第 29 卷 第 4 期 Vol. 29 No. 4
控 制 与 决 策 Control and Decision
2014 年 4 月 Apr. 2014

文章编号: 1001-0920 (2014) 04-0719-06 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2013.0040

不确定奇异大系统分散鲁棒预测控制

刘晓华, 景依凤, 杨园华
(鲁东大学 数学与统计科学学院，山东 烟台 264025)

摘 要: 针对一类不确定奇异关联大系统, 讨论了当系统状态不可测时, 基于输出反馈的分散鲁棒预测控制问题. 通过构造 Lyapunov 函数以及应用线性矩阵不等式方法, 将“min-max”优化问题转化为凸优化问题求解, 从而得到了输出反馈分散控制器存在的充分条件和显示表达式. 证明了优化问题在初始时刻的可行解能保证奇异闭环大系统渐近稳定且正则无脉冲. 仿真结果验证了算法的有效性.

关键词: 奇异大系统；鲁棒预测控制；分散控制；输出反馈
中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Decentralized robust predictive control for uncertain singular large-scale systems

LIU Xiao-hua, *JING Yi-feng*, *YANG Yuan-hua*
(School of Mathematics and Statistics Science，Ludong University，Yantai 264025，China．Correspondent：LIU Xiao-hua，E-mail：xhliu@ldu.edu.cn)

Abstract: When the system states are unmeasurable, the problem of decentralized robust predictive control with output feedback is studied for the uncertain singular large-scale system with interconnected subsystems. By constructing the Lyapunov function, and with the method of LMIs, the “min-max” optimization problems are converted into convex programming problems. Then the sufficient conditions for the existence of the decentralized robust output feedback predictive controller are derived. The stability of the closed-loop singular large-scale systems is guaranteed by the initial feasible solutions of the optimization problems. The regular and the impulse-free of singular systems are also hold. Simulation results illustrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: singular large-scale system；robust predictive control；decentralized control；output feedback

0 引 言

随着实际工业过程规模的扩大和结构的复杂化, 工业大系统的控制和管理问题受到广泛的关注[1]. 大系统的高维性、多层性和分布性导致集中控制存在较大的局限性, 因此, 分散控制成为大系统控制的一个重要的手段, 并取得了较好的成果[2-3].

奇异系统比正常系统具有更为一般的形式, 能够更好地描述实际过程, 例如电力系统、机器人系统和化工过程等[4]. 奇异大系统的分散控制研究已取得了一系列成果. 文献 [5] 基于离散奇异系统的实引理, 提出了离散奇异大系统的分散 H_∞ 状态反馈控制. 考虑到实际生产中不确定性因素的影响, 文献 [6] 给出了分散 H_∞ 保性能控制器的充分条件. 文献 [7] 研究了基于输出反馈的状态不可测奇异大系统分散鲁棒 H_∞ 控制, 给出了非线性矩阵不等式形式的输出反馈控制器存在的充分条件. 考虑数值界不确定性, 文献 [8] 提出了奇异大系统的输出反馈分散鲁棒 H_∞ 控制算法, 并证明了算法的稳定性.

预测控制是一种能够在线处理控制量和状态量的约束问题, 且对模型的精确度要求不高的过程控制方法, 也是当前实际工业中应用最为广泛的现代控制方法[9]. 目前, 对于正常大系统的分散预测控制研究已取得较好的成果[10-12], 然而, 对于奇异大系统的分散预测控制的研究成果尚未见报道.

对于一类不确定奇异大系统, 本文将分散控制与鲁棒预测控制相结合, 研究了具有输出反馈形式的分散鲁棒预测控制器的设计问题. 首先, 基于 LMI 方法和变量变换思想, 采用参数独立 Lyapunov 函数, 将无

收稿日期: 2013-01-09；**修回日期:** 2013-07-30.
基金项目: 国家自然科学基金项目(61174097).
作者简介: 刘晓华(1959−), 男, 教授, 博士生导师, 从事预测控制、自适应控制理论等研究；景依凤(1988−), 女, 硕士生, 从事预测控制的研究.

限时域优化问题转化为线性矩阵不等式约束问题, 确定分段连续的输出反馈控制律; 然后, 分析并给出奇异闭环大系统的渐近稳定性和正则无脉冲性条件; 最后, 通过仿真验证了所提出的控制算法的有效性.

1 问题描述

考虑具有 N 个子系统的多面体不确定奇异大系统

$$\begin{cases} E_i\dot{x}_i(t) = A_{ii}(t)x_i(t) + \sum\limits_{i,j=1,j\neq i}^{N} A_{ij}(t)x_j(t) + \\ \qquad B_i(t)u_i(t), \\ y_i(t) = C_i(t)x_i(t). \end{cases} \tag{1}$$

其中: $x_i(t) \in R^{n_i}$、$u_i(t) \in R^{m_i}$、$y_i(t) \in R^{p_i}$ 分别为第 i 个子系统的状态、输入和输出 $(i = 1, 2, \cdots, N)$; E_i 为奇异矩阵, 且有

$$E_i \in R^{n_i\times n_i},\ \sum_{i=1}^{N} n_i = n,$$

$$\mathrm{rank}(E_i) = r_i,\ \sum_{i=1}^{N} r_i = r < n;$$

$A_{ii}(t)$、$A_{ij}(t)$、$B_i(t)$ 和 $C_i(t)$ 为适维矩阵, $A_{ij}(t)$ 为第 i 个子系统和第 j 个子系统之间的关联矩阵. 本文假设所讨论的奇异系统均是正则无脉冲的,系统具有多面体不确定性, 满足

$$[A_{ij}(t)|B_i(t)] \in \Omega =$$

$$C_o\{A_{ij1}|B_{i1}, A_{ij2}|B_{i2}, \cdots, A_{ijL}|B_{iL}\},\ \forall t \geqslant 0,$$

即存在 L (正整数) 个非负系数 $\lambda(t)$, 使得

$$\begin{cases} [A_{ij}(t)|B_i(t)] = \sum\limits_{l=1}^{L}\lambda_i(t)\{A_{ijl}|B_{il}\}, \\ \sum\limits_{i=1}^{L}\lambda_i(t) = 1. \end{cases}$$

选取无穷时域性能指标为每个子系统的性能指标和, 即

$$J_k = \sum_{i=1}^{N}\int_0^{\infty}({x_i}^{\mathrm{T}}(kT+\tau,kT)Q_ix_i(kT+\tau,kT) + {u_i}^{\mathrm{T}}(kT+\tau,kT)R_iu_i(kT+\tau,kT))\mathrm{d}\tau, \tag{2}$$

其中 $Q_i > 0$、$R_i > 0$ 为给定的对称正定矩阵.

令

$$E = \mathrm{block}-\mathrm{diag}(E_1, E_2, \cdots, E_N),$$

$$B = \mathrm{block}-\mathrm{diag}(B_1, B_2, \cdots, B_N),$$

$$C = \mathrm{block}-\mathrm{diag}(C_1, C_2, \cdots, C_N),$$

$$A = \sum_{i=1}^{N}((A_{ii})_{ii}) + \sum_{i,j=1,j\neq i}^{N}((A_{ij})_{ij}),$$

$$x(t) = \mathrm{col}(x_1(t), x_2(t), \cdots, x_N(t)),$$

$$y(t) = \mathrm{col}(y_1(t), y_2(t), \cdots, y_N(t)),$$

$$u(t) = \mathrm{col}(u_1(t), u_2(t), \cdots, u_N(t)).$$

对于大系统 (1), 在满足 $(A(t), B(t), C(t))$ 可稳定且可观测的条件下, 考虑每个子系统的输出反馈控制器如下:

$$\begin{cases} E_i\dot{\hat{x}}_i(t) = A_{ci}\hat{x}_i(t) + B_{ci}y_i(t), \\ \hat{x}_i(0) = x_i(0), u_i(t) = C_{ci}\hat{x}_i(t). \end{cases} \tag{3}$$

其中: $\hat{x}_i(t) \in R^{n_i}$ 为第 i 个控制器的状态, A_{ci}、B_{ci}、$C_{ci}(i = 1, 2, \cdots, N)$ 为待确定的控制器系数矩阵. 与其相对应的闭环大系统为

$$\tilde{E}_i\dot{\tilde{x}}_i(t) = \tilde{A}_i\tilde{x}_i(t). \tag{4}$$

其中

$$\tilde{E}_i = \begin{bmatrix} E_i & 0 \\ 0 & E_i \end{bmatrix},$$

$$\tilde{x}_i(t) = \begin{bmatrix} x_i(t) \\ \hat{x}_i(t) \end{bmatrix},$$

$$\tilde{A}_i = \begin{bmatrix} \sum\limits_{i=1}^{N}((A_{ii})_{ii}) + \sum\limits_{i,j=1,j\neq i}^{N}((A_{ij})_{ij}) & B_iC_{ci} \\ B_{ci}C_i & A_{ci} \end{bmatrix}.$$

闭环系统性能指标为

$$J_k = \sum_{i=1}^{N}\int_0^{\infty}({x_i}^{\mathrm{T}}(kT+\tau,kT)Q_ix_i(kT+\tau,kT) + \hat{x}_i^{\mathrm{T}}(kT+\tau,kT){C_{ci}}^{\mathrm{T}}R_iC_{ci}\hat{x}_i(kT+\tau,kT))\mathrm{d}\tau =$$

$$\sum_{i=1}^{N}\int_0^{\infty}([{x_i}^{\mathrm{T}}(kT+\tau,kT)\hat{x}_i^{\mathrm{T}}(kT+\tau,kT)]\times \begin{bmatrix} Q_i & 0 \\ 0 & {C_{ci}}^{\mathrm{T}}R_iC_{ci} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_i(kT+\tau,kT) \\ \hat{x}_i(kT+\tau,kT) \end{bmatrix})\mathrm{d}\tau.$$

根据上述分析, 本文的优化问题可归结为

$$\min_u\max J_k = \min\max\sum_{i=1}^{N}\int_0^{\infty}(\tilde{x}_i^{\mathrm{T}}(kT+\tau,kT)\bar{C}_i^{\mathrm{T}}\bar{C}_i\times \tilde{x}_i(kT+\tau,kT))\mathrm{d}\tau. \tag{5}$$

其中

$$\tilde{x}_i(kT+\tau,kT) = \begin{bmatrix} x_i(kT+\tau,kT) \\ \hat{x}_i(kT+\tau,kT) \end{bmatrix},$$

$$\bar{C}_i = \begin{bmatrix} {Q_i}^{1/2} & 0 \\ 0 & {R_i}^{1/2}C_{ci} \end{bmatrix}.$$

本文鲁棒预测控制的目的是: 假设子系统之间没有信息通信, 在每一采样时刻 kT, 通过求解优化问题

(5), 确定矩阵 A_{ci}、B_{ci}、C_{ci}, 以及每个子系统输出反馈控制器, 使得相应的不确定奇异闭环大系统在渐近稳定的同时, 正则无脉冲.

2　分散鲁棒输出反馈预测控制器设计

对于闭环系统 (4) 的第 i 个奇异子系统, 由于这里设计的控制器忽略了子系统之间的联系, 系统控制性能不可能达到集中控制的最优指标, 为了使每个子系统设计的控制器降低保守性[16], 定义参数独立 Lyapunov 函数为

$$V(\tilde{x}_i(t)) = \tilde{x}_i^{\mathrm{T}}(t)\tilde{E}_i^{\mathrm{T}}P_i(\lambda)\tilde{x}_i(t).$$

其中: $P_i(\lambda)$ 满足 $\tilde{E}_i^{\mathrm{T}}P_i(\lambda) = {P_i}^{\mathrm{T}}(\lambda)\tilde{E}_i \geqslant 0$, 且 $P_i(\lambda) = \sum\limits_{n=1}^{L}\lambda_{in}P_{in},\ i=1,2,\cdots,N$, P_{in} 为已知矩阵, $P_i(\lambda)$ 的最小特征值严格大于 0, 即 $\varrho_1 \leqslant \lambda_{\min}(P_i(\lambda)) \leqslant \varrho_2$, $\varrho_1 > 0$, $\varrho_2 > 0$[16]. 在每一采样时刻 kT, 选择 V 满足如下条件:

$$\dot{V}(t,\lambda) \leqslant -\tilde{x}_i^{\mathrm{T}}(kT+\tau,kT)\bar{C}_i^{\mathrm{T}}\bar{C}_i\tilde{x}_i(kT+\tau,kT). \tag{6}$$

当闭环系统稳定时, $\tilde{x}_i(\infty,kT) = 0$, 进而有 $V(\tilde{x}_i(\infty,kT)) = 0$, 对式 (6) 积分可得

$$V(\tilde{x}_i(kT)) \geqslant \int_0^{\infty}(\tilde{x}_i(kT+\tau,kT)^{\mathrm{T}}\bar{C}_i^{\mathrm{T}}\bar{C}_i\tilde{x}_i(kT+\tau,kT))\mathrm{d}\tau.$$

由此可知, 性能指标 (5) 满足

$$\max J_k \leqslant \sum_{i=1}^{N}V(\tilde{x}_i(kT)).$$

显然, $\sum\limits_{i=1}^{N}V(\tilde{x}_i(kT))$ 为 $\max J_k$ 的上确界. 本文令

$$V(\tilde{x}_i(kT)) = \tilde{x}_i^{\mathrm{T}}(kT)\tilde{E}_i^{\mathrm{T}}P_i(\lambda)\tilde{x}_i(kT) < \mathrm{tr}P_i(\lambda),$$

于是, 将问题 (5) 中的"min-max"性能指标转化为如下性能指标:

$$\min\sum_{i=1}^{N}\mathrm{tr}P_i(\lambda), \tag{7}$$

其中 tr 表示矩阵的迹.

引理 1[13] (Schur 补)　给定对称矩阵

$$F = \begin{bmatrix} A & B^{\mathrm{T}} \\ B & C \end{bmatrix}.$$

其中: $F = F^{\mathrm{T}} \in R^{(n+m)\times(n+m)}$, $A \in R^{n\times n}$, $B \in R^{n\times m}$, $C \in R^{m\times m}$, 则以下 3 个条件是等价的:

$$F > 0;$$

$$A > 0,\ C - B^{\mathrm{T}}A^{-1}B > 0;$$

$$C > 0,\ A - B^{\mathrm{T}}C^{-1}B > 0.$$

为了给出输出反馈控制器 (3) 的算法, 本文先给出如下定理.

定理 1　对于不确定奇异大系统 (1), 如果式 (6) 成立, 则优化问题 (7) 可转化为

$$\min_{\lambda,W_i,\tilde{Q},\tilde{A},\bar{C}}\sum_{i=1}^{N}\mathrm{tr}P_i(\lambda). \tag{8}$$

$$\text{s.t.}\begin{bmatrix} 1 & \tilde{x}_i^{\mathrm{T}}(kT) \\ \tilde{x}_i(kT) & W_i \end{bmatrix} > 0, \tag{9}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{Q}_i^{\mathrm{T}}(\lambda)\tilde{A}_i^{\mathrm{T}} + \tilde{A}_i\tilde{Q}_i(\lambda) & \tilde{Q}_i^{\mathrm{T}}(\lambda)\bar{C}_i^{\mathrm{T}} \\ \bar{C}_i\tilde{Q}_i(\lambda) & -\mathrm{tr}P_i(\lambda)I \end{bmatrix} < 0. \tag{10}$$

其中

$$\tilde{A}_i = \begin{bmatrix} \sum\limits_{i=1}^{N}((A_{ii})_{ii}) + \sum\limits_{i,j=1,j\neq i}^{N}((A_{ij})_{ij}) & B_iC_{ci} \\ B_{ci}C_i & A_{ci} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{Q}_i(\lambda) = (\mathrm{tr}P_i(\lambda))P_i^{-1}(\lambda),$$

$$W_i = \mathrm{tr}P_i(\lambda)(\tilde{E}_i^{\mathrm{T}}P_i(\lambda))^{-1} > 0.$$

证明　考虑 $V(t,\lambda) = \tilde{x}_i^{\mathrm{T}}(kT)\tilde{E}_i^{\mathrm{T}}P_i(\lambda)\tilde{x}_i(kT) < \mathrm{tr}P_i(\lambda)$. 令 $W_i = \mathrm{tr}P_i(\lambda)(\tilde{E}_i^{\mathrm{T}}P_i(\lambda))^{-1} > 0$, 由 Schur 补引理可知, 上式等价于

$$\begin{bmatrix} 1 & \tilde{x}_i(kT)^{\mathrm{T}} \\ \tilde{x}_i(kT) & W_i \end{bmatrix} > 0.$$

将状态方程 (4) 代入 (6), 可得

$$\begin{aligned}
&\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}V(\tilde{x}_i(kT+\tau,kT)) = \\
&\dot{\tilde{x}}_i^{\mathrm{T}}(kT+\tau,kT)\tilde{E}_i^{\mathrm{T}}P_i(\lambda)\tilde{x}_i(kT+\tau,kT) + \\
&\tilde{x}_i^{\mathrm{T}}(kT+\tau,kT)\tilde{E}_i^{\mathrm{T}}P_i(\lambda)\dot{\tilde{x}}_i(kT+\tau,kT) = \\
&\tilde{x}_i^{\mathrm{T}}(kT+\tau,kT)\tilde{A}_i^{\mathrm{T}}P_i(\lambda)\tilde{x}_i(kT+\tau,kT) + \\
&\tilde{x}_i^{\mathrm{T}}(kT+\tau,kT){P_i}^{\mathrm{T}}(\lambda)\tilde{A}_i\tilde{x}_i(kT+\tau,kT) \leqslant \\
&-{\tilde{x}_i}^{\mathrm{T}}(kT+\tau,kT)\bar{C}_i^{\mathrm{T}}\bar{C}_i\tilde{x}_i(kT+\tau,kT).
\end{aligned}$$

进一步整理, 可得

$$\tilde{A}_i^{\mathrm{T}}P_i(\lambda) + {P_i}^{\mathrm{T}}(\lambda)\tilde{A}_i + \bar{C}_i^{\mathrm{T}}\bar{C}_i \leqslant 0. \tag{11}$$

将式 (11) 左右同时乘以 ${P_i}^{-\mathrm{T}}(\lambda)$ 和 ${P_i}^{-1}(\lambda)$, 可得

$$\begin{aligned}
&{P_i}^{-\mathrm{T}}(\lambda)\tilde{A}_i^{\mathrm{T}} + \tilde{A}_i{P_i}^{-1}(\lambda) + \\
&{P_i}^{-\mathrm{T}}(\lambda)\bar{C}_i^{\mathrm{T}}\bar{C}_i{P_i}^{-1}(\lambda) \leqslant 0,
\end{aligned}$$

令 $\tilde{Q}_i(\lambda) = (\mathrm{tr}P_i(\lambda)){P_i}^{-1}(\lambda)$, 则上式可等价为

$$\begin{aligned}
&\tilde{Q}_i^{\mathrm{T}}(\lambda)\tilde{A}_i^{\mathrm{T}} + \tilde{A}_i\tilde{Q}_i(\lambda) - \\
&\Big(-\frac{1}{\mathrm{tr}P_i(\lambda)}\Big)\tilde{Q}_i^{\mathrm{T}}(\lambda)\bar{C}_i^{\mathrm{T}}\bar{C}_i\tilde{Q}_i(\lambda) < 0.
\end{aligned}$$

利用 Schur 补引理可将上式转化为如下线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \tilde{Q}_i^{\mathrm{T}}(\lambda)\tilde{A}_i^{\mathrm{T}} + \tilde{A}_i\tilde{Q}_i(\lambda) & \tilde{Q}_i^{\mathrm{T}}(\lambda)\bar{C}_i^{\mathrm{T}} \\ \bar{C}_i\tilde{Q}_i(\lambda) & -\mathrm{tr}P_i(\lambda)I \end{bmatrix} < 0. \qquad \square$$

由于非线性耦合的存在, 很难直接从不等式 (10)

中确定系数矩阵 A_{ci}, B_{ci}, C_{ci}. 为此, 本文引入变量变换思想[17], 给出奇异大系统 (1) 的分散鲁棒输出反馈控制器设计算法.

考虑如下分解矩阵:

$$\tilde{Q}_i(\lambda)=\begin{bmatrix} R_i(\lambda) & M_i(\lambda)\\ {M_i}^{\mathrm{T}}(\lambda) & U_i(\lambda)\end{bmatrix},$$

$$\tilde{Q}_i(\lambda)^{-1}=\begin{bmatrix} S_i(\lambda) & N_i(\lambda)\\ {N_i}^{\mathrm{T}}(\lambda) & V_i(\lambda)\end{bmatrix},$$

其中 S 和 R 为对称矩阵. 由 $\tilde{Q}_i\tilde{Q}_i^{-1}=I$ 可得 $M_i{N_i}^{\mathrm{T}}=I-R_iS_i$, 即可根据 S_i 和 R_i 确定出 M_i 和 N_i. 定义一组新的变量

$$\begin{cases}\hat{A}_i=S_iA_iR_i+N_iA_{ci}{M_i}^{\mathrm{T}}+\hat{B}_iC_iR_i+S_iB_i\hat{C}_i,\\ \hat{B}_i=N_iB_{ci},\\ \hat{C}_i=C_{ci}{M_i}^{\mathrm{T}}.\end{cases}\tag{12}$$

其中

$$A_i=\sum_{i=1}^{N}((A_{ii})_{ii})+\sum_{i,j=1,j\neq i}^{N}((A_{ij})_{ij}).$$

由 Schur 补引理可知, 不等式 (10) 可等价为

$$\tilde{Q}_i^{\mathrm{T}}(\lambda)\tilde{A}_i^{\mathrm{T}}+\tilde{A}_i\tilde{Q}_i(\lambda)-\Big(-\frac{1}{\mathrm{tr}P_i(\lambda)}\Big)\tilde{Q}_i^{\mathrm{T}}(\lambda)\bar{C}_i^{\mathrm{T}}\bar{C}_i\tilde{Q}_i(\lambda)<0.$$

将上式两边分别乘以 $(\bar{C}_i\tilde{Q}_i(\lambda))^{-\mathrm{T}}$ 和 $(\bar{C}_i\tilde{Q}_i(\lambda))^{-1}$, 可得

$$(\bar{C}_i\tilde{Q}_i(\lambda))^{-\mathrm{T}}\tilde{Q}_i^{\mathrm{T}}(\lambda)\tilde{A}_i^{\mathrm{T}}(\bar{C}_i\tilde{Q}_i(\lambda))^{-1}+(\bar{C}_i\tilde{Q}_i(\lambda))^{-\mathrm{T}}\tilde{A}_i\tilde{Q}_i(\lambda)(\bar{C}_i\tilde{Q}_i(\lambda))^{-1}-\Big(-\frac{1}{\mathrm{tr}P_i(\lambda)}\Big)I<0.$$

将 $\tilde{Q}_i(\lambda)$ 和 $\tilde{Q}_i(\lambda)^{-1}$ 的分解矩阵分别代入上式, 由定义的新变量及 Schur 补引理可知, 不等式 (10) 可整理为如下形式:

$$\begin{bmatrix} Z_{i(11)} & Z_{i(12)}\\ {Z_{i(12)}}^{\mathrm{T}} & Z_{i(22)}\end{bmatrix}<0.\tag{13}$$

其中

$$Z_{i(11)}=\begin{bmatrix} {Z_{i(11)}}^1 & {A_i}^{\mathrm{T}}+\hat{A}_i\\ A_i+\hat{A}_i^{\mathrm{T}} & {Z_{i(11)}}^2\end{bmatrix},$$

$$Z_{i(12)}=\begin{bmatrix} {Q_i}^{1/2} & 0\\ R_i(\lambda){Q_i}^{1/2} & \hat{C}_i{R_i}^{1/2}\end{bmatrix},$$

$$Z_{i(22)}=\mathrm{diag}\{-\mathrm{tr}P_i(\lambda)I,-\mathrm{tr}P_i(\lambda)I\},$$

$${Z_{i(11)}}^1=S_i(\lambda)A_i+{A_i}^{\mathrm{T}}S_i(\lambda)+\hat{B}_iC_i+{C_i}^{\mathrm{T}}\hat{B}_i^{\mathrm{T}},$$

$${Z_{i(11)}}^2=A_iR_i(\lambda)+R_i(\lambda){A_i}^{\mathrm{T}}+B_i\hat{C}_i+\hat{C}_i^{\mathrm{T}}{B_i}^{\mathrm{T}}.$$

于是, 本文得到如下定理.

定理 2 对于不确定奇异大系统 (1), 在每一采样时刻 kT, 采用输出反馈控制器 (3), 则优化问题 (8)∼(10) 等价为满足以下矩阵不等式约束的优化问题:

$$\min_{\lambda,\hat{A}_i,\hat{B}_i,\hat{C}_i,R_i,S_i}\sum_{i=1}^{N}\mathrm{tr}P_i(\lambda)$$

$$\mathrm{s.t.}\begin{bmatrix} 1 & \tilde{x}_i^{\mathrm{T}}(kT)\\ \tilde{x}_i(kT) & W_i\end{bmatrix}>0,$$

$$\begin{bmatrix} Z_{i(11)} & Z_{i(12)}\\ {Z_{i(12)}}^{\mathrm{T}} & Z_{i(22)}\end{bmatrix}<0.\tag{14}$$

由此, 本文给出输出反馈分散鲁棒预测控制算法步骤如下.

Step 1: 选取 $t_k(k=0,1,\cdots)$ 和 T, 令 $t_k=kT$ 且取 $k=0$;

Step 2: 在每一采样时刻, 求解优化问题 (14), 得到相应的变量 $\hat{A}_i, \hat{B}_i, \hat{C}_i, R_i, S_i$;

Step 3: 将所得变量根据式 (12) 确定输出反馈控制器 (3) 的系数矩阵 A_{ci}, B_{ci}, C_{ci};

Step 4: 利用输出反馈控制器 (3), 在 $kT+\tau$ 时刻, 计算输出反馈控制器状态 $\hat{x}_i(kT+\tau,kT)$、系统状态预测值 $x_i(kT+\tau,kT)$ 和输出 $y_i(kT)$, 并重复 Step 1 ∼ Step 4.

3 稳定性分析

引理 2[4] 若存在可逆矩阵 $P\in R$, 使得

$$AP^{\mathrm{T}}+PA^{\mathrm{T}}<0,$$

$$EP^{\mathrm{T}}=PE^{\mathrm{T}}\geqslant 0,$$

成立, 则奇异系统 $E\dot{x}(t)=A(t)x(t)$ 是稳定、正则且无脉冲的.

引理 3[15] 定理 2 在 kT 时刻存在可行解, 则该优化问题在 NT 时刻仍存在可行解.

由定理 2 可得 kT 时刻输出反馈控制器矩阵 ${A_{ci}}^k$, ${B_{ci}}^k$, ${C_{ci}}^k$, 当 k 从 $0\to\infty$ 变化时, 可顺序求得输出反馈控制序列 $\{{A_{ci}}^k, {B_{ci}}^k, {C_{ci}}^k\}$. 由引理 3 可知, 采样时刻的可行解保证了优化问题 (14) 的解始终可行. 将 $\{{A_{ci}}^k, {B_{ci}}^k, {C_{ci}}^k\}$ 代入系统 (1), 可得到如下闭环系统:

$$\tilde{E}_k\dot{\tilde{x}}_i(t)=\tilde{A}_k\tilde{x}_i(t).\tag{15}$$

定理 3 如果优化问题 (14) 在初始时刻存在可行解, 则闭环大系统 (15) 是正则、稳定且无脉冲的.

证明 闭环系统的分段连续 Lyapunov 函数为

$$V(\tilde{x}_i(t))=\tilde{x}_i^{\mathrm{T}}(t)\tilde{E}_k^{\mathrm{T}}P_{ik}(\lambda)\tilde{x}_i(t).$$

由如下不等式

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}V(\tilde{x}_i(kT+\tau,kT))\leqslant$$

$$-\tilde{x}_i{}^{\mathrm{T}}(kT+\tau,kT)\bar{C}_i^{\mathrm{T}}\bar{C}_i\tilde{x}_i(kT+\tau,kT),$$

及式 (15), 整理可得

$$\tilde{A}_k^{\mathrm{T}}P_{ik}+P_{ik}{}^{\mathrm{T}}\tilde{A}_k\leqslant 0,$$

从而由引理 2 可知, 闭环系统 (15) 是正则、稳定且无脉冲的. □

4 仿真实例

考虑不确定奇异大系统 (1) 由 2 个子系统构成, 且有 $[A_{ij}(t)|B_i(t)]\in\Omega,\forall t\geqslant 0$, 其中:

系统 1

$$E_1=\begin{bmatrix}1&0\\0&0\end{bmatrix}.$$

A_{11},A_{12},B_1 由下面多面体给出:

$$\Omega_1=\left\{\left(\begin{bmatrix}3&-3\\1&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0.1&-0.2&0.1\\-0.2&0.1&-0.1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1\\3\end{bmatrix}\right),\left(\begin{bmatrix}3&-3\\0.5&2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0.1&-0.15&0.1\\-0.15&0.05&-0.1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1\\2.5\end{bmatrix}\right)\right\};$$

$$C_1=[1\quad 0].$$

系统 2

$$E=\begin{bmatrix}1&0&1\\0&0&0\\0&0&1\end{bmatrix}.$$

A_{22},A_{21},B_2 由下面多面体给出:

$$\Omega_2=\left\{\left(\begin{bmatrix}-2&0.5&-0.8\\-1&-2&0\\0.2&1&-2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}-0.5&0.5\\0.5&-0.5\\0.5&0.5\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0\\1&0\\0&1\end{bmatrix}\right),\left(\begin{bmatrix}-2&0.3&-0.8\\-1&-2&0\\0.2&1&-2.5\end{bmatrix},\begin{bmatrix}-1&0.5\\0.5&-0.5\\0.5&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0\\1&0\\0&0.5\end{bmatrix}\right)\right\};$$

$$C_2=\begin{bmatrix}0&0.5&1\\1&0.5&-1\end{bmatrix}.$$

初始状态 $x_{10}=[-1.8\ \ 0.6]^{\mathrm{T}}$, $x_{20}=[-1\ \ 1\ \ 1]^{\mathrm{T}}$, 加权矩阵 $Q_1=I$, $R_1=0.5I$, $Q_2=I_{3\times3}$, $R_2=0.5I_{2\times2}$, 采样周期 $T=0.2\,\mathrm{s}$. 由本文提出的输出反馈鲁棒预测控制器算法得到 kT 采样时刻的输出反馈控制器系数矩阵为

$$A_{c1}=\begin{bmatrix}-20.7072&-0.5976\\6.5772&-0.1937\end{bmatrix},$$

$$B_{c1}=\begin{bmatrix}25.0213\\-0.0802\end{bmatrix},$$

$$C_{c1}=\begin{bmatrix}-0.6925\\0.0518\end{bmatrix}^{\mathrm{T}};$$

$$A_{c2}=\begin{bmatrix}-19.3259&2.2964&-0.8349\\10.0711&-23.4032&0.6921\\-4.7395&9.2842&0.7493\end{bmatrix},$$

$$B_{c2}=\begin{bmatrix}20.3562&-13.5326\\-5.3074&11.9984\\0.5934&-6.3599\end{bmatrix},$$

$$C_{c2}=\begin{bmatrix}-0.7768&-0.6194&-0.2003\\-0.3131&0.1724&1.1103\end{bmatrix}.$$

相关闭环系统仿真结果如图 1～图 3 所示.

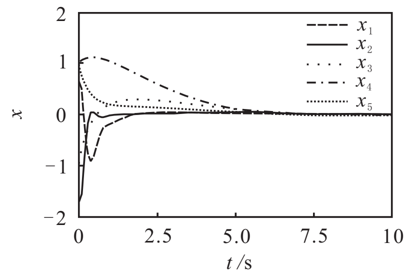

图 1　闭环系统状态

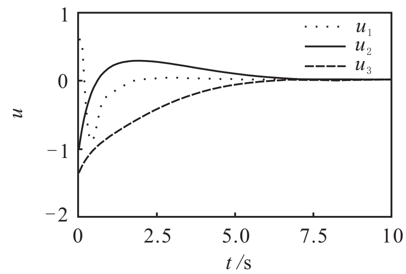

图 2　闭环系统输入

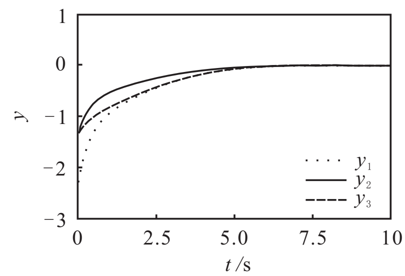

图 3　闭环系统输出

5 结　论

针对一类具有相互关联子系统的奇异大系统, 本文提出了一种输出反馈形式的奇异分散鲁棒预测控制器及其设计方法. 通过变量变换, 给出了约束优化问题解存在的充分条件以及线性矩阵不等式形式的解, 证明了奇异闭环大系统的渐近稳定性、正则性和无脉冲性. 最后通过仿真实例验证了所提出的控制算法的有效性.

参考文献(References)

[1] Yang Guanghong, Zhang Siying. Structural properties of large-scale systems possessing similar structures[J]. Automatica, 1995, 31(7): 1011-1017.

[2] Li Ming, Liu Long. Decentralized robust control for interconnected neutral delay systems[J]. Applied Mathematics and Computation, 2012, 218(14): 7453-7458.

[3] Lubomir Bakule, Martin Papik. Decentralized control and communication[J].Annual Reviews in Control, 2012, 36(1): 1-10.

[4] 杨冬梅, 张庆灵, 姚波, 等. 广义系统[M]. 北京: 科学出版社, 2004: 17-23.
(Yang D M , Zhang Q L, Yao B, et al. Singular systems[M]. Beijing: Science Press, 2004: 17-23.)

[5] Wo Songlin , Zou Yun, Xu Shengyuan. Decentralized H_∞ state feedback control for discrete-time singular large-scale systems[J]. J of Control Theory and Applications, 2010, 8(2): 200-204.

[6] 沃松林, 史国栋, 邹云. 不确定广义大系统分散鲁棒 H_∞ 保性能控制[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(9): 1035-1040.
(Wo S L, Shi G D, Zou Y. Decentralized robust H_∞ and cost-guaranteed control for uncertain singular large-scale systems[J]. Control Theory & Applications, 2009, 26(9): 1035-1040.)

[7] Xie Yangfang, Gui Weihua. Decentralized robust H_∞ descriptor output feedback control for value-bounded uncertain descriptor large-scale systems[J]. J of Control Theory Applications, 2006, 4(2): 193-200.

[8] 蒋朝辉, 桂卫华, 谢永芳. 数值界不确定性奇异大系统分散鲁棒 H_∞ 广义输出反馈控制[J]. 信息与控制, 2006, 35(1): 47-54.
(Jiang Z H, Gui W H, Xie Y F. Decentralized robust H_∞ descriptor output feedback control for singular large-scale systems with uncertain value bound[J]. Information and Control, 2006, 35(1): 47-54.)

[9] Qin S Joe , Thomas A Badgwell. A survey of industrial model predictive control technology[J]. Control Engineering Practice, 2003, 11(7): 733-764.

[10] Tamas Keviczky, Francesco Borelli, Gary J Balas. Decentralized receding horizon control for large scale dynamically decoupled systems[J]. Automatica, 2006, 42(12): 2105-2115.

[11] Wang Chen, Ong Chongjin. Distributed model predictive control of dynamically decoupled systems with coupled cost[J]. Automatica, 2010, 46(12): 2053-2058.

[12] Alessandro Alessio, Davide Barcelli, Alberto Bemporad. Decentralized model predictive control of dynamically coupled linear systems[J]. J of Process Control, 2011, 21(5): 705-714.

[13] Mayuresh V Kothare, Venkataramanan Balakrishnan, Manfred Morari. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities[J]. Automatica, 1996, 32(10): 1361-1379.

[14] 刘晓华, 王利杰. 不确定广义系统的输出反馈鲁棒预测控制[J]. 控制与决策, 2009, 24(9): 1371-1376.
(Liu X H, Wang L J. Robust model predictive control for uncertain singular systems via dynamic output feedback[J]. Control and Decision, 2009, 24(9): 1371-1376.)

[15] Zhang Liqian, Huang Biao. Robust model predictive control of singular systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(6): 1000-1006.

[16] Jamal Daafouz, Jacques Bernussout. Parameter dependent Lyapunov functions for discrete time systems with time varying parametric uncertainties[J]. Systems & Control Letters, 2001, 43(5): 355-359.

[17] Eun Tae Jeung, Do Chang Oh, Jong Hae Kim, et al. Robust controller design for uncertain systems with time delays—LMI approach[J]. Automatic, 1996, 32(8): 1229-1231.

(责任编辑: 闫 妍)