第 29 卷 第 4 期
Vol. 29 No. 4

控 制 与 决 策
Control and Decision

2014 年 4 月
Apr. 2014

文章编号: 1001-0920 (2014) 04-0743-05 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2012.1859

基于幂图的属性约简

苏跃斌[1,2], 郭 进[1], 郭 瑞[1]

(1. 西南交通大学 信息科学与技术学院，成都 610031；2. 四川理工学院 理学院，四川 自贡 643000)

摘 要: 针对粗糙集理论中基于差别矩阵的属性约简方法存在的不足, 提出一种基于幂图的属性约简算法. 首先通过修改样本决策属性值将不相容决策表转化为简化的相容决策表; 然后将样本对概念与幂图概念相结合, 将基于修正差别矩阵的不相容决策表的属性约简转化为幂图的搜索问题; 最后通过实例和实验验证了所提出算法的有效性.

关键词: 属性约简；差别矩阵；样本对；幂图

中图分类号: TP181 **文献标志码:** A

Attribute reduction based on power graph

SU Yue-bin[1,2], *GUO Jin*[1], *GUO Rui*[1]

(1. School of Information Science and Technology，Southwest Jiaotong University，Chengdu 610031，China；2. College of Science，Sichuan University of Science and Engineering，Zigong 643000，China．Correspondent：SU Yue-bin, E-mail：mathsyb@163.com)

Abstract: In order to overcome the defect of attribute reduction based on discernibility matrix in the theoretical research of rough sets, an attribute reduction algorithm based on the power graph is proposed. The inconsistent decision tables are converted into consistent decision tables by altering the value of decision attribute. Combined with the concept of the sample pair and power graph, the attribute reduction of inconsistent decision table based on the revised discernibility matrix is translated into the searching problem in power graph. Finally, the example and experiment show the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: attribute reduction；discernibility matrix；sample pair；power graph

0 引 言

Hu 等[1]基于 Skowron 差别矩阵[2]提出的属性约简方法是粗糙集[3]属性约简的重要方法. 该方法通过代数理论将属性约简问题转化为矩阵化简的问题, 由于方法简单、易于理解, 已得到很多研究者的关注. 但是, 由于该方法没有考虑决策表的相容性, 在求解不相容决策表的属性约简时不能确保获得正确的核属性和约简[4]. 针对这一不足, 许多学者提出了改进方法[5-7], 但这些改进方法都需要建立差别矩阵, 在处理大的信息系统时生成差别矩阵所消耗的时间和空间巨大, 并含有大量冗余信息[8-10], 影响了算法的搜索效率. 文献 [11] 提出了样本对的概念, 从而不必建立差别矩阵, 将差别矩阵的化简问题转化为求最小样本对集.

针对基于差别矩阵的属性约简方法存在的不足, 本文提出一种新的属性约简方法. 首先, 通过修改样本的决策属性值, 将不相容决策表转化为相容的简化决策表, 并同时证明了基于修正差别矩阵的不相容决策表的属性约简可以转化为基于样本对的简化决策表的属性约简; 然后将样本对与幂图相结合, 提出了基于幂图的搜索算法, 将样本对集的简化问题转化为幂图的搜索问题; 最后通过实例和实验验证了所提出算法的正确性和有效性.

1 相关定义及性质

定义 1 决策表定义为

$$S = (U, C \bigcup D, V, f).$$

其中: U 为论域, 是样本的集合; C 为条件属性集; D 为决策属性集; $V = \bigcup\limits_{a \in C \bigcup D} V_a$ 为属性集的值域; $f: U \times C \to V$ 为信息函数. $\forall a \in C \bigcup D, x \in U, f(x, a) \in V_a$[3].

收稿日期: 2012-12-13；修回日期: 2013-10-09.

基金项目: 铁道部科技研究开发计划项目 (2012X003-A, 2012X007-D).

作者简介: 苏跃斌(1981−), 男, 讲师, 博士生, 从事智能计算与数据挖掘的研究；郭进(1960−), 男, 教授, 博士生导师, 从事铁路信号等研究.

定义 2　设决策表 $S=(U, C\bigcup D, V, f)$, $R\subseteq C\bigcup D$. 令 $\mathrm{ind}(R)=\{(x_i,x_j)|f(x_i,a)=f(x_j,a),\ \forall a\in R\}$. 称 $\mathrm{ind}(R)$ 为决策表 S 的一个二元不可区分关系. 显然, $\mathrm{ind}(R)$ 构成论域 U 上的一个等价划分, 简记为 U/R, 每个等价类称为一个概念, 元素 x 关于属性子集 R 等价类记为 $[x]_R$[3].

特别地, 若 $R=C$, 在划分 U/C 的每个等价类中任取一个元素构成的集合记为 U_C, 则称 U_C 为划分 U/C 的代表元集. 显然 $U_C\subseteq U$.

定义 3　设决策表 $S=(U,C\bigcup D,V,f)$, $R\subseteq C$, 决策属性集 D 关于条件属性子集 R 的正域定义为 $\mathrm{POS}_R(D)=\bigcup\limits_{X\in U/D}\underline{R}(D)$[3].

定义 4　设决策表 $S=(U,C\bigcup D,V,f)$, 若存在 $x_i,x_j\in U$ 使得 $f(x_i,C)=f(x_j,C)$, 但 $f(x_i,D)\neq f(x_j,D)$, 则称 S 为不相容决策表, x_i, x_j 称为不相容对象[3].

根据定义 3 以及定义 4, 有如下性质.

性质 1　$\mathrm{POS}_C(D)=\{x|\forall y\in[x]_C, f(x,C)=f(y,C)\bigwedge f(x,D)=f(y,D)\}$, 即正域 $\mathrm{POS}_C(D)$ 由决策表中相容对象组成[6].

定义 5　决策表 $S=(U,C\bigcup D,V,f)$ 关于论域 U 上的修正差别矩阵定义为 $M=\{m_{ij}\}$, 其矩阵元素 m_{ij} 定义如下[4]:

$$m_{ij}=\begin{cases}\{a|a\in C\},\ f(x_i,D)\neq f(x_j,D)\bigwedge\\ \qquad f(x_i,a)\neq f(x_j,a)\bigwedge\\ \qquad \min(|f([x_i]_C,D)|,|f([x_j]_C,D)|)=1;\\ \varnothing,\ \text{other}.\end{cases}$$

其中 $|\cdot|$ 表示集合 $\{\cdot\}$ 的基数.

定义 6　新的决策表

$$S'=(U_C,C\bigcup D',V',f').$$

其中: $D'=D\bigcup\{*\}$, $*\notin D$; f' 为信息函数, 满足 $\forall x\in U_C$, 有

$$f'(x,C)=f(x,C);$$

$$f'(x,D')=\begin{cases}*,\ |f([x]_C,D)|\neq 1;\\ f(x,D),\ |f([x]_C,D)|=1.\end{cases}$$

显然, 新决策表 S' 是一个相容决策表, 它是原决策表 S 的简化, 简称为简化决策表.

由性质 1 可得如下性质.

性质 2　$x\in\mathrm{POS}_C(D)$ 当且仅当 $f'(x,D')\neq *$.

定义 7　决策表 $S'=(U_C,C\bigcup D',V',f')$ 的差别矩阵定义为 $M'=\{m'_{ij}\}$, 其矩阵元素 $\{m'_{ij}\}$ 定义如下[2]:

$$m_{ij}=\begin{cases}\{a|a\in C\},\ f'(x_i,D')\neq f'(x_j,D')\bigwedge\\ \qquad f'(x_i,a)\neq f'(x_j,a);\\ \varnothing,\ \text{other}.\end{cases}$$

以下讨论中若未做特殊说明, 则修正差别矩阵是指按定义 5 求得的不相容决策表 S 的修正差别矩阵, 而差别矩阵是指不相容决策表 S 的简化决策表 S' 按定义 7 求得的差别矩阵.

定义 8　决策表 $S'=(U_C,C\bigcup D',V',f')$, $R\subseteq C$, 样本对集 $\mathrm{DIS}\,(R)$ 是 U_C 上一个二元关系, 其定义[11]如下:

$$\begin{aligned}\mathrm{DIS}(R)=\{&(x_i,x_j)|\exists a\in R, f'(x_i,a)\neq\\ &f'(x_j,a)\bigwedge f'(x_i,D')\neq\\ &f'(x_j,D'),x_i,x_j\in U_C\}.\end{aligned}$$

性质 3　$\mathrm{DIS}(R)=\bigcup\limits_{a\in R}\mathrm{DIS}(a), R\subseteq C$[11].

定义 9　决策表 $S'=(U_C,C\bigcup D',V',f')$, $R\subseteq C$, 属性子集 R 的重要度定义如下:

$$\mathrm{Sig}(R)=\frac{|\mathrm{DIS}(R)|}{|\mathrm{DIS}(C)|}.$$

定义 10　设 $P(C)$ 为属性集 C 的幂集, 给定有向图 G, G 的顶点为 $P(C)$ 的元素, 其边界满足 $\forall A,B,D\in P(C)$, 若 $|A|-1=|B|=|D|+1$ 且 $A\bigcap D\subset B\subset A\bigcup D$, 则存在 A 到 B、B 到 D 的有向边, 称有向图 G 为 C 的幂图, D 为 B 的后继节点[7].

例如, 设属性集 $C=\{a,b,c\}$, 则 C 的幂图如图 1 所示.

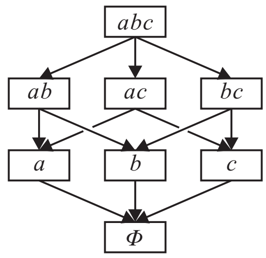

图 1　属性集 C 的幂图

定义 11　设决策表 $S'=(U_C,C\bigcup D',V',f')$ 且有向图 G 为属性集 C 的幂图. 扩充 G 的各顶点使其顶点包含 2 个量: 顶点 $V\in P(C)$ 以及 V 关于决策表 S' 的重要度 $\mathrm{Sig}(V)$, 则称扩充后的图为 G 关于决策表 S' 的重要度幂图.

2　等价性证明

首先证明决策表 S 与 S' 的核属性集的等价性.

定理 1　设 $M=\{m_{ij}\}$ 是由定义 5 求得的决策表 S 的修正差别矩阵, $M'=\{m'_{st}\}$ 是其简化决策表 S' 由定义 7 求得的差别矩阵, 则对于任意非空 $m_{ij}\in M$, $\exists m'_{st}\in M'$, 使得 $m'_{st}=m_{ij}$.

证明　分两步证明.

1) $\forall m_{ij}\in M, m_{ij}\neq\varnothing$, 令 $x_s\in[x_i]_C, x_t\in[x_j]_C$ 且 $x_s, x_t\in U_C$.

由定义 5, 有

$$f(x_i,D)\neq f(x_j,D),$$

$$f(x_i,m_{ij})\neq f(x_j,m_{ij}),$$

$$\min(|f([x_i]_C,D)|,|f([x_j]_C,D)|)=1,$$

从而 $|f([x_i]_C,D)|$ 和 $|f([x_j]_C,D)|$ 中至少有 1 个为 1. 由定义 6 知, $f'(x_s,D')$ 和 $f'(x_t,D')$ 中至少有 1 个不为 $*$. 若 $f'(x_s,D')$ 和 $f'(x_t,D')$ 中只有 1 个为$*$, 则

$$f'(x_s,D')\neq f'(x_t,D');$$

若 $f'(x_s,D')$ 和 $f'(x_t,D')$ 均不为 $*$, 则

$$f'(x_s,D')=f(x_i,D)\neq f(x_j,D)=f'(x_t,D').$$

另一方面, 因为 $x_s\in[x_i]_C, x_t\in[x_j]_C$, 所以

$$f'(x_s,m_{ij})=$$
$$f(x_i,m_{ij})\neq f(x_j,m_{ij})=f'(x_t,m_{ij}).$$

综上, $f'(x_s,m_{ij})\neq f'(x_t,m_{ij})$ 且 $f'(x_s,D')\neq f'(x_t,D')$, 根据定义 7, 有 $m_{ij}\subseteq m'_{st}$.

2) 因为 $x_s\in[x_i]_C, x_t\in[x_j]_C$, 所以

$$f(x_s,m_{st})=f(x_i,m_{st}),$$

$$f(x_t,m_{st})=f(x_j,m_{st}).$$

由定义 6 以及定义 7, 有

$$f(x_s,m_{st})=f'(x_s,m_{st})\neq f'(x_t,m_{st})=f(x_t,m_{st}),$$

从而 $f(x_i,m_{st})\neq f(x_j,m_{st})$. 由已知 $f(x_i,D)\neq f(x_j,D)$, 可得 $m'_{st}\subseteq m_{ij}$.

综上, $m'_{st}=m_{ij}$. □

定理 2　设 $M=\{m_{ij}\}$ 是由定义 5 求得的决策表 S 的修正差别矩阵, $M'=\{m'_{st}\}$ 是其简化决策表 S' 由定义 7 求得的差别矩阵, 则对于任意非空 $m'_{st}\in M'$, $\exists m_{ij}\in M$, 使得 $m'_{st}=m_{ij}$.

定理 2 的证明类似于定理 1, 这里不再详述.

由定理 1 和定理 2 可知, 修正差别矩阵与差别矩阵的元素是相互对应的, 即两矩阵含有相同的信息量. 但是, 修正差别矩阵所包含的元素要比差别矩阵更多, 因此可以将 S 转化成 S', 将 S 的属性约简转移到 S' 的差别矩阵上进行, 从而避免差别矩阵不适用于求解不相容决策表属性约简[4]的问题.

定理 3　$\mathrm{DIS}(C)=\{(x_s,x_t)|f'(x_s,D')\neq f'(x_t,D'), x_s, x_t\in U_C\}$.

证明　若 $x_s, x_t\in U_C$, 则由定义 6, 有 $f'(x_s,C)\neq f'(x_t,C)$. 又因为 $f'(x_s,D')\neq f'(x_t,D')$, 所以 $(x_s,x_t)\in\mathrm{DIS}(C)$. 反之亦然. □

定理 4　设 $M'=\{m'_{st}\}$ 是简化决策表 S' 的差别矩阵, 则对于任意非空 $m'_{st}\in M'$, 当且仅当 $(x_s,x_t)\in\mathrm{DIS}(C)$.

由定理 3 和定义 8 可知定理 4 显然成立.

定理 4 表明, 简化决策表的差别矩阵的非空元素与 $\mathrm{DIS}(C)$ 中元素是一一对应的.

定理 5　设 G 是决策表 S' 的重要度幂图, R 是图中一个顶点, 若 $\mathrm{DIS}(R)=1$ 且对于任意 R 后继节点 P 均有 $\mathrm{DIS}(P)\neq 1$, 则 R 是决策表 S' 的一个约简.

由定理 4 和定义 9 可知定理 5 显然成立.

3　基于幂图的属性约简搜索算法

根据定义 7, 差别矩阵的元素个数为 $|U_C|^2$. 由矩阵的对称性, 差别集的元素个数为 $|U_C|^2/2$. 由定理 3 可知, 由于空集元素的存在, $\mathrm{DIS}(C)$ 的元素个数要小于 $|U_C|^2/2$, 从而所需存储的空间要小于差别矩阵.

下面给出基于重要度幂图的属性约简算法步骤.

输入: $S=(U,C\bigcup D,V,f)$;

输出: 约简 Red.

Step 1: 对 U 按 C 生成等价类 $\{[x_1]_C,[x_2]_C,\cdots,[x_n]_C\}$, 根据定义 6 生成简化决策表 $S'=(U_C,C\bigcup D',V',f')$;

Step 2: 根据定义 8 计算 $\mathrm{DIS}(C)$;

Step 3: $\forall a\in C$, 令 $\mathrm{DIS}(a)=\varnothing$, 取 $\mathrm{DIS}(C)$ 中样本对 $\langle x_i,x_j\rangle$, 若 $f'(x_i,a)\neq f'(x_j,a)$, 则

$$\mathrm{DIS}(a)=\mathrm{DIS}(a)\bigcup\{\langle x_i,x_j\rangle\};$$

Step 4: 建立链表 L, 临时集合 Set;

Step 5: 将 C 加入到 L 中第 1 个节点;

Step 6: 若 L 表是空表, 则退出, 否则进入下一步;

Step 7: 选择 L 上的第 1 个节点 A, 将节点 A 按幂图扩展并存入临时集合 Set, 同时将 A 从 L 中删除;

Step 8: 根据性质 3 计算 Set 中每个成员的重要度, 将重要度小于 1 的成员从 Set 中移除;

Step 9: 检查 Set 是否为空, 是则令 $\mathrm{Red}=\mathrm{Red}\bigcup A$ 并输出约简 Red, 否则转到 Step 11;

Step 10: 判断是否需要找下一个约简? 若否, 则退出;

Step 11: 将 Set 中未出现在 L 中的成员加到 L 中末尾, 重新排列表 L, 并清空临时集合 Set;

Step 12: 转至 Step 6.

算法中: Step 1 采用快速排序法[10], 时间复杂度为 $O(|C||U|)$; Step 2 的时间复杂度为 $O(|U_C|^2)$; Step 3 的时间复杂度为 $O((|C|-1)|U_C|^2)$.

若需要求出所有约简或最优约简, 则可以采用宽度搜索. 此时算法的时间复杂度的最差情况就是搜索整个幂图空间, 图的节点总数是 $2^{|C|}$, 从而时间复杂

度为 $O(2^{|C|}|C||U_C|^2)$, 即整个算法的时间复杂度为 $O(2^{|C|}|C||U_C|^2)$. 但是, 由于求解过程中有删除过程, 即剪枝, 算法的实际复杂度达不到 $O(2^{|C|}|C||U_C|^2)$, 这比一般求所有约简算法的时间效率更高.

若只求约简或者次优约简, 则可采用深度优先搜索, 在 Step 11 中重排表 L, 从而最差情况下搜索 $|C|$ 次, 每次计算重要度的次数为 $|C|, |C|-1, \cdots, 1$. 所以深度搜索最坏情况下的时间复杂度为 $O(|C|^2|U_C|^2)$.

综上, 若求所有约简或最优约简, 则采用宽度优先搜索的时间复杂度的最差情况为 $O(2^{|C|}|C||U_C|^2)$; 若只求约简或者次优约简, 则采用深度优先搜索, 时间复杂度为 $O(|C|^2|U_C|^2)$.

对于空间复杂度, 若按宽度搜索所有约简或最优约简, 则最差情况是搜索所有节点. 由于有删除节点, 空间复杂度为 $O\left(\begin{bmatrix}[|C|/2]\\|C|\end{bmatrix}+|C||U|\right)$, 其中 $[\cdot]$ 表示取整. 若按深度优先求约简或次优约简, 则空间复杂度为 $O(|C|^2+|C||U|)$.

4 实例分析和实验验证

4.1 实例分析

表 1 为一个决策表, 其中条件属性 $C=\{a,b,c,d\}$, D 为决策属性.

表 1 决策表

U	a	b	c	d	D
x_1	1	1	1	1	0
x_2	2	2	2	1	1
x_3	1	1	1	1	0
x_4	2	3	2	3	0
x_5	2	2	2	1	1
x_6	3	1	2	1	0
x_7	1	2	3	2	2
x_8	2	3	1	2	3
x_9	3	1	2	1	1
x_{10}	1	2	3	2	2
x_{11}	3	1	2	1	1
x_{12}	2	3	1	2	3
x_{13}	4	3	4	2	1
x_{14}	1	2	3	2	3
x_{15}	4	3	4	2	2

分析表 1, 按照属性集 C 划分的等价类为

$$X_1=\{x_1,x_3\},\ X_2=\{x_2,x_5\},$$

$$X_3=\{x_4\},\ X_4=\{x_6,x_9,x_{11}\},$$

$$X_5=\{x_7,x_{10},x_{14}\},\ X_6=\{x_8,x_{12}\},$$

$$X_7=\{x_{13},x_{15}\}.$$

根据定义 6, 取等价类的代表元构成相容决策表, 如表 2 所示. 其搜索幂图如图 2 所示 (括号中的数字表示对应属性重要度).

由图 2 可知, 表 1 的约简为 $\{b,c\}\{a,d\}$.

表 2 表 1 的简化决策表

U	a	b	c	d	D
x_1	1	1	1	1	0
x_2	2	2	2	1	1
x_4	2	3	2	3	0
x_6	3	1	2	1	*
x_7	1	2	3	2	*
x_8	2	3	1	2	3
x_{13}	4	3	4	2	*

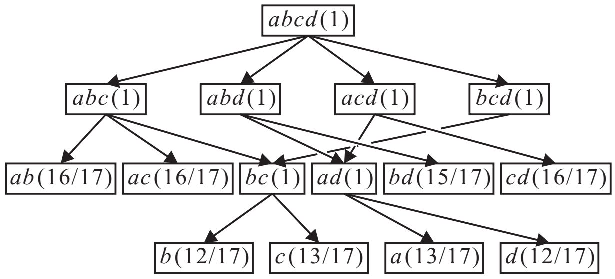

图 2 扩展幂图

4.2 实验验证

为进一步说明本文算法的性能和有效性, 选用 UCI 数据集中的 4 个数据 (data 1: Zoo; data 2: Soybean -small; data 4: Balance; data4: Iris Plants) 进行实验验证. 测试环境为 P4 3.0, RAM 1G, 采用 Matlab 编程. 表 3 是实验数据, 实验结果如表 4 所示. 其中: $|N|$ 表示数据的修正差别矩阵的上三角矩阵中非空元素的个数, |red| 表示最小约简长度, 搜索方式是宽度搜索.

表 3 实验数据

数据集	$\lvert U\rvert$	$\lvert C\rvert$
data 1	101	16
data 2	47	35
data 3	625	4
data 4	150	4

表 4 实验结果

数据集	$\lvert U_C\rvert$	$\lvert N\rvert$	$\lvert \mathrm{DIS}(C)\rvert$	|red|	time / s
data 1	59	4 005	1 405	5	0.396
data 2	47	810	810	2	2.201
data 3	625	111 168	111 168	4	0.530
data 4	147	7 500	7 202	3	0.056

通过实验数据可以发现, 虽然 data 1 的样本是 data 2 的两倍, 但 data 2 比 data 1 约简所消耗时间多, 这主要是由于 data 2 的最小约简比原属性集的数目少得多, 并且 data 1 简化后样本与 data 2 相差不大. 这说明算法的时间开销主要取决于幂图的搜索阶段, 求简化决策表以及样本对集所消耗时间占整个算法的比例不大. 从 data 3 以及 data 4 和 data 2 的对比同样可以得出相同的结论.

5 结 论

为了解决基于差别矩阵的不相容决策表的属性约简所存在的问题, 本文通过修改不相容对象的决策

属性值将决策表的样本集简化, 使不相容决策表转化为简化的相容决策表, 以简化计算量. 同时, 证明了修正差别矩阵与差别矩阵元素的等价性以及差别矩阵与条件属性集的样本对集的等价性. 在此基础上设计了基于重要度幂图的属性约简算法, 并通过实例和实验验证了算法的可行性. 从实例和实验结果看, 对于有重复对象的决策表, 生成样本集所占空间小于差别矩阵所占用空间, 在后续的基于幂图的搜索中, 减小了搜索所消耗的时间, 提高了搜索效率. 另外, 算法的时间开销主要是在幂图的搜索阶段, 由于幂图的搜索是采用宽度搜索, 实验的 4 个数据集约简所消耗的时间都比较长. 下一步将研究基于幂图的启发式函数, 以进一步提高搜索效率.

参考文献(References)

[1] Hu X H, Cercone N. Learning in relational databases: A rough set approach[J]. Computational Intelligence, 1995, 11(2): 323-337.

[2] Skowron A, Rauszer C. The discernibility matrices and functions in information systems[C]. Intelligent Decision Support-handbook of Applications and Advances of the Rough Sets Theory. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 1991: 331-362.

[3] Pawlak Z. Rough sets[J]. Int J of Computer and Information Science, 1982, 11(5): 341-356.

[4] 叶东毅, 陈昭炯. 一个新的差别矩阵及其求核方法[J]. 电子学报, 2002, 30(7): 1086-1088.
(Ye D Y, Chen Z J. A new binary discernibility matrix and the computation of a core[J]. Acta Electronica Sinica, 2002, 30(7): 1086-1088.)

[5] 刘文军, 谷云东, 冯艳宾, 等. 基于可辨别矩阵和逻辑运算的属性约简算法[J]. 模式识别与人工智能, 2004, 17(1): 119-123.
(Liu W J, Gu Y D, Feng Y B, et al. An improved attribute reduction algorithm of decision table[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2004, 17(1): 119-123.)

[6] 葛浩, 李龙澍, 杨传健. 可信度差别矩阵及其属性约简[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2011, 43(5): 146-152.
(Ge H, Li L S, Yang C J. Discernibility matrix based on credibility and attribute reduction method[J]. J of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2001, 43(5): 146-152.)

[7] 陈玉明, 苗夺谦. 基于幂图的属性约简搜索式算法[J]. 计算机学报, 2009, 8(8): 1486-1492.
(Chen Y M, Miao D Q. Searching algorithm for attribute reduction based on power graph[J]. Chinese J of Computers, 2009, 8(8): 1486-1492.)

[8] 叶东毅, 陈昭炯. 不相容决策表全部属性约简计算的一个改进方法[J]. 小型微型计算机系统, 2006, 27(10): 1909-1913.
(Ye D Y, Chen Z J. Improved method for computing all attributes reduct of an inconsistent decisiontable[J]. J of Chinese Computer Systems, 2006, 27(10): 1909-1913.)

[9] 蒙祖强, 史忠植. 一种新的启发式知识约简算法[J]. 小型微型计算机系统, 2009, 30(7): 1249-1255.
(Meng Z Q, Shi Z Z. Novel heuristic algorithm for knowledge reduction[J]. J of Chinese Computer Systems, 2009, 30(7): 1249-1255.)

[10] 徐章艳, 刘作鹏, 杨炳儒, 等. 一个复杂度为 $\max(O(|C||U|), O(|C|^2|U/C|))$ 的快速属性约简算法[J]. 计算机学报, 2006, 29(3): 391-399.
(Xu Z Y, Liu Z P, Yang B R, et al. A quick attribute reduction algorithm with complexity of $\max(O(|C||U|), O(|C|^2|U/C|))$[J]. Chinese Computer J of Computers, 2006, 29(3): 391-399.)

[11] Degang Chen, Suyun Zhao, Lei Zhang, et al. Sample pair selection for attribute reduction with rough set[J]. IEEE Trans on Knowledge and Data Engineering, 2012, 24(11): 2080-2093.

(责任编辑: 曹洪武)