shi P, Gao H J, Wang C H. A new approach to robust H_{∞} filtering for uncertain systems with both discrete and distributed delays[J]. Circuits Systems Signal Processing, 2007, 26(2): 229 - 248.
- [11] Gao H J, Yang X B, Shi P. Multi-objective robust H_{∞} control of spacecraft rendezvous[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2009, 17(2): 265 - 278.

作者简介: 孙兆伟(1963 -), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事空间飞行器总体设计与系统仿真技术、飞行器动力学与控制技术。

通信地址: 哈尔滨工业大学卫星技术研究所(150001)

电话: (0451) 86402357

E-mail: sunzhaowei@vip.sina.com

(编辑: 曹亚君)