

# 考虑输入饱和的多航天器系统姿轨耦合 分布式协同跟踪控制

张海博<sup>1,2</sup>, 胡庆雷<sup>2</sup>, 马广富<sup>2</sup>, 朱志斌<sup>1</sup>

(1. 北京控制工程研究所, 北京 100190; 2. 哈尔滨工业大学控制科学与工程系, 哈尔滨 150001)

**摘要:** 基于一致性理论,研究了多航天器系统相对轨道及姿态耦合的分布式协同控制问题。在仅有部分跟随航天器可获取领航航天器信息的情形下,针对各跟随航天器存在未建模动态以及外部环境干扰等问题,利用双曲正切函数的性质,提出了考虑输入饱和的分布式自适应协同控制律。首先,对于领航航天器具有时变状态的情形,为每个跟随航天器设计了3个滑模估计器,对领航航天器的状态进行估计。其次,针对跟随航天器间相对速度和角速度难以测量的问题,设计仅需领航航天器状态的切比雪夫神经网络自适应更新律。最后,设计考虑输入饱和的分布式自适应协同控制律保证各跟随航天器跟踪动态领航航天器。仿真结果表明了该算法的有效性、可行性。

**关键词:** 多航天器系统; 姿轨耦合; 分布式协同; 输入饱和; 切比雪夫神经网络

中图分类号: TP273

文献标识码: A

文章编号: 1000-1328(2013)10-1337-09

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2013.10.007

## Multiple Spacecraft Systems Coupled Attitude and Orbit Distributed Coordinated Tracking Control with Input Saturation

ZHANG Hai-bo<sup>1,2</sup>, HU Qing-lei<sup>2</sup>, MA Guang-fu<sup>2</sup>, ZHU Zhi-bin<sup>1</sup>

(1. Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190, China;

2. Dept. Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**Abstract:** Based on the consensus theory, distributed coordinated control for coupled relative orbits and attitudes of a multiple spacecraft system is investigated. With adoption of hyperbolic tangent function, more specifically, a distributed adaptive coordinated control algorithm is proposed for the case that the leader spacecraft state may only be available to only a subset of follower spacecrafts in the presence of input saturation constraints and external disturbances. Firstly, for the case that the leader spacecraft has the time-varying trajectory, three sliding-mode estimators are presented for each follower to obtain the estimates of the leader spacecraft's information. Then, for the case that the relative velocities and relative angular velocities among the follower spacecrafts are not measured, an adaptive law based on Chebyshev neural networks is proposed only using the leader's information. Furthermore, the distributed adaptive coordinated control algorithm with input saturation enables a fleet of followers to track the dynamic leader spacecraft. Simulation results illustrate effectiveness and feasibility of the proposed algorithm.

**Key words:** Multiple spacecraft system; Coupled attitude and orbit; Distributed coordinated; Input saturation; Chebyshev neural networks

### 0 引言

在系统控制领域,一致性算法在多智能体编队

控制研究中引起了广泛的关注<sup>[1-2]</sup>,涌现了诸如群聚、交会和编队控制等相关的应用。一致性算法的主要思想是利用个体智能体之间的通讯信息对多智

能体系统进行控制,从而各个体智能体状态达到共同值。

目前许多学者对多航天器编队飞行姿态与轨道六自由度(6DOF)控制<sup>[3-9]</sup>进行了大量的研究。文献[3]根据任务要求设计期望队形,然后基于此设计了轨道及姿态跟踪控制律。文献[4]主要研究了主从结构的航天器6DOF飞行控制问题。上述研究中均忽略了航天器的相对轨道与姿态之间的控制输入耦合影响。文献[5]从主从结构出发,研究了考虑控制指令及控制输入耦合的航天器编队飞行控制问题。主从式结构虽然理解上简单且易于实现,但缺点是存在单点失败的可能。另外,由于领航航天器与跟随航天器以及各跟随航天器之间没有信息交互,若存在干扰时,航天器编队队形很难保持。随着多智能体协同控制的发展,基于一致性算法的多航天器编队飞行协同控制的研究<sup>[6-9]</sup>也逐渐发展起来。文献[6]基于虚拟结构形式研究了考虑控制输入耦合航天器编队飞行控制问题。文献[7]基于虚拟结构方法,针对多航天器编队,提出了分布式控制算法。文献[8]基于环形拓扑结构,利用非线性压缩理论研究了相对姿态和相对轨道控制,文献[9]基于无向通讯拓扑从任务的角度出发研究了多航天器6DOF编队飞行问题。在文献[7-9]的研究中均未考虑姿态和轨道相互耦合的影响,且在上述文献的研究中,每个编队中的航天器均可获取领航航天器的信息,这无疑增加了航天器的通讯负担或者增加了航天器的载荷需求。另外,文献[7]中航天器轨道模型为二阶积分系统,不具有一般性。领航航天器的信息不可全局已知以及跟随航天器之间存在着不完全信息交互等,这些约束为多航天器系统协同控制的研究工作带来了一定的挑战。另外,考虑输入饱和的多航天器姿轨耦合分布式协同控制的相关研究也较少。

另一方面,传统自适应控制一般要求系统满足参数可线性化的假设,这种要求往往过于苛刻。由于神经网络对任意的光滑函数具有良好的逼近能力,所以其在自适应控制中得到了应用。特别地,基函数为Chebyshev多项式的切比雪夫神经网络(Chebyshev Neural Networks, CNN)对非线性函数具有很强的逼近能力且计算量小<sup>[10]</sup>,已被应用到航天器的姿态控制中<sup>[11]</sup>。

鉴于上述研究的局限性,本文在仅部分跟随航天器可获取领航航天器状态信息的约束下,针对系统存在未建模动态以及外部环境干扰等问题,研究了考虑输入饱和的多航天器姿轨耦合分布式协同跟踪控制,使得跟随航天器跟踪动态的领航航天器。

## 1 预备知识

### 1.1 图论相关知识

本文利用无向通讯拓扑来描述各跟随航天器之间的信息交互关系。关于图论的更多知识读者可阅读相关参考文献[12]。设图 $G$ 由若干个顶点 $V$ 和若干个边 $E$ 组成。顶点 $v_i$ 表示第 $i$ 个跟随航天器, $i=1, 2, \dots, n$ 。边 $(v_i, v_j)$ 表示跟随航天器 $i, j$ 之间信息可相互获取。定义 $A = [a_{ij}]$ 为图的加权邻接矩阵,对于邻接矩阵 $A$ ,如果 $(v_i, v_j) \in E$ ,那么 $a_{ij} = a_{ji} > 0$ ,反之 $a_{ij} = a_{ji} = 0$ 。定义图 $G$ 的Laplacian矩阵 $L = D - A$ ,  $D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$ ,  $d_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}$ 对无向图而言 $L$ 是对称的。

### 1.2 航天器模型

本文采用MRPs来描述航天器姿态,第 $i$ 个航天器的姿态运动学及动力学方程为<sup>[13]</sup>

$$\dot{\sigma}_i = G(\sigma_i)\omega_i \quad (1)$$

$$J_i \dot{\omega}_i = -S(\omega_i)J_i\omega_i + \tau_i + \tau_{di} \quad (2)$$

其中 $\sigma_i = e_i \tan \phi / 4 = [\sigma_{i1} \ \sigma_{i2} \ \sigma_{i3}]^T$ 表示第 $i$ 个航天器姿态, $\omega_i = [\omega_{i1} \ \omega_{i2} \ \omega_{i3}]^T$ 为第 $i$ 个航天器本体坐标系相对于参考坐标系的角速度在本体系中的投影, $J_i$ 为正定对称的航天器转动惯量阵, $S(a)$ 定义为任意 $3 \times 1$ 矢量 $a$ 的 $3 \times 3$ 斜对称矩阵, $\tau_i = [\tau_{i1} \ \tau_{i2} \ \tau_{i3}]^T$ 为作用于第 $i$ 个航天器的控制输入, $\tau_{di} = [\tau_{di1} \ \tau_{di2} \ \tau_{di3}]^T$ 为作用于第 $i$ 个航天器的干扰,式(1)中

$$G(\sigma_i) = \frac{1}{2} \left[ \frac{1 - \|\sigma_i\|^2}{2} I_3 + S(\sigma_i) + \sigma_i \sigma_i^T \right]$$

其中 $\|\cdot\|$ 表示向量的2-范数。

将式(1)和式(2)经过一系列的变换,得到Euler-Lagrange形式的航天器运动方程

$$M_i^\sigma(\sigma_i) \ddot{\sigma}_i + C_i^\sigma(\dot{\sigma}_i, \sigma_i) \dot{\sigma}_i = G^{-T}(\sigma_i) (\tau_i + \tau_{di}) \quad (3)$$

其中

$$M_i^\sigma(\sigma_i) = G^{-T}(\sigma_i) J_i G^{-1}(\sigma_i)$$



**假设 1.** 各跟随航天器间的通讯拓扑为无向连通的,且领航航天器不能获取跟踪航天器的信息。

**假设 2.** 领航航天器的位置、速度、姿态以及姿态角速度都是有界的,且其一阶和二阶导数也是有界的,即  $\mathbf{p}_0, \dot{\mathbf{p}}_0, \ddot{\mathbf{p}}_0$  是有界的。

**假设 3.** 切比雪夫神经网络的最优权值矩阵是有界的,即  $\text{tr}((\mathbf{W}^*)^T \mathbf{W}^*) \leq W_M$ , 其中  $W_M$  为正常数,  $\text{tr}(\cdot)$  为矩阵的迹。

**假设 4.** 切比雪夫神经网络的逼近误差是有界的,即  $\|\boldsymbol{\varepsilon}_f\| \leq \varepsilon_N$ , 其中  $\varepsilon_N$  为正常数。

**假设 5.** 系统干扰(包括空间环境干扰及推力器安装偏差所带来的耦合干扰)是有界的,即  $\|\boldsymbol{\Gamma}_i\| \leq \Gamma_{\max}$ , 其中  $\Gamma_{\max}$  为正常数。

## 2 考虑输入饱和的姿轨耦合分布式协同控制律设计

### 2.1 问题的描述

在轨运行的航天器,随着燃料的消耗,其质量和转动惯量等参数发生变化,即系统的某些参数是无法准确得到的。在实际的系统中,由于控制系统的执行机构仅能提供有限的驱动能力,系统中总是存在着控制输入饱和的现象。饱和特性严重影响自适应控制器的性能,因此在设计基于自适应学习的控制器时有必要考虑控制输入饱和的问题。本文针对存在各种外界干扰和不确定性参数的多航天器系统,考虑航天器姿态与轨道动力学之间的控制输入耦合影响以及执行机构的输出饱和特性,在仅有部分跟随航天器可获取领航航天器状态的情形下研究了多航天器姿轨耦合分布式协同控制。

考虑在编队队形中引入领航航天器并将其看作第  $i+1$  个航天器,记领航航天器为 0。将跟随航天器之间以及与领航航天器之间的通讯拓扑记为图  $\bar{G}$ 。在这里领航航天器不能获取跟随航天器的状态信息,即  $(v_i, v_0) \notin \bar{E}, \forall i = 1, 2, \dots, n$ , 因此  $a_{0i} = 0$ 。假设仅有部分跟随航天器可获取领航航天器的状态。若跟随航天器可获取领航航天器的信息,则  $a_{i0} = 1$ , 否则  $a_{i0} \neq 1$ 。注意到图  $\bar{G}$  的 Laplacian 矩阵为

$$\bar{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & -\mathbf{a}_{i0} \\ \mathbf{0}_{n \times 1}^T & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中  $\mathbf{H} = \mathbf{L} + \text{diag}(a_{10}, \dots, a_{n0})$  对称正定。

### 2.2 姿轨耦合分布式协同控制

本小节中,考虑领航航天器具有时变角速度的情形,对不可获取领航航天器的部分跟踪航天器设计 3 个分布式有限时间滑模估计器,分别对领航航天器的位置和姿态,速度和角速度及加速度和角加速度进行估计

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{p}}}_i &= -\beta_1 \text{sgn}\left(\sum_{j=0}^n a_{ij}(\hat{\mathbf{p}}_i - \hat{\mathbf{p}}_j)\right) \\ \dot{\hat{\mathbf{p}}}_i &= -\beta_2 \text{sgn}\left(\sum_{j=0}^n a_{ij}(\dot{\hat{\mathbf{p}}}_i - \dot{\hat{\mathbf{p}}}_j)\right) \\ \ddot{\hat{\mathbf{p}}}_i &= -\beta_3 \text{sgn}\left(\sum_{j=0}^n a_{ij}(\ddot{\hat{\mathbf{p}}}_i - \ddot{\hat{\mathbf{p}}}_j)\right) \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $\hat{\mathbf{p}}_0 = \mathbf{p}_0, \dot{\hat{\mathbf{p}}}_0 = \dot{\mathbf{p}}_0, \ddot{\hat{\mathbf{p}}}_0 = \ddot{\mathbf{p}}_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$  为正常数,满足  $\beta_1 \geq \|\dot{\mathbf{p}}_0\|, \beta_2 \geq \|\ddot{\mathbf{p}}_0\|$ , 且  $\beta_3 \geq \|\dddot{\mathbf{p}}_0\|$ 。存在时间  $T$ , 当  $t > T$  时,  $\hat{\mathbf{p}}_i = \mathbf{p}_0, \dot{\hat{\mathbf{p}}}_i = \dot{\mathbf{p}}_0, \ddot{\hat{\mathbf{p}}}_i = \ddot{\mathbf{p}}_0$ 。这里省略对估计器有限时间收敛性的分析,具体详见文献 [16] 分析。

定义如下辅助变量

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{p}}_{ri} &= \dot{\hat{\mathbf{p}}}_i - \alpha \sum_{j=0}^n a_{ij}(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j) \\ \mathbf{s}_i &= \dot{\mathbf{p}}_i - \dot{\mathbf{p}}_{ri} = \dot{\mathbf{p}}_i - \dot{\hat{\mathbf{p}}}_i + \alpha \sum_{j=0}^n a_{ij}(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j) \end{aligned} \quad (11)$$

式中  $\alpha > 0, a_{ij}$  表示航天器间的信息获取关系。经过上述分析,当  $t > T$  时,估计值收敛到领航航天器的状态,因此接下来的稳定性分析中  $\dot{\hat{\mathbf{p}}}_i$  可直接由  $\dot{\mathbf{p}}_0$  来代替,并且在  $t \leq T$  之前,对每个跟随航天器可设计控制器  $\mathbf{u}_{fi} = -\mathbf{H}^T[k_p \mathbf{p}_i + k_d \dot{\mathbf{p}}_i]$  来保证每个航天器的状态是有界的,这里省略单航天器状态稳定性的证明过程。当  $t > T$  时,将辅助变量中的估计值用真实值代替,则式(11)化为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{p}}_{ri} &= \dot{\mathbf{p}}_0 - \alpha \sum_{j=0}^n a_{ij}(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j) \\ \mathbf{s}_i &= \dot{\mathbf{p}}_i - \dot{\mathbf{p}}_{ri} = \dot{\mathbf{p}}_i - \dot{\mathbf{p}}_0 + \alpha \sum_{j=0}^n a_{ij}(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j) \end{aligned} \quad (12)$$

结合式(7), 上式两边同乘以  $\mathbf{M}_i(\cdot)$ , 可得到如下式所示的误差动力学方程

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_i(\cdot) \dot{\mathbf{s}}_i + \mathbf{C}_i(\cdot) \mathbf{s}_i + \mathbf{M}_i(\cdot) \ddot{\mathbf{p}}_{ri} + \mathbf{C}_i(\cdot) \dot{\mathbf{p}}_{ri} + \\ \mathbf{g}_i(\cdot) + \boldsymbol{\Gamma}_i = \mathbf{H}_i \mathbf{u}_{fi} \end{aligned} \quad (13)$$

定义系统的非线性项  $\mathbf{f}_{Ni} = -\mathbf{M}_i(\cdot) \ddot{\mathbf{p}}_{ri} - \mathbf{C}_i(\cdot) \dot{\mathbf{p}}_{ri} - \mathbf{g}_i(\cdot)$ , 在控制工程和系统辨识中,由于神经网络良

好的函数逼近能力,常被用于补偿系统中的不确定模型。本文就利用神经网络函数对系统(13)中的未知非线性项 $f_{Ni}$ 进行补偿。注意到 $\ddot{\mathbf{p}}_{ri}$ 中包含邻居跟随航天器的状态的一阶导数,也就是说非线性函数中包含跟随航天器的加速度以及角加速度信息。对此非线性函数进行逼近时,需要将此信息作为神经网络函数的输入,然而加速度及角加速度不能够通过测量得到。虽然通过设计高阶滑模观测器可以估计得到这些信息,但仅利用部分信息 $\dot{\mathbf{p}}_{ri}$ 作为神经网络函数的输入也完全可以逼近非线性函数。进一步,由于邻居跟随航天器的相对速度及相对角速度较难以测量,所以应尽量避免神经网络函数的输入中包含邻居航天器的速度及角速度信息。考虑到各跟随航天器最终要收敛到领航航天器的状态,因此非线性函数也将收敛到仅包含领航航天器状态的非线性函数 $f_{di}(\mathbf{p}_0, \dot{\mathbf{p}}_0) = -\mathbf{M}_i(\cdot)\ddot{\mathbf{p}}_0 - \mathbf{C}_i(\cdot)\dot{\mathbf{p}}_0 - \mathbf{g}_i(\cdot)$ ,其中 $\mathbf{M}_i(\cdot), \mathbf{C}_i(\cdot), \mathbf{g}_i(\cdot)$ 中的状态也由领航航天器的状态来代替,因此本文设计了基于切比雪夫多项

式的神经网络函数来逼近非线性函数 $f_{di}(\cdot)$ ,即

$$f_{di}(\cdot) = (\mathbf{W}_i^*)^T \boldsymbol{\Theta}_i(\cdot) + \boldsymbol{\varepsilon}_{fi}$$

重写系统的误差动力学方程为

$$\mathbf{M}_i(\cdot)\dot{\mathbf{s}}_i + \mathbf{C}_i(\cdot)\mathbf{s}_i + \boldsymbol{\Psi}_i - (\mathbf{W}_i^*)^T \boldsymbol{\Theta}_i(\cdot) - \boldsymbol{\varepsilon}_{fi} + \boldsymbol{\Gamma}_i = \boldsymbol{\Pi}_i \mathbf{u}_{fi} \quad (14)$$

其中 $\boldsymbol{\Psi}_i = f_{Ni}(\cdot) - f_{di}(\cdot)$ 且有界, $\mathbf{W}_i^*$ 最优权重矩阵, $\boldsymbol{\varepsilon}_{fi}$ 为切比雪夫神经网络函数的逼近误差。

令 $\dot{\mathbf{s}}, \mathbf{s}, \boldsymbol{\Psi}, \boldsymbol{\Theta}, \boldsymbol{\varepsilon}_f, \boldsymbol{\Gamma}$ 和 $\mathbf{u}_f$ 分别为 $\dot{\mathbf{s}}_i, \mathbf{s}_i, \boldsymbol{\Psi}_i, \boldsymbol{\Theta}_i, \boldsymbol{\varepsilon}_{fi}, \boldsymbol{\Gamma}_i$ 和 $\mathbf{u}_{fi}$ 拼成的列向量,定义 $\mathbf{M}(\cdot) = \text{diag}(\mathbf{M}_1(\cdot), \dots, \mathbf{M}_n(\cdot)), \mathbf{C}(\cdot) = \text{diag}(\mathbf{C}_1(\cdot), \dots, \mathbf{C}_n(\cdot)), (\mathbf{W}^*)^T = \text{diag}((\mathbf{W}_1^*)^T, \dots, (\mathbf{W}_n^*)^T)$ 以及 $\boldsymbol{\Pi} = \text{diag}(\boldsymbol{\Pi}_1, \dots, \boldsymbol{\Pi}_n)$ ,则将式(14)写为向量的形式得

$$\mathbf{M}(\cdot)\dot{\mathbf{s}} + \mathbf{C}(\cdot)\mathbf{s} + \boldsymbol{\Psi} - (\mathbf{W}^*)^T \boldsymbol{\Theta}(\cdot) - \boldsymbol{\varepsilon}_f + \boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{\Pi} \mathbf{u}_f \quad (15)$$

综上,针对第*i*个跟随航天器提出如下考虑输入饱和的分布式姿轨耦合控制律及自适应更新算法

$$\mathbf{u}_{fi} = \boldsymbol{\Pi}_i^\dagger [-\mathbf{K}_{1i} \tanh(\mathbf{s}_i) - \mathbf{K}_{2i} \text{diag}_i(\tanh(|\sum_{j=0}^n a_{ij}(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j)|)) \text{sgn}(\mathbf{s}_i) - \hat{\mathbf{W}}_i^T \boldsymbol{\Theta}_i(\cdot)] \quad (16)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{W}}}_i = \zeta [\boldsymbol{\Theta}_i(\cdot) \mathbf{s}_i^T - \eta \hat{\mathbf{W}}_i], \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (17)$$

式中

$$\tanh(|\mathbf{x}_i|) = [\tanh(|x_{i1}|), \dots, \tanh(|x_{i6}|)]^T,$$

$$|\mathbf{x}_i| = [ |x_{i1}|, \dots, |x_{i6}| ]^T$$

$\boldsymbol{\Pi}_i^\dagger$ 为矩阵 $\boldsymbol{\Pi}_i$ 的伪逆,这里选择伪逆解为 $\boldsymbol{\Pi}_i^\dagger = \boldsymbol{\Pi}_i^T (\boldsymbol{\Pi}_i \boldsymbol{\Pi}_i^T)^{-1}$ ,由于本文中考虑实际的推力器安装矩阵,所以矩阵 $\boldsymbol{\Pi}_i$ 的伪逆总存在, $\mathbf{K}_{1i}, \mathbf{K}_{2i}$ 为对称正定矩阵, $\zeta > 0, \eta > 0$ 为设计参数, $\hat{\mathbf{W}}_i$ 为最优权重矩阵 $\mathbf{W}_i^*$ 的估计值。

综上分析,我们给出如下定理。

**定理 1.** 在假设 1~5 成立的条件下,结合有限时间滑模估计器(10),系统(7)在分布式控制律(16)及仅需领航航天器状态的自适应更新律(17)的作用下,各跟随航天器状态最终达到协同且共同跟踪时变领航航天器的状态,跟踪误差一致有界。

证. 选取如下 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{M} \mathbf{s} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda} \mathbf{1}_{6 \times 1}^T \ln(\cosh(\lambda \tilde{\mathbf{p}}_i)) + \frac{1}{2\zeta} \sum_{i=1}^n \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_i^T \tilde{\mathbf{W}}_i) \quad (18)$$

其中 $\cosh(\lambda \tilde{\mathbf{p}}_i) = [\cosh(\lambda \tilde{p}_{i1}), \dots, \cosh(\lambda \tilde{p}_{i6})]^T$ ,  
 $\ln(\mathbf{x}_i) = [\ln(x_{i1}), \dots, \ln(x_{i6})]^T$ , $\mathbf{x}_i$ 代表 $\cosh(\lambda \tilde{\mathbf{p}}_i), \tilde{\mathbf{W}}_i = \mathbf{W}_i^* - \hat{\mathbf{W}}_i$ 为切比雪夫神经网络权重逼近误差, $\mathbf{1}_{6 \times 1}$ 表示全 1 的列向量。对  $V$  求时间的导数得

$$\dot{V} = \mathbf{s}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{s}} + \dot{\mathbf{p}}^T \tanh(\lambda \tilde{\mathbf{p}}) + \frac{1}{\zeta} \sum_{i=1}^n \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_i^T \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_i) \quad (19)$$

其中 $\tanh(\lambda \tilde{\mathbf{p}}_i) = [\tanh(\lambda \tilde{p}_{i1}), \dots, \tanh(\lambda \tilde{p}_{i6})]^T$ ,  
 $\tanh(\lambda \tilde{\mathbf{p}}) = [\tanh^T(\lambda \tilde{\mathbf{p}}_1), \dots, \tanh^T(\lambda \tilde{\mathbf{p}}_n)]^T$ 。将式(12)中的 $\mathbf{s}_i$ 写成列向量的形式 $\mathbf{s} = \dot{\tilde{\mathbf{p}}} + \alpha(\mathbf{H} \otimes \mathbf{I}_3) \tilde{\mathbf{p}}$ ,定义 $\tilde{\mathbf{p}}_i = \mathbf{p}_i - \mathbf{p}_0$ 为系统的跟踪误差, $\tilde{\mathbf{p}}, \dot{\tilde{\mathbf{p}}}$ 分别为 $\tilde{\mathbf{p}}_i, \dot{\tilde{\mathbf{p}}}_i$ 拼成的列向量。注意到

$$\mathbf{s}^T \tilde{\mathbf{W}}^T \boldsymbol{\Theta}(\cdot) = \text{tr}(\mathbf{s}^T \tilde{\mathbf{W}}^T \boldsymbol{\Theta}(\cdot)) = \sum_{i=1}^n \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_i^T \boldsymbol{\Theta}(\cdot) \mathbf{s}_i^T)$$

$$\text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_i^T \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_i) \leq \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_i^T \tilde{\mathbf{W}}_i) + \frac{1}{2} \text{tr}((\mathbf{W}_i^*)^T \mathbf{W}_i^*) - \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_i^T \tilde{\mathbf{W}}_i)$$

$$= \frac{1}{2} \text{tr}((\mathbf{W}_i^*)^T \mathbf{W}_i^*) - \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_i^T \tilde{\mathbf{W}}_i) \quad (20)$$

由假设 1 可知  $\mathbf{H}$  对称正定, 结合式(15)和式(20), 将式(16)写为列向量的形式并代入到式(19)中整理得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\lambda_{\min}(\mathbf{K}_1) \mathbf{s}^T \tanh(\mathbf{s}) - \\ & \frac{\alpha \lambda_{\min}(\mathbf{H})}{\lambda} \lambda \tilde{\mathbf{p}}^T \tanh(\lambda \tilde{\mathbf{p}}) + \mathbf{s}^T (\boldsymbol{\varepsilon}_f - \boldsymbol{\Psi} - \boldsymbol{\Gamma}) - \\ & \lambda_{\min}(\mathbf{K}_2) \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^6 \tanh\left(\left|\sum_{j=0}^n a_{ij}(p_{im} - p_{jm})\right|\right) |s_{im}| + \\ & \mathbf{s}^T \tanh(\lambda \tilde{\mathbf{p}}) + \frac{W_M n \eta}{2} \end{aligned} \quad (21)$$

注意到  $\mathbf{K}_1 = \text{diag}(\mathbf{K}_{11}, \mathbf{K}_{12}, \dots, \mathbf{K}_{1n}), \mathbf{K}_2 = \text{diag}(\mathbf{K}_{21}, \mathbf{K}_{22}, \dots, \mathbf{K}_{2n})$ , 利用  $\tanh$  函数的性质  $\mathbf{x}^T \tanh(\mathbf{x}) \geq \tanh^T(\mathbf{x}) \tanh(\mathbf{x}) \geq \tanh^2(\|\mathbf{x}\|)$ , 有不等式

$$\mathbf{s}^T \tanh(\lambda \tilde{\mathbf{p}}) \leq \frac{1}{2\delta_1} \mathbf{s}^T \mathbf{s} + \frac{\delta_1}{2} \lambda \tilde{\mathbf{p}}^T \tanh(\lambda \tilde{\mathbf{p}})$$

成立, 综合以上分析, 整理式(21)得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\lambda_{\min}(\mathbf{K}_1) \tanh^2(\|\mathbf{s}\|) - \\ & \left(\frac{\alpha \lambda_{\min}(\mathbf{H})}{\lambda} - \frac{\delta_1}{2}\right) \tanh^2(\|\lambda \tilde{\mathbf{p}}\|) + \\ & \frac{1}{2\delta_1} \|\mathbf{s}\|^2 + \frac{W_M n \eta}{2} - \\ & \lambda_{\min}(\mathbf{K}_2) \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^6 \tanh\left(\left|\sum_{j=0}^n a_{ij}(p_{im} - p_{jm})\right|\right) |s_{im}| + \\ & \|\mathbf{s}\| \|\boldsymbol{\varepsilon}_f - \boldsymbol{\Psi} - \boldsymbol{\Gamma}\| \end{aligned} \quad (22)$$

这里将  $\mathbf{d} = \boldsymbol{\varepsilon}_f - \boldsymbol{\Psi} - \boldsymbol{\Gamma}$  看作一个新的干扰, 定义

$$\mathbf{y} = [\lambda \tilde{\mathbf{p}}^T, \mathbf{s}^T]^T, \text{ 则有}$$

$$\begin{aligned} J_R = \dot{V} + \frac{1}{2} \|\mathbf{y}\|^2 - \frac{\gamma^2}{2} \|\mathbf{d}\|^2 \\ \leq -\lambda_{\min}(\mathbf{K}_1) \tanh^2(\|\mathbf{s}\|) - \\ \left(\frac{\alpha \lambda_{\min}(\mathbf{H})}{\lambda} - \frac{\delta_1}{2}\right) \tanh^2(\|\lambda \tilde{\mathbf{p}}\|) + \frac{W_M n \eta}{2} - \\ \lambda_{\min}(\mathbf{K}_2) \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^6 \tanh\left(\left|\sum_{j=0}^n a_{ij}(p_{im} - p_{jm})\right|\right) |s_{im}| + \\ \left(\frac{1}{2\delta_1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\gamma^2}\right) \|\mathbf{s}\|^2 + \frac{1}{2} \|\lambda \tilde{\mathbf{p}}\|^2 - \\ \left(\frac{1}{\sqrt{2}\gamma} \|\mathbf{s}\| - \frac{\gamma}{\sqrt{2}} \|\mathbf{d}\|\right)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = -[\tanh(\|\mathbf{s}\|) \quad \tanh(\|\lambda \tilde{\mathbf{p}}\|)] \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{pmatrix} \cdot \\ & \left[ \begin{matrix} \tanh(\|\mathbf{s}\|) \\ \tanh(\|\lambda \tilde{\mathbf{p}}\|) \end{matrix} \right] - \left( \frac{1}{\sqrt{2}\gamma} \|\mathbf{s}\| - \frac{\gamma}{\sqrt{2}} \|\mathbf{d}\| \right)^2 \end{aligned} \quad (23)$$

定义

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{pmatrix}$$

其中  $P_{11} = \lambda_{\min}(\mathbf{K}_1)$

$$P_{22} = \frac{\alpha \lambda_{\min}(\mathbf{H})}{\lambda} - \frac{\delta_1}{2}$$

$$P_{12} = P_{21} = \frac{\lambda_{\min}(\mathbf{K}_2)}{2 \tanh(\|\mathbf{s}\|) \tanh(\|\lambda \tilde{\mathbf{p}}\|)}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^6 \tanh\left(\left|\sum_{j=0}^n a_{ij}(p_{im} - p_{jm})\right|\right) |s_{im}|}{2 \tanh(\|\mathbf{s}\|) \tanh(\|\lambda \tilde{\mathbf{p}}\|)} - \\ & \frac{\frac{1}{2} \|\lambda \tilde{\mathbf{p}}\|^2 + \left(\frac{1}{2\delta_1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\gamma^2}\right) \|\mathbf{s}\|^2 + \frac{W_M n \eta}{2}}{2 \tanh(\|\mathbf{s}\|) \tanh(\|\lambda \tilde{\mathbf{p}}\|)} \end{aligned}$$

选择合适的控制参数  $\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2$  使得  $\mathbf{P}$  正定对称, 则系统满足耗散不等式, 因此系统是一致最终有界稳定的。

另外注意到领航航天器状态, 逼近误差以及外部环境干扰等都是有界的, 那么必存在正常数  $d_{\max}$  使得  $\|\boldsymbol{\varepsilon}_f - \boldsymbol{\Psi} - \boldsymbol{\Gamma}\| \leq d_{\max}$ , 由  $J_R \leq 0$  可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\frac{1}{2} \|\mathbf{y}\|^2 + \frac{\gamma^2}{2} \|\boldsymbol{\varepsilon}_f - \boldsymbol{\Psi} - \boldsymbol{\Gamma}\|^2 \\ \leq & -\frac{1}{2} \|\lambda \tilde{\mathbf{p}}\|^2 - \frac{1}{2} \|\mathbf{s}\|^2 + \frac{\gamma^2}{2} d_{\max}^2 \end{aligned} \quad (24)$$

那么  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\tilde{\mathbf{p}}\| \leq \gamma d_{\max} / \lambda$  和  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{s}\| \leq \gamma d_{\max}$ , 因此可知  $\tilde{\mathbf{p}}, \mathbf{s}$  是有界的, 当新干扰  $\mathbf{d} = 0$  时,  $\|\tilde{\mathbf{p}}\|$  和  $\|\mathbf{s}\|$  分别趋于零. 进一步, 根据式(12)中  $\mathbf{s}$  的定义以及  $\mathbf{H}$  的对称正定性可知  $\dot{\tilde{\mathbf{p}}}$  也是一致最终有界稳定的, 故定理得证。

**注 1.** 注意到  $f_{di}(\cdot)$  的形式, 其中领航航天器的状态, 状态的一阶、二阶导数, 航天器的转动惯量以及质量都是有界的, 因此  $f_{di}(\cdot)$  也是有界的. 由于 CNN 的最优权重矩阵是有界的, 进一步可得最优权重矩阵的估计值也是有界的. 根据  $\boldsymbol{\Theta}_i(\cdot)$  的定义以及状态、惯量和质量的有界性可知  $\boldsymbol{\Theta}_i(\cdot)$  是有界的. 综合有界性的分析可得本节所设计控制算法(16)提供的控制力及力矩是有界的, 通过设计控制器参数, 使得控制力及力矩满足执行机构的最大执行能力。

注 2. 对滑模估计器 (10), 为了减少信息的传递, 可以考虑各跟随航天器之间的通讯关系为有向通讯拓扑, 且领航航天器到各跟随航天器间具有有向生成树, 同样在有限时间内估计到期望状态信息<sup>[17]</sup>。

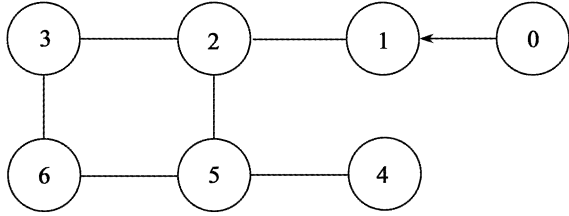


图 2 航天器通讯拓扑图

Fig. 2 The communication topology graph among the leader and follower spacecraft

### 3 仿真分析

本小节对所提出的考虑控制输入饱和的分布式姿轨耦合控制律 (16) 进行了仿真研究。以六颗航天器的编队飞行为例。跟随航天器与领航航天器间的通讯拓扑关系如图 2 所示, 其中 0 表示领航航天器, 1~6 表示跟随航天器, 航天器之间的路径表示它们之间的信息传递关系。考虑具有时变状态的领航航天器, 对不可获得领航航天器信息的跟随航天器设计了分布式滑模估计器 (10) 来估计得到领航航天器的状态。各跟随航天器相对于参考轨道的初始位置和速度都为零, 姿态初始参数如表 1 所示。控制参数如表 2 所示。仿真结果如图 3~图 7 所示。

表 1 航天器姿态初始参数

Table 1 Spacecraft attitude initial parameters

航天器 $i$	初始姿态	初始姿态角速度/(rad/s)
1	$[0.01 \quad -0.01 \quad 0]^T$	$[0 \quad 0.01 \quad 0]^T$
2	$[-0.01 \quad 0.02 \quad 0.01]^T$	$[-0.01 \quad 0.01 \quad 0]^T$
3	$[0.03 \quad 0 \quad -0.02]^T$	$[0 \quad 0 \quad 0.01]^T$
4	$[0.01 \quad 0.01 \quad 0]^T$	$[0 \quad 0.01 \quad 0.02]^T$
5	$[0 \quad 0.01 \quad 0]^T$	$[0.01 \quad -0.02 \quad 0]^T$
6	$[0.01 \quad 0 \quad -0.03]^T$	$[0 \quad -0.02 \quad 0]^T$

图 3 所示为各跟随航天器的三维轨迹随时间变化曲线, 图中颜色最深的线代表领航航天器的三维曲线。由图可知各跟随航天器收敛到领航航天器的位置。图 4 所示为各跟随航天器所需控制力变化曲线, 由仿真曲线可以看出作用在跟随航天器上的控制力具有饱和特性, 且能保证对动态领航航天器的

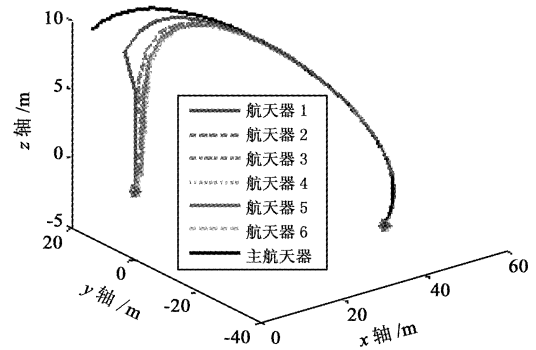


图 3 航天器轨迹三维图

Fig. 3 Three-dimensional trajectories in LVLH of each spacecraft

跟踪。图 5 所示为各跟随航天器在 LVLH 坐标系中的位置变化曲线, 图 5 中的期望位置箭头所指的三条线为领航航天器的位置在 LVLH 坐标下的变化曲线。由以上仿真曲线可知, 在本文所设计的分布式控制律作用下, 跟随航天器实现了对领航航天器位置和速度的跟踪。

表 2 仿真参数

Table 2 Simulation parameters

参数名	数值
参考轨道参数	$\mu = 3.98645 \times 10^{14}$
	$a_c = 4.224 \times 10^7 \text{ m}$
	$e_c = 0.1, \theta = 20^\circ$
控制器参数	$K_{1i} = \text{diag}(10, 10, 10, 8, 8, 8)$
	$K_{2i} = \text{diag}(1, 1, 1, 0.8, 0.8, 0.8)$
	$\alpha = 6, \beta_1 = 10, \beta_2 = 3$
	$\beta_3 = 1, \zeta = 0.01, \eta = 100$
切比雪夫多项式阶数	$n = 3$
权重矩阵初值	$W(0) = \mathbf{0}_{55 \times 6}$
不确定性	$\Delta J = 0.01 \sin(n_c t) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
	$\Delta m = 0.1 \sin(n_c t) \text{ kg}$
环境干扰	$\tau_{di} = [0.02 \sin(n_c t), 0.01 \cos(2n_c t), -0.04 \sin(n_c t)]^T \text{ Nm}$
	$F_{di} = [0.02 \sin(n_c t), 0.01 \cos(2n_c t), -0.04 \sin(n_c t)]^T \text{ N}$

图 6 所示为各跟随航天器姿态变化曲线。图 6 中的期望位置箭头所指的三条线代表了领航航天器姿态的变化曲线。同样, 应用本文所设计分布式协同控制律, 可保证各跟随航天器跟踪领航航天器。图 7 所示为各跟随航天器跟踪领航航天器所需的控制力矩变化曲线, 由图 7 可知控制力矩变化规律体现了所设计控制律的饱和特性。

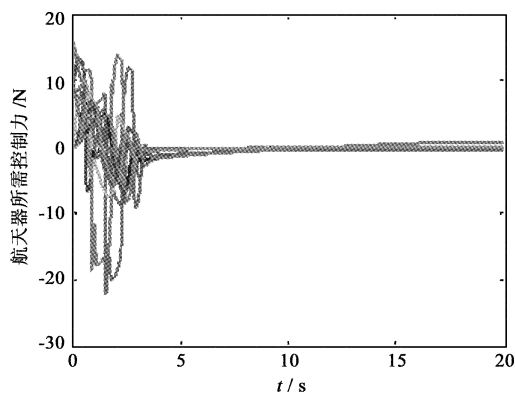


图4 各航天器控制力

Fig. 4 Each spacecraft control force

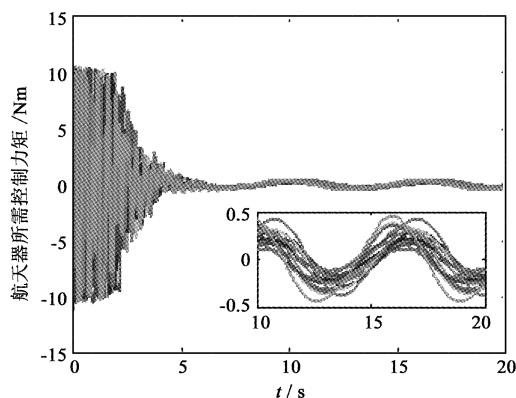


图7 各航天器所需控制力矩

Fig. 7 Spacecraft control torques

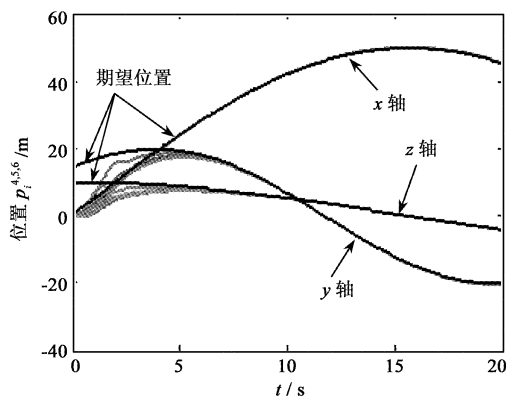


图5 LVLH坐标系中各航天器位置

Fig. 5 Spacecraft positions in LVLH

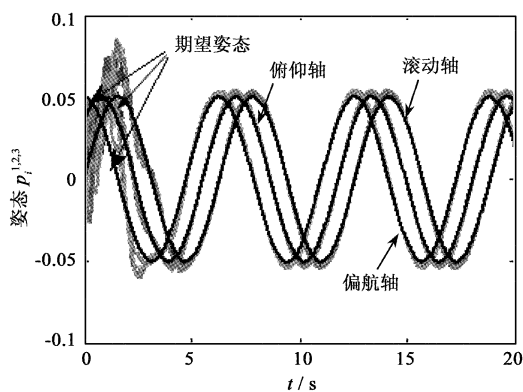


图6 各航天器姿态

Fig. 6 Each spacecraft attitude

综上仿真研究,各跟随航天器状态随时间的变化曲线可知本节所设计的考虑输入饱和的分布式姿轨耦合协同控制律是可行且有效的。

#### 4 结论

本文研究了存在控制输入耦合的多航天器系统

的相对轨道与姿态耦合协同控制问题。在仅有部分跟随航天器可获得领航航天器状态的约束下,考虑多航天器系统存在未建模动态及外部环境干扰的情形,提出了带有输入饱和的分布式协同自适应控制律,使得跟随航天器跟踪动态的领航航天器。最后以6个航天器编队飞行为例进行了仿真分析,结果表明本文设计的协同控制律是有效可行的。

下一步工作是考虑多航天器系统实际编队飞行中的避碰问题以及信息丢包问题。

#### 参 考 文 献

- [1] Ren W, Beard R W, Atkins E M. Information consensus in multivehicle cooperative control [J]. IEEE Control Systems Magazine, 2007, 27(2): 71-82.
- [2] Olfati-Saber R, Fax J A, Murray R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems [J]. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(1): 215-233.
- [3] Wang P K C, Hadaegh F Y, Lau K. Synchronized formation rotation and attitude control of multiple free flying spacecraft [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1999, 22(1): 28-35.
- [4] Kristiansen R. Dynamic synchronization of spacecraft [D]. Trondheim: Norwegian University of Science and Technology, 2008.
- [5] 卢伟, 耿云海, 陈雪芹, 等. 在轨服务航天器对目标的相对位置和姿态耦合控制 [J]. 航空学报, 2011, 32(5): 857-865. [Lu Wei, Geng Yun-hai, Chen Xue-qin, et al. Coupled control of relative position and attitude for on-orbit servicing spacecraft with respect to target [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(5): 857-865.]
- [6] Ahn C, Kim Y. Point targeting of multisatellites via a virtual structure formation flight scheme [J]. Journal of Guidance,



- Control, and Dynamics, 2009, 32(4): 1330 – 1344.
- [ 7 ] Ren W, Beard R W. Decentralized scheme for spacecraft formation flying via the virtual structure approach[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2004, 27(1): 73 – 82.
- [ 8 ] Chung S J, Ahsun U, Slotine J J E. Application of synchronization to formation flying spacecraft: lagrangian approach[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2009, 32(2): 512 – 526.
- [ 9 ] 周稼康, 胡庆雷, 马广富, 等. 基于一致性算法的卫星编队姿轨耦合的协同控制[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(4): 825 – 832. [Zhou Jia-kang, Hu Qing-lei, Ma Guang-fu, et al. Cooperative attitude and translation control of satellite formation flying using consensus algorithm [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2011, 33(4): 825 – 832.]
- [10] Patra J C, Kot A C. Nonlinear dynamic system identification using chebyshev functional link artificial neural networks[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part B: Cybernetics, 2002, 32(4): 505 – 511.
- [11] Zou A M, Kumar K D, Hou Z G. Quaternion-based adaptive output feedback attitude control of spacecraft using chebyshev neural networks[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2010, 21(9): 1457 – 1471.
- [12] Biggs N. Algebraic graph theory[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1993.
- [13] Tsiotras P. Further passivity results for the attitude control problem[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1998, 43(11): 1597 – 1600.
- [14] Subbarao K, Welsh S. Nonlinear control of motion synchronization for satellite proximity operations[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2008, 31(5): 1284 – 1294.
- [15] Curti F, Romano M, Bevilacqua R. Lyapunov-based thrusters' selection for spacecraft control: analysis and experimentation[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2010, 33(4): 1143 – 1160.
- [16] Meng Z Y, Ren W, You Z. Distributed finite – time attitude containment control for multiple rigid bodies[J]. Automatica, 2010, 46(12): 2092 – 2099.
- [17] Cao Y C, Ren W, Meng Z Y. Decentralized finite-time sliding mode estimators and their applications in decentralized finite-time formation tracking[J]. Systems & Control Letters, 2010, 59(9): 522 – 529.

作者简介:

张海博(1983 – ),男,博士,主要从事多航天器姿态、轨道协同控制,非线性控制。

通信地址:北京市中关村南三街 16 号北京控制工程研究所 (100190)

电话:15657159192

E-mail:zhanghaibo606@gmail.com

(编辑:曹亚君)