

# 一种基于接收机钟差广义插值法的卫星定位增强算法

刘成<sup>1,2</sup>, 施浒立<sup>1,2</sup>, 王兆瑞<sup>1</sup>, 黄康<sup>1</sup>

(1. 中国科学院国家天文台, 北京 100012; 2. 中国科学院研究生院, 北京 100190)

**摘要:** 为提高卫星定位的连续性与精度, 分析和讨论了接收机钟差模型辅助定位的可行性与基础, 结合广义插值方法建立了一种高精度钟差数学模型及其相应的增强定位算法。该优化拟合模型在分段边界点上满足插值条件, 不断利用钟差观测序列的最新均值或加权均值插值点对模型进行约束, 使其具有更好的实时性及更高的外推精度。通过 GPS 实测实验, 对方法的可行性和精度进行了分析与验证。结果表明, 基于该模型的增强定位算法, 既可辅助卫星信号短暂缺失的非完备定位情况, 实现三维定位, 也可用于正常星座的定位情况, 有效提高定位精度。

**关键词:** 卫星定位; 接收机钟差; 非完备定位; 广义插值法

**中图分类号:** TN96      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-1328(2013)02-0186-07

**DOI:** 10.3873/j.issn.1000-1328.2013.02.006

## An Enhanced Satellite Positioning Algorithm Based on Generalized Interpolation Method of Receiver Clock Error

LIU Cheng<sup>1,2</sup>, SHI Hu-li<sup>1,2</sup>, WANG Zhao-rui<sup>1</sup>, HUANG Kang<sup>1</sup>

(1. National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100012, China;  
2. Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract:** In order to improve the continuity and accuracy of satellite positioning, basis and feasibility of the positioning method assisted with receiver clock error model are analyzed and discussed in this paper. A high-accuracy receiver clock error mathematical model and the corresponding assisted positioning algorithms are established. The optimized fitting model satisfies interpolation conditions in the piecewise boundary points. The interpolation points of the latest mean value or weighted mean value of clock error series are used to constrain the model, and make real-time performance better and extrapolation accuracy higher. Feasibility and accuracy of the method are analyzed and tested by using the GPS measurement experiment. The present work indicates that the enhanced algorithm based on the model not only can assist the incomplete constellation positioning situation to achieve three-dimensional positioning, but also can enhance the complete constellation positioning and improve the positioning accuracy effectively.

**Key words:** Satellite positioning; Receiver clock error; Incomplete positioning; Generalized interpolation method

## 0 引言

在城市、山谷、森林等遮挡物较多的环境下, 卫星定位系统容易出现可视卫星数少于 4 颗的“非完备定位条件”。此时若不依赖其他辅助手段或信

息, 用户将无法完成正常定位。并且, 在非完备条件结束后仍需一段时间才能重新捕获和锁定卫星信号进行定位。这种情况影响着卫星定位的连续性与可用性, 成为 GPS 等卫星系统在遮挡环境下应用的最大技术瓶颈之一。针对这一问题, 常使用组合惯导

系统<sup>[1]</sup>、伪卫星系统<sup>[2]</sup>、气压高度计<sup>[3-4]</sup>及电子地图匹配<sup>[5-6]</sup>等方法对卫星星座进行补充,以实现三维定位。但这类通过外界手段辅助的方法,往往投资大、配套设施较多,且作用范围受到工作方式及布站位置的限制。相比之下,对用户坐标位置、测量伪距或接收机钟差进行数学建模的辅助定位方法无需额外的硬件设备,使用简单、经济方便<sup>[7-8]</sup>。其中,利用位置坐标与伪距进行外推的方法属于矢量参数外推,当用户运动方向与速度发生改变时,容易产生较大误差。而基于接收机钟差外推的解决方法,则属于不依赖于电子地图与车载辅助信息的标量参数外推,对用户运动轨迹与状态不敏感,因此更为灵活、易于实现,具有良好的应用前景。

接收机钟差模型辅助定位的关键在于其数学模型的建立。以往一般采用传统的低阶插值或拟合模型<sup>[9-11]</sup>,但往往过于简单、精度欠佳,高阶模型在增大计算量的同时又容易引起龙格效应。若干文献对新型模型进行了积极的研究和阐述<sup>[12-13]</sup>,但仍比较复杂、不够成熟,或者需根据先验数据事先进行最佳经验建模,因此在实用上存在着局限性。

本文分析和讨论了接收机钟差模型的建立基础与可行性,提出使用广义延拓逼近法建立一种钟差分段逼近与外推模型。该模型兼具插值与拟合的优点,能够锁定最新数据,对各段不同观测精度的数据可以灵活地进行分段、加权处理,使用方便、易于工程实现。基于该模型的定位增强算法既可辅助卫星信号短暂缺失的非完备定位情况,实现三维定位,也可作用于正常星座的完备定位情况,有效提高定位精度。最后,本文通过 GPS 实测实验,对方法进行了分析与验证,证明了方法的可行性和实用性。

## 1 接收机钟差及其性质

### 1.1 接收机钟差的定义

接收机钟差定义为用户接收机晶振时间与卫星高精度原子钟时间之间的差值,由下列观测方程联立解算得到:

$$\sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} + c\Delta t = \rho_i \\ (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

其中,  $n \geq 4$  为观测卫星个数;  $x_i$ 、 $y_i$  和  $z_i$  为第  $i$  颗卫星在地心地固坐标系下的坐标;  $\rho_i$  为第  $i$  颗卫星至用

户的观测伪距值;  $x$ 、 $y$ 、 $z$  和  $\Delta t$  是待求量, 分别为用户接收机位置坐标及接收机钟差。

钟差未知数  $\Delta t$  的引入, 使用户端无需配备高精度原子钟, 而只需使用一般晶振即可, 从而使得 GPS 类定位系统的广泛应用成为可能。但实际上, 解算得到的钟差  $\Delta t$  不仅是接收机时与卫星导航系统时之间的差异, 还包括各段传输路径上的等长偏差, 如公有的电离层、对流层时延误差、天线相位中心偏差引起的时延误差等。这些公共偏差会影响  $\Delta t$  的值, 但不影响最终的位置解<sup>[14-15]</sup>。

### 1.2 接收机钟差模型的建立基础与可行性

用户最终解算得到的钟差值, 主要受到以下几个因素的影响:

(1) 电离层、对流层时延误差及相对论效应所造成的信号延迟误差。由于短时间内这些因素所引起的误差变化相对缓慢, 故对于普通用户的短暂信号缺失情况, 可不予以考虑。

(2) 伪距测量误差所造成的影响。等效伪距测量误差  $\sigma_{UERE}$  被几何精度因子 DOP 中的时钟精度因子 TDOP 放大后, 会对钟差解算带来随机误差影响, 其均方误差估计值可由式(2)表示:

$$\sigma_{\Delta t} = TDOP \cdot \sigma_{UERE} \quad (2)$$

(3) 星载原子钟与用户接收机晶振漂移所带来的误差。时频基准源的稳定性可由长稳、短稳两个指标进行衡量。GPS 卫星铷/铯原子钟一般有着优于  $10^{-13}$  s 的长/短稳定度, 其频偏变化对钟差值的影响可以忽略不计。而目前绝大部分的民用接收机所使用的晶振, 虽然长稳不如原子钟理想, 却也有着较高的短稳。典型的如瑞士 Oscilloquartz SA 公司的 OSA 5310、OSA 8607 BVA 等多种恒温晶振(TCXO)产品, 其 100s 以内的短稳均优于  $10^{-11} \sim 10^{-12}$  量级; 市场中其他比较廉价的晶振产品, 其短稳也一般可达  $10^{-8}$  s 以上。因此, 时频基准源(晶振)误差对短期内钟差值预测的影响不大。另外, 晶振中所存在的长稳偏差则属于等长偏差部分, 不会影响一段短暂停时间内单点定位的位置解。

从以上分析可知, 对接收机钟差建立数学模型, 研究其变化规律与特征, 并辅助实现最终定位的方法是具有实际基础、切实可行的。并且, 由于接收机钟差具有不同于用户地理坐标位置、伪距测量值等

矢量参数的标量性,使得它不受用户运动轨迹与运动状态的影响,不局限于车载导航应用领域,也无需电子地图的辅助,具有其独特和明显的优势。

## 2 广义延拓数学逼近方法

工程中常采用 Lagrange、Neville、Chebyshev 插值或多项式拟合等方法进行数据的处理,但在建立钟差模型时,它们存在着明显不足<sup>[16]</sup>:

(1) 低阶模型虽然简单、易于实现,但难以精确反映钟差变化规律。高阶模型可能能在局部范围内获得更高的精度,但会在增加计算量的同时造成龙格现象,使得大量数据不可用。

(2) 插值与拟合之间存在着一定的矛盾。插值模型更加注重测量数据点的特征,但严格通过各已知点会将数据误差带入到逼近函数中,影响精度。拟合模型不要求逼近函数严格通过已知数据点,往往能滤掉一部分已知点的误差,但有时也会滤掉高阶分量,失去有用信息。

为此,引入广义延拓方法<sup>[17]</sup>建立一种新的接收机钟差逼近数学模型。广义延拓逼近法能使各单元域嵌套在延拓单元域里,运用延拓单元域的结点信息提高单元域中逼近函数的逼近精度,以及单元域内逼近函数与相邻单元逼近函数之间的协调性。方法无需增加自由度和规模,运用原有结点和自由度就能够提高逼近精度,格式规范简单,已应用于多种数值逼近的场合<sup>[18]</sup>。

接收机钟差模型的建立实际上是一个一元函数的广义延拓逼近问题,如图 1 所示。

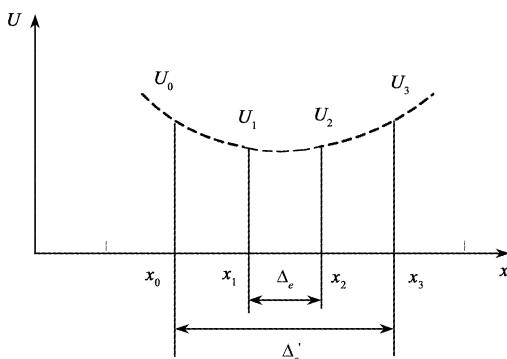


图 1 延拓域及相应函数值

Fig. 1 Extension area and the corresponding function value

设单元域  $\Delta_e$  内的广义插值函数  $U(x)$  为:

$$U(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2, x \in [x_1, x_2] \quad (3)$$

其中  $a_1, a_2, a_3$  为待定系数,可由延拓域中的下列模型确定:

$$\begin{cases} \min I(a_1, a_2, a_3) = \sum_{i=0}^3 (a_1 + a_2x_i + a_3x_i^2 - U_i)^2 \\ \text{s. t. } \begin{cases} a_1 + a_2x_1 + a_3x_1^2 = U_1 \\ a_1 + a_2x_2 + a_3x_2^2 = U_2 \end{cases} \end{cases} \quad (4)$$

该模型在分段边界点上满足插值条件,使得各段之间的变化具有更好的协调性。另一方面,又利用分段插值区域的周围结点(包括内点)信息,实现分段区域内外部的最佳拟合,充分结合了插值和拟合方法的优点。

## 3 基于钟差广义延拓方法的定位辅助与增强算法

### 3.1 非完备定位时的加权钟差模型及辅助算法

当用户处于城市高楼间、隧道中等遮挡环境时,卫星信号可能会出现数分钟甚至更长时间的失锁,此时的钟差外推模型要求能够对较长时间内的钟差变化情况进行预测。

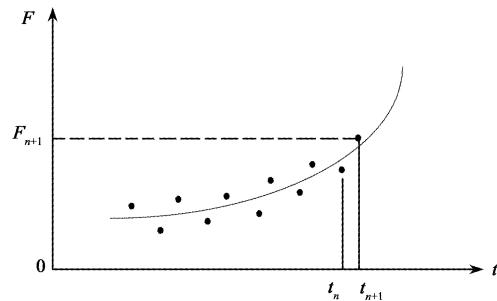


图 2 数据外推示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the data extrapolation

如图 2 所示,对于一组已知的钟差观测数据序列  $(\Delta t_1, t_1), (\Delta t_2, t_2), \dots, (\Delta t_i, t_i), \dots, (\Delta t_n, t_n)$ , 设  $t_n$  之后的广义外推公式  $F(t)$  为:

$$F(t) = a_1 + a_2t + a_3t^2, t = t_{n+1}, t_{n+2}, \dots \quad (5)$$

其中  $a_1, a_2, a_3$  为待定系数,可由下列模型确定:

$$\begin{cases} \min I(a_1, a_2, a_3) = \sum_{i=1}^n (a_1 + a_2t_i + a_3t_i^2 - \Delta t_i)^2 \\ \text{s. t. } a_1 + a_2t_n + a_3t_n^2 = \Delta t_n \end{cases} \quad (6)$$

其中,  $t$  为观测历元,  $\Delta t$  为接收机钟差。上述附有等

式约束条件的优化模型,兼具插值与拟合方法的优点,不仅可以充分运用较多的先验数据,还能够锁住 $t_n$ 时刻的最新钟差观测数据 $\Delta t_n$ ,使得外推模型更具实时性。

为避免和克服某一观测历元数据突变所带来的粗差,对于插值点的处理还可以选择最新若干个观测点的均值或加权均值。此时,可将式(6)变换为:

$$\begin{cases} \min I(a_1, a_2, a_3) = \sum_{i=1}^n (a_1 + a_2 t_i + a_3 t_i^2 - \Delta t_i)^2 \\ \text{s. t. } a_1 + a_2 t_n + a_3 t_n^2 = \frac{1}{m} \left( \sum_{j=n-m+1}^n \Delta t_j \right) \end{cases} \quad (7)$$

式(7)中的插值方程采用了最近 $m$ 个数据点的平均值作为约束,以克服数据突变;当这 $m$ 个数据来自不同精度或质量的数据段时,也可采用加权均值形式。上述模型在需要时也可建立为三阶或更高阶函数模式,在此不再赘述。

由广义延拓模型外推得到遮挡时间内的接收机钟差值后,即可建立新的测量方程组:

$$\sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} = \rho_i - c\Delta t \quad (i = 1, 2, 3) \quad (8)$$

从而帮助实现非完备星座情况时的三维定位工作。

### 3.2 正常星座情况时的增强定位算法

由于广义延拓钟差模型在外推下一观测历元的钟差值时具有很高的精度,因此也同样可以建立和使用在4星正常定位情况下,对定位算法进行改进与增强。此时,将同时存在着两类定位算法:后台不断利用式(1)进行正常的球面交会解算,得到本观测历元 $n$ 的真实钟差 $\Delta t_n$ ;增强算法则利用 $\Delta t_n$ 及之前的观测数据外推出下一历元 $n+1$ 的钟差 $\Delta t_{n+1}$ <sub>预</sub>,并在历元 $n+1$ 的定位解算中将其作为已知值处理,仅求解另外3个位置未知数 $X, Y, Z$ ;与此同时,后台的球面交会算法依然正常进行正定方程组解算,得到历元 $n+1$ 的真实钟差 $\Delta t_{n+1}$ ,以用于下一观测历元的钟差实时外推。方法流程如图3所示。

这样,增强算法实际上相当于增加了一颗观测卫星,实现了多观测条件的测量方程冗余解算,可以采用最小二乘算法求解,获得更高的定位精度。

另外需要指出的是:外推单一历元不同于外推较长一段遮挡时间,主要强调的不是模型与实际曲

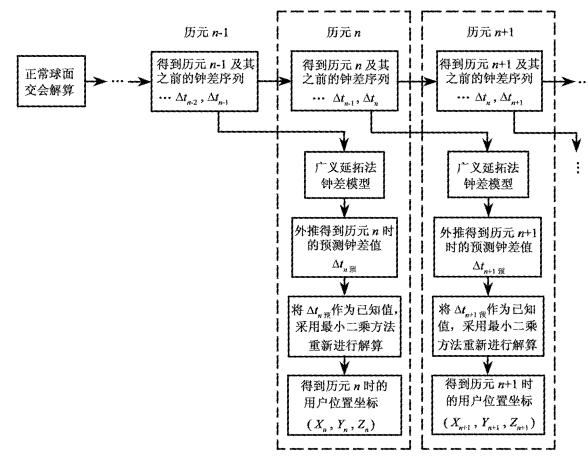


图3 增强算法流程图

Fig. 3 Enhancement algorithm flowchart

线在较大范围内的整体吻合,而是在下一单观测点的精确逼近。因此,所采用的先验钟差数据反而不宜过多,否则会影响数据的实时性,降低单一历元的预测精度。

### 4 实验与仿真

为验证方法的可行性与有效性,于2011年9月在北京奥运村园区采用NovAtel DL-4 plus GPS接收机进行了较长时间的静态、低动态测量。实验数据采样间隔为1s,观测和解算得到了共3000多个历元的接收机钟差、伪距测量值及定位数据。

#### 4.1 钟差广义延拓逼近法辅助非完备定位

由接收机所解算得到的全部观测历元的单点定位钟差值如图4所示(从图中也可看出,其接收机晶振在短时间内确实具有较好的短稳)。

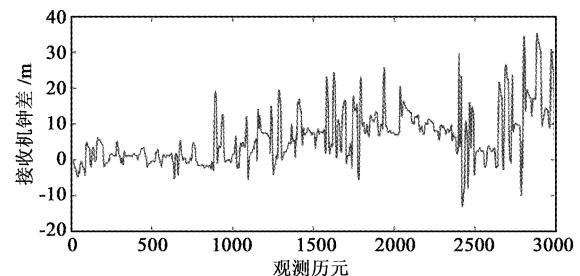


图4 接收机单点定位实测钟差

Fig. 4 Measured clock error in the single point positioning

分别采用最小二乘拟合方法及广义延拓方法,利用先验观测历元数据对之后15min(900个历元)之内的钟差值进行外推,并与真实钟差观测值进行

差值比较,其仿真结果如图 5 所示。

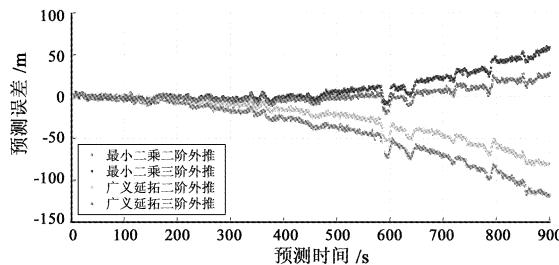


图 5 各方法外推钟差与实际单点定位钟差的差值

Fig. 5 The extrapolation clock error difference of various methods and actual single point positioning

从图 5 中可以看出,以上几种方法中基于三阶函数钟差模型的广义延拓逼近方法能够获得更理想的钟差预测精度。外推 10min 时其结果与真实观测钟差之间的差值小于 10m, 外推 15min 时也能保持在 25m 以内。随着外推历元的增加,其预测误差将逐渐增大,而这也是难以避免的。

为能够真实比较定位能力,利用这段卫星数多于 4 颗的实测数据来模拟不完备定位问题。每个历元仅取 3 颗卫星的观测数据进行定位,并与实际观测单点定位结果进行比较,得到两者三维坐标解算结果之间的差异情况,如图 6 所示。

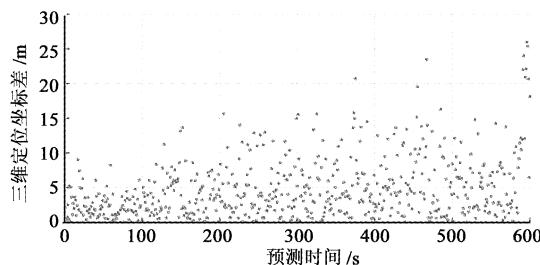


图 6 广义延拓钟差模型辅助非完备定位与实际定位结果比较

Fig. 6 The results comparison of incomplete positioning assisted by the extension interpolation method and actual positioning

其中,横坐标为预测时间,纵坐标为由两种定位解算方法所得三维坐标的几何距离差值,差值大小用投点的方式表示。从图 6 中可以看出,广义延拓钟差模型能够很好地辅助卫星信号遮挡时的非完备定位情况。外推 2min 时的三维定位结果与实际定位之间的差值小于 10m, 外推 5min 时小于 16m, 外推 10min 时小于 27m。

#### 4.2 正常星座情况时的钟差广义延拓模型及增强定位算法

令  $t_n$  为最新时刻,分别采用最小二乘拟合方法及广义延拓逼近方法,仅预测下一观测历元  $t_{n+1}$  的钟差值  $\Delta t_{n+1}$ ,并与实际观测钟差值进行比较,结果如图 7 所示。其中  $\sigma$  为外推数据与原始数据的均方误差,  $\mu$  为平均误差。

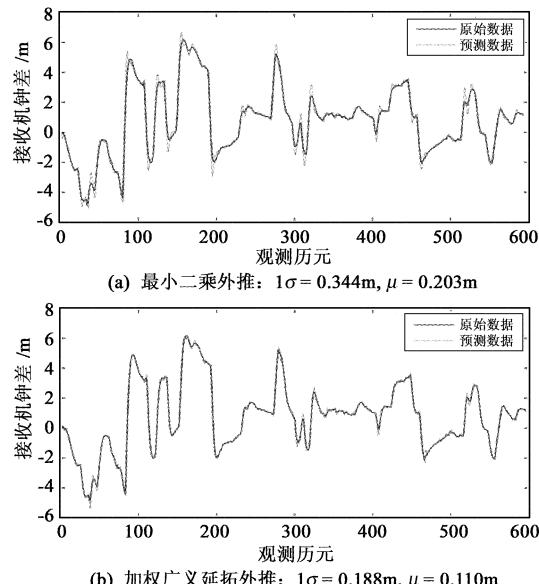


图 7 单一观测历元钟差外推结果比较

Fig. 7 The comparison of the clock error extrapolation results in the single observation epoch

从图 7 中可以看出,广义延拓外推方法能够获得很高的实时精度,从均方误差角度统计,将外推误差减小了 56.3%。因此,在正常定位情况时也可引入广义延拓钟差模型,对正常星座时的定位工作进行增强和改善。采用实测实验中的 900 个单点静态测量历元,按照图 3 中的增强算法进行定位解算,仿真结果如图 8 所示。

从图 8 中可以看出,基于钟差广义延拓逼近法的增强定位算法解算精度相对于原始定位算法有着显著的改善,减小了误差分布的范围。统计全部历元的定位结果可知,增强算法将原始三维定位解算的均方误差减小了 24.1%,能够有效地提高定位精度水平。

#### 5 结 论

对用户坐标位置、测量伪距及接收机钟差建立

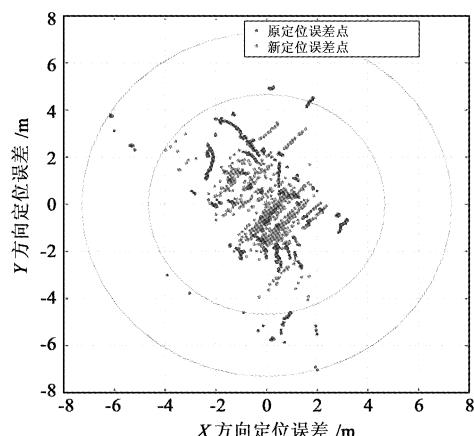


图8 增强算法定位解算结果对比

Fig. 8 The positioning results of enhanced algorithm and original method

数学模型、进行外推与预测,是解决卫星系统不完备定位条件的有效方法之一。相比其他辅助定位手段,这种参数外推的方法无需增加额外的设备,使用简单、经济方便。特别是基于接收机钟差的标量参数外推方法,不依赖于电子地图与车载辅助信息,对用户运动状态与轨迹的改变不敏感,因此更为灵活、易于实现,具有广阔的应用前景。

接收机钟差辅助定位的重点在于钟差数据的数学处理方法与数学模型的建立。本文提出的一种广义延拓钟差逼近方法,具有以下几个特点:

- (1) 模型规范、易于实现,兼具插值与拟合方法的优点;
- (2) 能够根据所需对不同观测精度的钟差数据进行更精细的分段、加权处理,更为灵活、实用;
- (3) 能够锁定最新观测数据,使钟差模型更好地符合其实时变化特征与规律,获得更高的拟合与外推精度。

通过实测试验与仿真分析证明,基于钟差广义延拓逼近法的增强定位算法,不仅能在较长的一段卫星遮挡时间内帮助解决接收机在高楼、隧道等环境中的非完备定位问题,还能在正常星座情况下辅助和增强正常定位,进一步提高其定位连续性和精度水平,从而能够在两个层次和方面对卫星定位工作进行增强与改进,具有良好的实用效果和应用价值。

## 参 考 文 献

- [ 1 ] Yang Q M, Sun J M. A location method for autonomous vehicle based on integrated GPS/INS [ C ]. IEEE International Conference on Vehicular Electronics and Safety, Beijing, China, December 13 – 15, 2007.
- [ 2 ] 何秀凤,陈永齐,桑文刚,等. GPS 伪卫星组合定位方法及其在变形监测中的应用[J]. 南京航空航天大学学报,2007, 39(6) : 315 – 320. [ He Xiu-feng, Chen Yong-qi, Sang Wen-gang, et al. Integration of GPS and pseudolites for deformation monitoring[ J ]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2007, 39(6) : 315 – 320. ]
- [ 3 ] Phatak M, Chansarkar M, Kohli S. Position fix from three GPS satellites and altitude: a direct method[ J ]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System, 1999, 35(1) : 350 – 354.
- [ 4 ] Ai G X, Sheng P X, Du J L, et al. Barometric altimetry system as virtual constellation applied in CAPS[ J ]. Science in China Series G: Physics Mechanics & Astronomy, 2009, 52(3) : 376 – 383.
- [ 5 ] French R L. Map matching origins, approaches and applications [ C ]. Land Vehicle Navigation, Verlag TUV Rheinland GmbH., Kohn, Germany, July 4 – 7, 1989.
- [ 6 ] Zavoli W B, Honey S K. Map matching augmented dead reckoning [ C ]. IEEE Position Location and Navigation Symposium( PLANS ), Las Vegas, NV, 1986.
- [ 7 ] Ilsum Kim, Chansik Park, Gyu In Jee, et al. GPS positioning using quasi-pseudorange [ C ]. The Asian Control Conference, Tokyo, July 27 – 30, 1994.
- [ 8 ] Misra P, Pratt M, Muchnik R, et al. A general RAIM algorithm based on receiver clock [ C ]. ION GPS the 8th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, California, July, 1995.
- [ 9 ] Wang E S, Zhang S F, Hu Q. Incomplete constellation positioning method for GPS receiver augmented with clock bias model [ J ]. Journal of Dalian Maritime University, 2009, 35(2) : 59 – 61.
- [ 10 ] 许龙霞,李孝辉. 基于接收机钟差的GPS完好性自主检测算法[J]. 宇航学报,2011, 32(3) : 537 – 542. [ Xu Long-xia, Li Xiao-hui. A receiver clock bias-based GPS RAIM algorithm[ J ]. Journal of Astronautics, 2011, 32(3) : 537 – 542. ]
- [ 11 ] 刘涛,于兴旺. 高遮挡环境下卫星数不足四颗的GPS定位研究[J]. 全球定位系统, 2007(5) : 24 – 28. [ Liu Tao, Yu Xing-wang. Study of GPS positioning algorithm with insufficient visible satellites[ J ]. GNSS World of China, 2007(5) : 24 – 28. ]
- [ 12 ] Teng Y L, Shi Y B. Clock-based RAIM method and its application in GPS receiver positioning [ J ]. J. Cent. South Univ., 2012(19) : 1558 – 1563.
- [ 13 ] Teng Y L, Shi Y B, Zheng Z. Research on grey markov model for predicting receiver clock bias[ J ]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2011, 40(2) : 242 – 245.
- [ 14 ] Kaplan E D. Understanding GPS principles and applications

- [M]. London, UK: Artech House, 1996.
- [15] Shi H L, Pei J. The solutions of navigation observation equations for CAPS [J]. Sci. China Ser. G - Phys. Mech. Astron., 2009, 52 (3) : 434 - 444.
- [16] 宋国乡. 数值分析[M]. 西安:西安电子科技大学出版社, 2002.
- [17] 施浒立, 颜毅华, 徐国华. 工程科学中的广义延拓逼近法 [M]. 北京:科学技术出版社, 2005.
- [18] Shi H L, Yan Y H. Extension interpolation method and its applications in piecewise approximations [C]. 13th IMACS, World Congress, Dublin, Ireland, July 22 - 26, 1991.

## 作者简介:

刘成(1987 - ),男,博士研究生,主要从事卫星导航与天文导航方面的研究。

通信地址:北京市朝阳区大屯路甲 20 号(100012)

电话:(010)64807615

E-mail:liucheng@bao.ac.cn

(编辑:曹亚君)