

带多约束条件的次最优中制导律设计

窦磊¹, 窦骄²

(1. 南京理工大学弹道国防科技重点实验室, 南京 210094; 2. 中国空间技术研究院, 北京 100094)

摘 要: 针对使用捷联式导引头的制导弹药, 设计了次最优中制导律, 以满足卫星制导与激光制导两种模式的交接要求。由于涉及到时变系统的解析求解, 一般情况下, 带多约束条件最优制导律的设计非常困难。利用以下的方法来解决这一问题: 首先根据最优控制理论确定次最优中制导律的结构框架, 然后根据该框架反向推导出变参数的合理常数替代值。利用设计的次最优中制导律, 在交接段, 导引头量测视线偏差角远小于视场角, 并考虑了控制能量和落地时脱靶量等方面的约束要求, 具有非常简单的形式, 仅较比例导引律多出一项, 减少了制导指令计算对弹载计算资源的占用。

关键词: 中制导律; 次最优; 多约束; 交接; 视线偏差角

中图分类号: TJ413.6 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1328(2011)12-2505-05

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2011.12.006

The Design of Suboptimal Midcourse Guidance Law with Multi-Constraints

DOU Lei¹, DOU Jiao²

(1. National Defence Key Laboratory of Ballistics, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China;

2. China Academy of Space Technology, Beijing 100094, China)

Abstract: For guided munitions with strapdown seeker, a suboptimal midcourse guidance law is designed to meet the hand-over requirements from satellite-guided mode to laser-guided mode. In general, the time-varying differential equations can not be analytically solved. Therefore, the design of optimal guidance law with multi-constraints is very difficult for time-varying systems. A new method is presented for the problem. First, the framework of suboptimal midcourse guidance law is determined based on optimal control theory; then, according to the framework, the constant replacement values are derived for time-varying parameters. Using the proposed guidance law, the measured line-of-sight (LOS) deviation angle of seeker is much smaller than the field-of-view angle in the hand-over section, and it considers the constraints of the control energy consumption and the miss distance at landing time. Compared with proportional guidance law, the proposed guidance law has only one term more. Little onboard computational resources are required for the simple form.

Key words: Midcourse guidance law; Suboptimal; Multi-constraints; Hand-over; Line-of-sight deviation angle

0 引 言

卫星制导具有全时空、全天候、低成本等诸多特点, 因此受到了广泛的重视^[1-6]。但是受到卫星定位精度的制约^[7-8], 卫星制导弹药的 CEP 较大, 难以实现精确的对点打击^[9]。为了克服这一缺点, 将其与激光制导相结合是一种有效的解决方案。卫星

制导全时空的特点是指其制导误差不随时间和空间而改变, 因此可以用于长距离制导, 接近目标后, 改用激光制导, 则可以大幅度提高制导精度^[10]。

为了降低制导弹药的成本, 采用捷联式导引头是一种有效的途径。捷联式导引头直接固定在弹体上, 不需要万向支架。万向支架的撤除, 一方面降低了成本, 另一方面也减小了导引头的视场范围^[11]。

收稿日期: 2010-12-08; 修回日期: 2011-01-18

基金项目: 国家自然科学基金(60904085); 教育部博士点新教师基金(200802881012); 南京理工大学卓越计划“紫金之星”基金; 弹道国防科技重点实验室基金

当制导弹药从卫星制导模式转化为激光制导模式时,目标必须出现在激光导引头的视场范围之内。我们通过设计带有制导弹药轴向约束的制导律来实现这一目的。并且期望,在该制导律的作用下,即使因气候恶劣使激光导引头不能正常工作时,依靠卫星制导,制导弹药仍然能够以较高的精度打击目标。受到体积和成本限制,制导弹药动力很有限,因此制导过程中要尽可能减少控制能量的消耗。另外,受到弹载计算能力的制约,所使用的制导律应具有简单的形式。

据前所述,本文制导律设计需要考虑以下三个方面的约束:交接段导引头量测视线偏差角^[12]最小、控制能量消耗最少和落地时脱靶量最小。一般情况下,制导过程中,弹目运动学模型是一个时变的系统,进行考虑上述三个约束的最优制导律设计非常困难。本文对该问题进行了讨论,设计得到了满足上述约束条件,同时形式简单的次最优中制导律。

1 弹目运动学模型

卫星制导弹药主要用于打击静止目标,弹目位置关系可以用图1表示,将制导弹药D、目标M视为质点,它们在同一固定垂直平面内运动。取D点为极点,DF为极轴,制导弹药至目标斜距 $r = DM$, q 为目标视线角, V 为制导弹药飞行速度, V_M 为目标运行速度, V_S 为制导弹药相对于目标速度, θ 为制导弹药弹道倾角。当目标静止时, V_M 为0, V 和 V_S 重合, $\eta = q - \theta$ 。

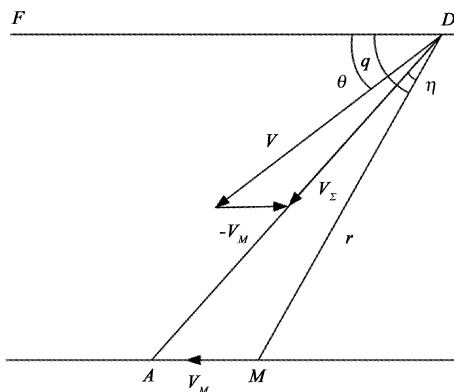


图1 制导弹药与目标位置关系

Fig. 1 The location relation between guided munition and target

弹目相对运动学的极坐标方程可以描述为

$$\dot{r} = -V \cos(q - \theta) \quad (1)$$

$$r\dot{q} = V \sin(q - \theta) \quad (2)$$

对式(2)微分,再将式(1)代入,有

$$\ddot{q} = \left(\frac{\dot{V}}{V} - 2 \frac{\dot{r}}{r} \right) \dot{q} + \frac{\dot{r}}{r} \dot{\theta} \quad (3)$$

因为一般情况下,制导弹药没有推力,或推力很小, $\dot{V}/V \ll 1$,故可令 $\dot{V}/V = 0$,代入式(3),得

$$\ddot{q} = -2 \frac{\dot{r}}{r} \dot{q} + \frac{\dot{r}}{r} \dot{\theta} \quad (4)$$

设 θ_c 为卫星制导与激光制导两种制导模式交接时刻的弹道倾角,令 $x_1 = q - \theta_c$, $x_2 = \dot{x}_1 = \dot{q}$, $u = \dot{\theta}$ 。代入式(4),可得

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (5)$$

$$\dot{x}_2 = -2 \frac{\dot{r}}{r} x_2 + \frac{\dot{r}}{r} u \quad (6)$$

令 $w = -\dot{r}/r$,则式(6)可写为

$$\dot{x}_2 = 2wx_2 - wu \quad (7)$$

根据式(5)和(7),弹目相对运动学方程可以写成如下的矩阵形式:

$$\dot{X} = AX + Bu \quad (8)$$

其中

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2w \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ -w \end{bmatrix}$$

初始条件: $t = t_0$ 时, $x_1(t_0) = q(t_0) - \theta_c$, $x_2(t_0) = \dot{q}(t_0)$ 。

2 次最优中制导律设计方法

根据前言中说明的约束条件,提出性能指标函数如下:

$$J = \frac{1}{2} X^T C X + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} R u^2 dt \quad (9)$$

其中

$$C = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix}, R = 1$$

应用最优控制理论,可得系统(8)的最优制导律为

$$u = -R^{-1} B^T P X \quad (10)$$

其中, P 满足下列黎卡提矩阵微分方程

$$\dot{P}(t) = -P(t)A(t) - A^T(t)P(t) + P(t)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)P(t) - Q(t) \quad (11)$$

其中 $Q(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $P(t)$ 的终端条件为

$$P(t_c) = C \quad (12)$$

t_c 为两种制导模式的交接时刻。式(11)可以被分解为下面两个矩阵微分方程

$$\dot{\mathbf{W}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{W}(t) - \mathbf{B}(t)R^{-1}(t)\mathbf{B}^T(t)\mathbf{Y}(t) \quad (13)$$

$$\dot{\mathbf{Y}}(t) = -\mathbf{Q}(t)\mathbf{W}(t) - \mathbf{A}^T(t)\mathbf{Y}(t) \quad (14)$$

$\mathbf{W}(t)$ 和 $\mathbf{Y}(t)$ 的终端条件为

$$\mathbf{W}(t_c) = \mathbf{I} \quad (15)$$

$$\mathbf{Y}(t_c) = \mathbf{C} \quad (16)$$

黎卡提矩阵微分方程(11)的解为

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{Y}(t)\mathbf{W}^{-1}(t) \quad (17)$$

将式(13)和(14)整理成如下形式

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{W}}(t) \\ \dot{\mathbf{Y}}(t) \end{bmatrix} = \mathbf{F}(t) \begin{bmatrix} \mathbf{W}(t) \\ \mathbf{Y}(t) \end{bmatrix} \quad (18)$$

其中

$$\mathbf{F}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(t) & -\mathbf{B}(t)R^{-1}(t)\mathbf{B}^T(t) \\ -\mathbf{Q}(t) & -\mathbf{A}^T(t) \end{bmatrix} \quad (19)$$

式(18)的解可以表示为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}(t) \\ \mathbf{Y}(t) \end{bmatrix} = \Phi(t, t_c) \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (20)$$

关于 $\Phi(t, t_c)$ 的求解将在下面进行说明。将式(17)代入式(10)可得

$$u = -R^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{Y}(t)\mathbf{W}^{-1}(t)\mathbf{X} \quad (21)$$

因为 $\mathbf{Y}(t)$ 和 $\mathbf{W}(t)$ 为 2×2 的矩阵, R 为常数, \mathbf{B} 和 \mathbf{X} 为 2×1 的矩阵, 所以式(21)可表示为如下形式

$$u = k_1(w, t_{gc})x_1 + k_2(w, t_{gc})x_2 \quad (22)$$

其中, t_{gc} 为制导弹药到达交接点的剩余飞行时间。若 $k_1(w, t_{gc})$ 和 $k_2(w, t_{gc})$ 取常数时, 可得到最为简单的制导律形式, 当然, 此时的制导律不能称为最优制导律, 而只能称为次最优制导律。 $k_1(w, t_{gc})$ 和 $k_2(w, t_{gc})$ 为常数, 那么 w 和 t_{gc} 也应该取常数。我们

用常数值 \bar{w} 替代 w , 则 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2\bar{w} \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\bar{w} \end{bmatrix}$, $\mathbf{F}(t)$ 为常数矩阵, 所以可以通过拉氏反变换法求解 $\Phi(t, t_c)$ 。将 $\Phi(t, t_c)$ 代入式(20), 再利用式(21), 可得到次最优制导律的解析表达式

$$u = (4e^{\bar{w}t_{gc}}\sinh(\bar{w}t_{gc})(\bar{w}x_1 + e^{\bar{w}t_{gc}}x_2\sinh(\bar{w}t_{gc}))) / (2\sinh(\bar{w}t_{gc})\cosh(\bar{w}t_{gc})\cosh(\bar{w}t_{gc})e^{\bar{w}t_{gc}} - \sinh(\bar{w}t_{gc})\cosh(\bar{w}t_{gc}) + \bar{w}t_{gc} - 2e^{\bar{w}t_{gc}}\sinh(\bar{w}t_{gc})) \quad (23)$$

将上式表示成如下形式

$$u = k_1x_1 + k_2x_2 \quad (24)$$

其中

$$k_1 = (4e^{\bar{w}t_{gc}}\sinh(\bar{w}t_{gc})\bar{w}) / (2\sinh(\bar{w}t_{gc})\cosh(\bar{w}t_{gc})\cosh(\bar{w}t_{gc})e^{\bar{w}t_{gc}} - \sinh(\bar{w}t_{gc})\cosh(\bar{w}t_{gc}) + \bar{w}t_{gc} - 2e^{\bar{w}t_{gc}}\sinh(\bar{w}t_{gc})) \quad (25)$$

$$k_2 = (4e^{\bar{w}t_{gc}}\sinh(\bar{w}t_{gc})e^{\bar{w}t_{gc}}\sinh(\bar{w}t_{gc})) / (2\sinh(\bar{w}t_{gc})\cosh(\bar{w}t_{gc})\cosh(\bar{w}t_{gc})e^{\bar{w}t_{gc}} - \sinh(\bar{w}t_{gc})\cosh(\bar{w}t_{gc}) + \bar{w}t_{gc} - 2e^{\bar{w}t_{gc}}\sinh(\bar{w}t_{gc})) \quad (26)$$

将

$$\sinh(\bar{w}t_{gc}) = (e^{\bar{w}t_{gc}} - e^{-\bar{w}t_{gc}}) / 2 \quad (27)$$

和

$$\cosh(\bar{w}t_{gc}) = (e^{\bar{w}t_{gc}} + e^{-\bar{w}t_{gc}}) / 2 \quad (28)$$

代入式(25)和式(26), 并且, 用常数值 \bar{t}_{gc} 替代 t_{gc} , 分别得到式(29)和式(30)

$$k_1 = \frac{8(e^{2\bar{w}\bar{t}_{gc}} - 1)\bar{w}}{3 - 4e^{2\bar{w}\bar{t}_{gc}} + e^{4\bar{w}\bar{t}_{gc}} + 4\bar{w}\bar{t}_{gc}} \quad (29)$$

$$k_2 = \frac{4(e^{2\bar{w}\bar{t}_{gc}} - 1)^2}{3 - 4e^{2\bar{w}\bar{t}_{gc}} + e^{4\bar{w}\bar{t}_{gc}} + 4\bar{w}\bar{t}_{gc}} \quad (30)$$

因为 $t_{gc} \approx -r/\dot{r}$, 所以

$$wt_{gc} \approx 1$$

可以近似取 $\bar{w}\bar{t}_{gc} = 1$, 则式(29)和(30)分别为

$$k_1 = 1.59\bar{w} \quad (31)$$

$$k_2 = 5.09 \quad (32)$$

因为 $w = -\dot{r}/r \approx 1/t_{gc}$, w 随时间变化曲线如图 2 所示。

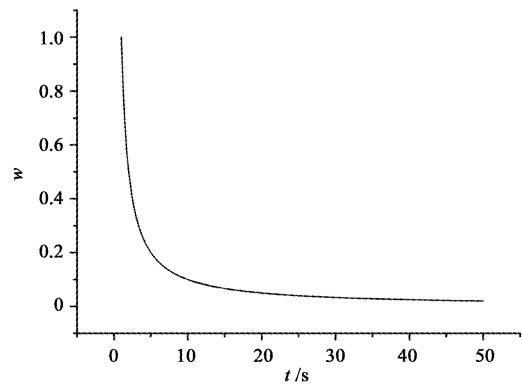


图 2 w 随时间变化曲线

Fig. 2 Variation of w versus time

图2中 w 的均值为0.1,根据对制导过程中可用过载和导引头视线偏差角的要求,一般情况下, k_1 可取值0.05~0.2, k_2 可取值3~6。 k_1 的值越大,交接段导引头量测视线偏差角越小,但是如果 k_1 过大,则会增大落地时的脱靶量。 k_2 的取值规律及作用类似于比例导引。第1节中曾设 θ_c 为两种制导模式交接时刻的弹道倾角,一方面,我们无法事先确知两种制导模式的交接时间,另一方面,我们希望在整个交接段,量测视线偏差角都尽可能得小,这样两种制导模式的交接时间更为充裕,因此将设计所得制导律(24)中的 θ_c 用弹道倾角 θ 替代。

3 仿真结果

只要弹目直线距离大于2千米,使用激光导引头就能有效击中目标^[10]。因此,这里设定交接范围为弹目直线距离2千米至6千米。制导弹药初始高度为6千米,初始弹道倾角与俯仰角都为0,目标距离制导弹药初始位置水平距离12千米。

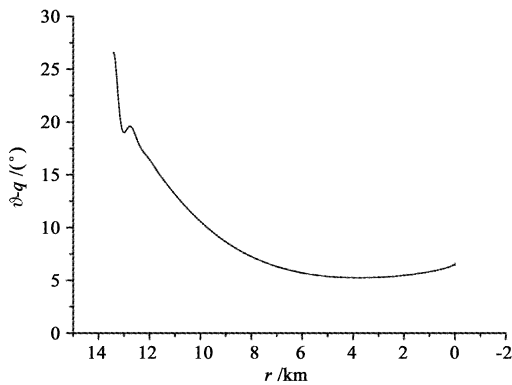


图3 导引头量测视线偏差角随弹目距离变化曲线

Fig.3 Variation of the measurement line-of-light deviation angle of seeker versus munition-target distance

图3为使用本文设计次最优中制导律时,仿真得到的导引头量测视线偏差角随弹目距离变化曲线。在距目标直线距离6千米处,视线偏差角为5.7度,在距目标直线距离2千米处,视线偏差角为5.4度。激光导引头用象限元件来测定目标相对于光轴的偏移量大小和偏移量方位,工程上多使用四象限元件,跟踪视场角为-15度至+15度^[10]。因此,该中制导律满足激光导引头的视场要求。从图3可以看到,距目标11.6千米时,视线偏差角就已经满足制导律交接要求,因此为交接提供了充裕的时间。

图4中除去了攻角的影响,反映了最优中制导

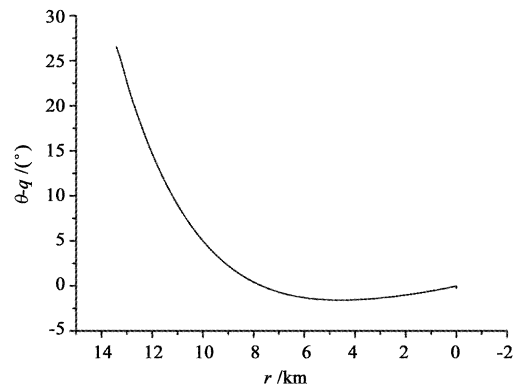


图4 弹道倾角与目标视线角之差随弹目距离变化曲线

Fig.4 Variation of the difference between trajectory angle and line-of-sight angle versus munition-target distance

律的理论作用,可以看到在距目标直线距离6千米处弹道倾角与目标视线角之差为-1.3度,在距目标2千米处为-1.0度,可见视线偏差角中攻角的影响是主要的。这里,对制导弹药的气动力外形设计提出了要求,以求在攻角较小的情况下能够产生较大的升力。

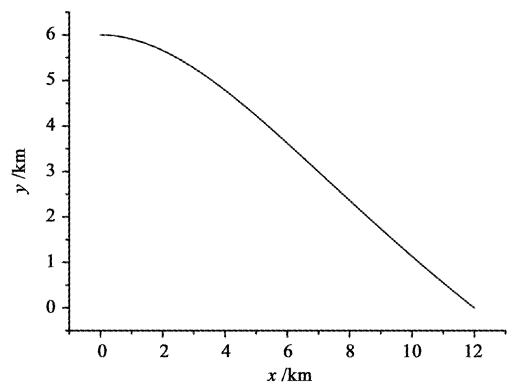


图5 制导弹药弹道曲线

Fig.5 The trajectory of guided munition

图5给出了卫星制导弹药的飞行轨迹,可以看到弹道平直,一直延伸到目标,脱靶量为0.45米,本例仿真中时间步长为0.001s,随着时间步长的减小,脱靶量趋近于零。当然,在工程实际中,此处的脱靶量应加上卫星定位系统所带来的误差。因此,即使出现气候意外情况,激光制导不能使用,制导弹药仍然能够依靠中制导律飞向目标。

4 结论

本文将卫星制导与激光制导两种模式的交接问

题表述为考虑三个约束条件的最优控制问题。三个约束条件分别为:交接段导引头量测视线偏差角最小、控制能量消耗最少和落地时脱靶量最小。这涉及到时变系统的最优控制求解,而一般情况下此类问题是无法获得解析解的。本文根据最优控制理论确定了次最优中制导律的框架形式,然后通过计算得到了变参数的常数替代值。利用设计所得次最优中制导律,在交接段,视线偏差角远小于视场角;当出现气候意外情况致使激光导引头不能工作时,制导弹药依然能够在中制导律的作用下以较高精度打击目标;该制导律同时也考虑了控制能量消耗最小化的约束条件。另外,该中制导律具有非常简单的形式,仅较比例导引律多一项,这对于弹载计算资源有限的制导弹药来说是有利的。

参 考 文 献

- [1] Rupert P. Excalibur firings test base-bleed capability[J]. Jane's International Defence Review, 2007, 40(1): 18.
- [2] 王小旭, 赵琳. 自适应融合滤波算法及其在 INS/GPS 组合导航中的应用[J]. 宇航学报, 2010, 31(11): 2503 - 2511. [Wang Xiao-xu, Zhao Lin. Adaptive fusion filtering algorithm and its application for INS/GPS integrated navigation system[J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(11): 2503 - 2511.]
- [3] Andrade C, Clarke L, Skobla J. A novel approach to integrated GPS/INS tracking[C]. IEEE Aerospace Conference, Big Sky, Montana, USA, March 7 - 14, 2009.
- [4] 窦磊, 窦骄. 大着地角三维次最优制导律研究[J]. 宇航学报, 2010, 31(5): 1322 - 1326. [Dou Lei, Dou Jiao. Three-dimensional suboptimal guidance law with large landing angle [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(5): 1322 - 1326.]
- [5] Babu R, Wang J L. Ultra-tight GPS/INS/PL integration: A system concept and performance analysis[J]. GPS Solutions, 2009, 13(1): 75 - 82.
- [6] Grace J. GPS guidance system increases projectile accuracy[J]. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, 2000, 15(6): 15 - 17.
- [7] Larson K M, Agnew D C. Application of the global positioning system to crustal deformation measurement. I-Precision and accuracy[J]. Journal of Geophysical Research, 1991, 96(10): 16547 - 16565.
- [8] William J. Hughes technical center NSTB/WAAS T&E team. Global positioning system (GPS) standard positioning service (SPS) performance analysis report [R]. Washington, USA: Federal Aviation Administration GPS Product Team, October 2010.
- [9] Anon. Excalibur's GPS-guided projectiles hit targets[EB/OL]. 2006. <http://www8.janes.com/emeta/Denial?url=/Search/documentView.do?docId=/content1/janesdata>.
- [10] 陈宏, 雷鸣. 激光寻的制导导引头技术[J]. 光电子技术, 2002, 22(1): 53 - 57. [Chen Hong, Lei Ming. The application of laser-guided seeker[J]. Optoelectronic Technology, 2002, 22(1): 53 - 57.]
- [11] Jang S A, Ryou C K, Choi K, et al. Guidance algorithms for tactical missiles with strapdown seeker [C]. SICE Annual Conference, Chofu, Tokyo, Japan, August 20 - 22, 2008.
- [12] 张跃, 刘波, 阎胜利. 捷联式光学导引头的稳定、跟踪原理与系统仿真[J]. 光学精密工程, 2008, 16(10): 1942 - 1948. [Zhang Yue, Liu Bo, Yan Sheng-li. Strapdown optical seeker: stabilization, tracking principle and system simulation [J]. Optics and Precision Engineerin, 2008, 16(10): 1942 - 1948.]

作者简介:窦磊(1974-),男,博士,副研究员,博士生导师,主要从事制导与控制、分布参数系统等方面的研究。
通信地址:南京理工大学弹道国防科技重点实验室(210094)
电话:13913001207
E-mail:douleinj@163.com

(编辑:曹亚君)